

**Марченко Д.Д.**Миколаївський національний аграрний  
університет,  
м. Миколаїв, Україна**КІНЦЕВО - ЕЛЕМЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПРИ РОБОТІ  
СТАЛЕНИХ КАНАТНОГО БЛОКУ І КАНАТУ**

УДК 621.7; 621.8; 539.4

В статті приведені результати досліджень напружено - деформованого стану при роботі сталених канатного блоку і канату. За допомогою кінцево - елементного моделювання виконано чисельне рішення просторової і плоско-напруженої контактної задачі при використанні прикладних програмних комплексів APM WIN Machine і Structure CAD. Результати аналізу статичного і динамічного навантаження пари показали, що максимальний рівень контактних напружень (поля напружень), а отже і найбільша інтенсивність трибологічного зношування, приходить на робочий профіль канатного блоку, а саме на тороїдальну і конічні поверхні за рахунок змінання канатом робочої поверхні.

**Ключові слова:** напружено - деформований стан, кінцево - елементне моделювання, просторова модель, сталений канатний блок і канат.

**Вступ**

Мікронерівності робочих поверхонь викликають дуже значні зміни контактних напружень в крайньому поверхневому шарі. Напруження, які з'являються на нерівностях поверхні, можуть значно перевищувати напруження зсуву, що виникає на критичній глибині під поверхнею контакту. Навантаження концентрується на гребінцях мікронерівностей, ультрамісцеві напруження легко переходить межу пружності і пластичну деформацію матеріалу і розпочинається зі змінання вершин мікроступів. З підвищенням навантаження пластична деформація захоплює групи гребінців, розташованих на вершинах мікронерівностей поверхні, деформуючи їх і утворюючи окремі плями в зоні загальної поверхні контакту. На окремих ділянках пластична деформація може поєднуватися з пружною деформацією матеріалу залежно від форми нерівностей, розмірів, поєднання в їх розташуванні і, нарешті, залежно від пружних і пластичних властивостей самого матеріалу і його поверхневого шару.

Збільшення стискувачих навантажень понад певну межу, залежну від властивостей матеріалу, порушує картину розподілу пружних деформацій і напружень, оскільки викликає безповоротні деформації в значних об'ємах, сумірних із загальним об'ємом матеріалу, охопленою місцевою деформацією. Проте пластична деформація гребінців мікронерівностей і навіть усього поверхневого шару є обов'язковим для будь-якого одноразового навантаження реальних поверхонь.

При повторному навантаженні поверхні тим же навантаженням пластична деформація крайнього поверхневого шару поновлюється, але в значно меншій мірі і швидко затухає, хоча повністю не припиняється ні при повторному статичному стисканні, ні тим більше при коченні або коченні з ковзанням [1].

В процесі роботи при циклічних контактних навантаженнях відбувається безперервна зміна властивостей крайнього поверхневого шару і до моменту початку втомного руйнування в роботі бере участь матеріал з абсолютно іншими властивостями, ніж в початковий період [2].

При граничному навантаженні пружно-пластичні деформації в контакті, маючи на увазі, що при обмеженому числі навантажень виникає змінання поверхонь має деяку межу, залежну від пристосованості матеріалу, або ж змінання прогресує, але украй повільно. Така ж поведінка матеріалу в зоні контакту можлива і при великому числі циклів навантаження, але при цьому вже доводиться враховувати такі явища, як диспергування поверхні, стирання, втомне руйнування в різних взаємодіях залежно від умов роботи деталей і, авжеж, властивостей матеріалів, що вступають в контакт.

У одних випадках переважає втомне руйнування робочого шару, в інших – прямий знос, в третій – їх комбінація в різних "пропорціях".

Маючи на увазі, що в реальних конструкціях має місце і "чиста" втома, і пряме стирання, і переформовування поверхонь контакту за рахунок пластичних деформацій, необхідно зважати на трудність оцінки комбінованої дії вказаних чинників. Тому зрозуміле прагнення фахівців спростити завдання, абстрагуватися від деяких моментів, обмежити число параметрів при розгляді картини руйнувань в контакті. Наприклад, при побудові методу розрахунку сталевих підйомних канатів по терміну служби можна спиратися на один тільки параметр, на механічний знос дротів, на стирання їх при взаємному ковзанні в процесі вигину канату на блоках і барабанах. Але можна прийняти і інший критерій, також єдиний, – критерій втомного руйнування дротів, що повторно навантажуються в контактах між собою і між дротами і струмками блоків (підсумовуючи при цьому контактні напруження з напруженнями від згину, кручення, розтягування). Насправді ж, як відомо, істотно впливають обидва чинники зносу канату, хоча в різних умовах по-різному (шахтний підйом, поліспастиний підйом крану та ін.) [3].

Практика експлуатації дротяних канатів показує, що нерівномірний розподіл напружень по шарах істотно знижує довговічність канатів, оскільки переобтяжені шари дротів швидко руйнуються, а роз-

вантажени шари дротів відшаровуються. Міра нерівномірності розподілу напружень між дротами канату може бути оцінена величиною механічного зносу дротів канату [4 - 6].

### Методика і результати досліджень

Однією з основних проблем прикладної механіки є побудова методів, що дозволяють адекватно оцінювати напружено - деформований стан (НДС) різноманітних технічних об'єктів [7 - 9]. Тому пропонується провести чисельний аналіз для визначення НДС при роботі канатного блоку і канату за допомогою методу кінцево - елементного моделювання.

Об'єктами дослідження являється пара "канатний блок - канат".

Стальний канатний блок виготовлений зі сталі 35Л (ГОСТ 977 – 88) відповідно до конструкторської документації на судоперевантажувач "KRUPP". Радіус робочого профілю канатного блоку  $r_0 = 18$  мм; глибина профілю  $h = 50$  мм; діаметр канатного блоку по діаметру робочого профілю = 800 мм; половина кута робочого профілю струмка канатного блоку  $\alpha_0 = 22,5^\circ$ ; модуль пружності канатного блоку  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ .

Стальний канат подвійного звивання з лінійним торканням дротів в пасмах типу ЛК-РО конструкції  $6 \times 36(1 + 7 + 7/7 + 14) + 7 \times 7(1 + 6)$  з металевим осердям виконаний по ГОСТ 7669 – 80. Модуль пружності матеріалу дротів  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ ; коефіцієнт тертя  $\mu = 0,2$ . Кут обхвату канатом робочого профілю канатного блоку  $180^\circ$ . Одна з торцевих поверхонь канату жорстко закріплена через канатний блок на балансірі з гідравлічними амортизаторами, який слугує для натягу канату з метою зменшення динамічних коливань і пом'якшення ударів при різних послабленнях або розриві одного із пасів канату (тут і далі під торцевою поверхнею пасму канату мається на увазі сукупність торцевих поверхонь складових її дротів). На протилежному торці, який проходить через систему поліспасків до канатного барабану, моделюється поверхня з поведінкою, яка точно відповідає реальним умовам навантаження пасму канату. Дослідження розповсюджуються на випадки статичного і динамічного навантаження торцевої поверхні пасму з жорсткою поведінкою. До неї прикладаються повздовжня розтягуюча сила, момент, який викликає скручування пасму.

Для кінцево - елементного рішення даної контактної задачі при роботі сталених канатного блоку і канату були використані прикладні програмні комплекси APM WIN Machine і SCAD Office.

Для створення розрахункової геометрії досліджуваного об'єкту використовувалася одна з розповсюджених в інженерній практиці систем твердотілого трьохвимірного проектування. Просторова модель була виконана в графічному редакторі AutoCAD та імпортована через STEP формат в препроцесор трьохвимірного графічного редактора APM Studio, що входить до програмного комплексу APM WIN Machine, для моделювання з використанням об'ємних твердотілих (солід) елементів [10, 11]. На рис. 1 показано результати моделювання геометрії пари канатного блоку і канату.

Після створення/імпорту просторової геометричної моделі були послідовно вказані пари контактуючих деталей і поверхонь, по яким буде відбуватися взаємодія. На поверхні співпадаючих граней таким чином були створені контактні і цільові елементи.

Підготовчий етап розрахунку включає розбивку просторової моделі "канатний блок - канат" на чотирьохвузлові кінцеві елементи у вигляді сітки тетраєдрів (рис. 2). Кількість елементів кінцево-елементної моделі – 116695; кількість вузлів – 34769; кількість ступенів свободи – 104307.

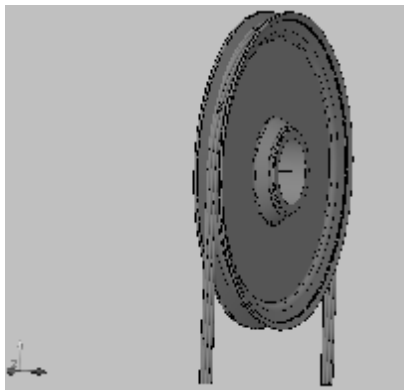


Рис. 1 – Просторова геометрична модель

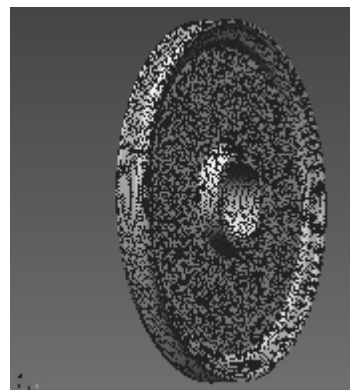


Рис. 2 – Кінцево - елементна розрахункова просторова модель

Після розбиття кінцево - елементної сітки розрахункова модель імпортувалася в модуль аналізу на міцність APM Structure3D програмного комплексу APM WIN Machine, де задавалися закріплення вузлів і властивості матеріалу, прикладалися навантаження, що спостерігаються в умовах експлуатації пари «канатний блок – канат», вносились властивості контактуючих зон і елементів.

Розрахунок контактної взаємодії проводився в рамках нелінійного розрахунку, в т.ч. і статичного розрахунку, в припущенні малих переміщень і пружних деформацій. В процесі розрахунку створювалися фіктивні елементи, що пов'язують контактуючі поверхні, і, в залежності від відносного переміщення вузлів цих поверхонь, на кожній ітерації уточнювалися зусилля в площадці контакту і знаходилися рішення для системи лінійних алгебраїчних рівнянь у матричній формі. Критерієм збіжності являлася умова мінімального взаємного проникнення об'єктів.

Результатами розрахунку контактної взаємодії пари «канатний блок - канат» є переміщення, напруження і деформації, які виникають у об'ємних елементах, взаємне проникнення і стан контактних елементів в контактній області.

Аналіз напружено-деформованого стану показує, що максимальне еквівалентне напруження виникає не на поверхні робочого профілю канатного блоку, а в районі галтельного переходу під маточину блоку і досягає значення 450 МПа (рис. 3).

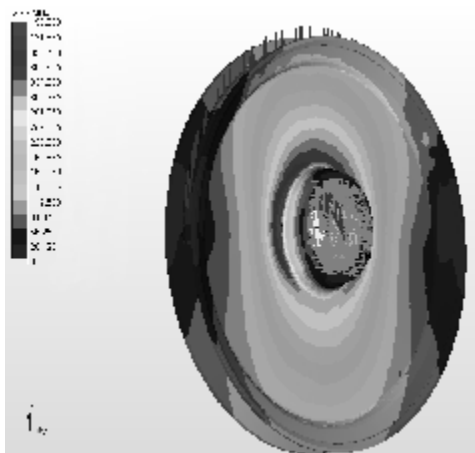


Рис. 3 – Розподілення еквівалентних напружень за Мезісом

Слід зазначити, що максимальне нормальне напруження по вісі  $Y$  локальної системи координат досягне свого максимуму в 226 МПа на тороїдальній і конічних частинах робочого профілю канатного блоку (рис. 4). Розподілення дотичних напружень у площадці з нормаллю  $Y$  і у напрямку  $Z$  системи координат приведені на рис. 5.

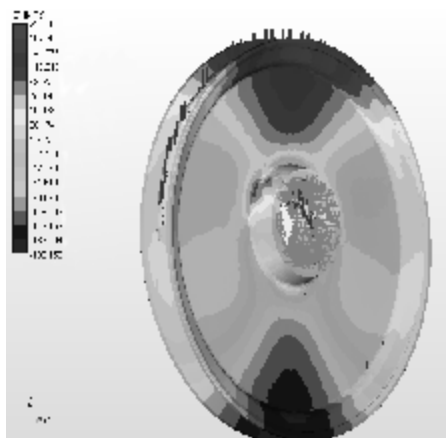


Рис. 4 – Розподілення нормальних напружень просторової моделі

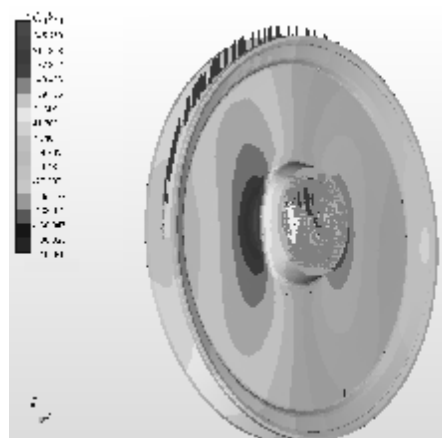


Рис. 5 – Розподілення дотичних напружень просторової моделі

Ізополя напружень, представлені на рис. 4 і рис. 5, відповідають випадку робочого режиму пари «канатний блок – канат», коли півколо кочення канату котиться по середній лінії робочого профілю канатного блоку. При даному режимі роботи простежується мінімальний рівень інтенсивності робочих на-

пружень, а також мінімальний рівень поперечних навантажень. Змінюючи відносно положення канату і канатного блоку в невеликих значеннях, яке відбувається через динамічні навантаження, призводить до виникнення суттєвих поздовжніх навантажень, а також виникнення збільшеної області контакту. В цьому випадку контакту виникають зони з підвищеним значенням напружень і суттєве відносно проковзування, що призводить до виникнення зон пластичності і швидкого зносу робочого профілю канатного блоку. В процесі строгування досягаються більш високі напруження, ніж при встановленому коченні, що необхідно враховувати при розрахунках на міцність і оцінці строку служби канатних блоків.

Максимальні відносні деформації, як пружні, так і пластичні виникають на робочій поверхні профілю блоку під час роботи у парі з канатом і в районі галтельного переходу під маточину канатного блоку (рис. 6). Максимальне значення сумарних лінійних переміщень буде складати 0,8041 мм (рис. 7).

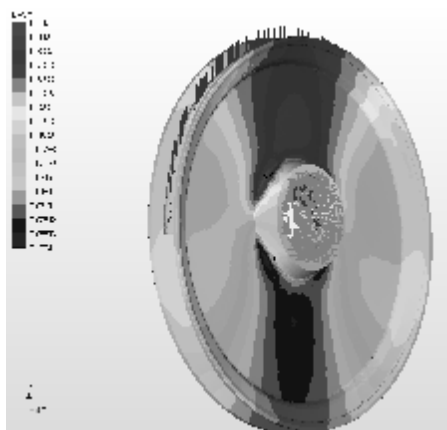


Рис. 6 – Розподілення лінійних відносних деформацій просторової моделі

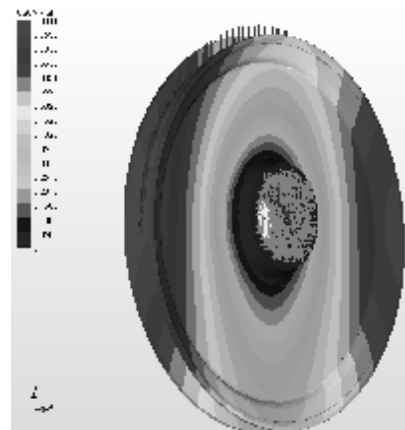


Рис. 7 – Розподілення сумарних лінійних переміщень просторової моделі

Аналіз розподілення відносних деформацій канатного блоку у парі з канатом показує, що пластичні деформації являються суттєвим фактором, що необхідно враховувати при оцінці процесів накопичення трибопошкоджень на робочому профілі канатного блоку.

На основі результатів розрахунків просторової (трьохвимірної) моделі була сформована плоска (двовимірна) розрахункова модель, яка дозволила відстежити напрямки головних розтягувальних напружень, що виникають у канату в парі з канатним блоком, а також виконати уточнену перевірку аналітичного розрахунку контактної задачі. Для цієї мети був використаний прикладний проектно-розрахунковий комплекс SCAD Office.

Плоска модель була виконана в графічному редакторі AutoCAD та імпортована через STEP формат в розрахунковий процесор Structure CAD, що входить до проектно-розрахункового комплексу SCAD Office [12]. На рис. 8 показано результати моделювання геометрії пари канатного блоку і канату. Плоска модель розбивалася на кінцеві елементи (рис. 9), на які накладалися діючі сили, навантаження і задавалися властивості і характер їх взаємодії. Кількість елементів кінцево-елементної моделі – 12895; кількість вузлів – 8332.

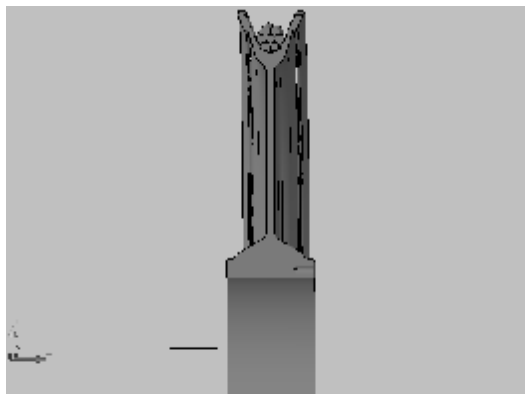


Рис. 8 – Плоска геометрична модель

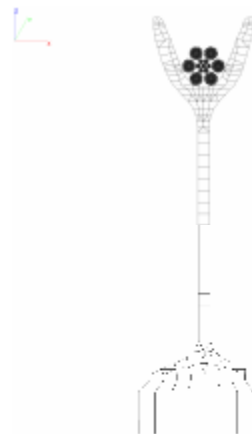


Рис. 9 – Кінцево-елементна розрахункова плоска модель

Постпроцесорна обробка результатів кінцево-елементних розрахунків дозволяє легко отримати важливі характеристики рішення. Так на рис. 10 - 12 отримані карти розподілення ізополів еквівалентних і нормальних напружень.

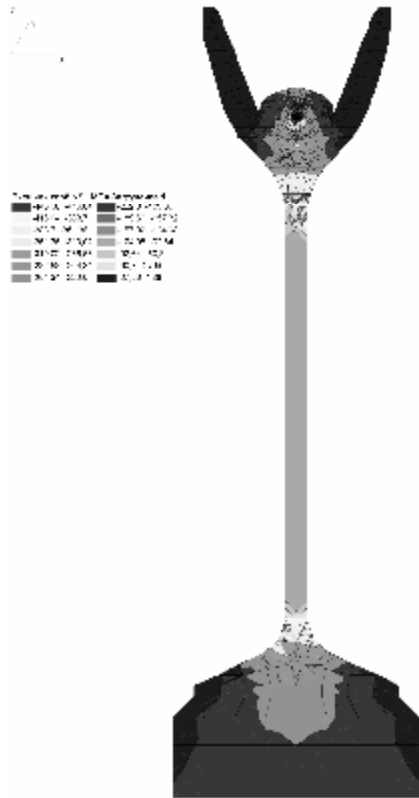


Рис. 10 – Розподілення ізополів еквівалентних напружень плоскої моделі

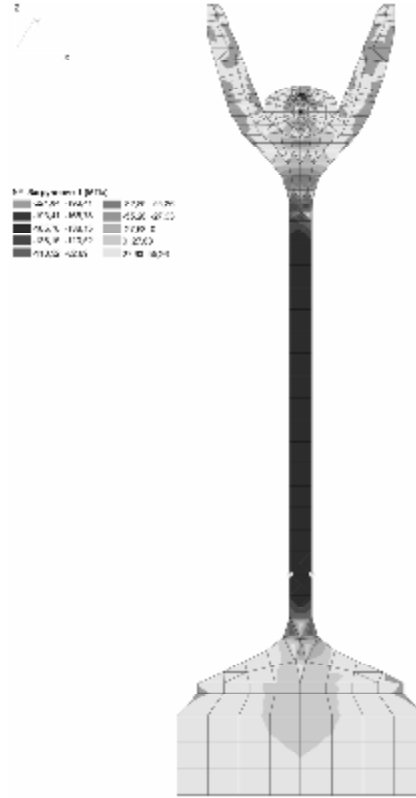


Рис. 11 – Розподілення ізополів нормальних напружень плоскої моделі

Аналіз форми і характеру зміни ізополів еквівалентних напружень, приведені до еквівалентного стискання по першій теорії міцності найбільших нормальних напружень (рис. 10), з врахуванням місцезнаходження зони максимальних еквівалентних напружень показує, що в залежності від співвідношення діючих і граничних значень напружень може виникнути змінання робочої поверхні профілю канатного блоку, що контактує з канатом. У міру віддалення в осьовому напрямку від контактуючого торця поверхні канату згідно розташування ізоліній розподілення еквівалентних напружень по глибині канатного блоку найбільш ймовірним напрямком розвитку пошкоджень буде в районі галтельного переходу під маточину канатного блоку, при цьому максимальне значення функції накопичення трибопошкоджень буде виникати на поверхні робочого профілю канатного блоку і визначати характер зношування. В процесі роботи пари «канатний блок – канат», внаслідок змінання, відбувається збільшення площадки контактної взаємодії, що призводить до суттєвого зменшення абсолютних значень, як контактних тисків, так і еквівалентних напружень. При подальшому підвищенні навантаження утворюється більш менш суцільна пляма контакту, здатна сприймати навантаження без відчутних пластичних деформацій, середній тиск на цій плямі зростає і приводить в дію увесь механізм пружних мікропереміщень на поверхні стискання.

Картина деформованого стану плоско - напруженої (двовимірної) моделі (рис. 13) в цілому співпадає з інтуїтивно очікуваною.

НДС пасу канату при дії в ньому поздовжньої розтягувальної сили і крутного моменту при комплексному навантаженні абсолютне значення подовження пасму мале, що пояснюється комбінацією навантажень: розтягувальна сила прагне розтягнути пасму канату, а крутний момент, навпроти, – стиснути її. При цьому розподіл інтенсивності напружень має неоднорідний характер. В центральному дроті напруження розподіляються рівномірно по її перерізу. В дротах 1-го шару присутні локальні максимуми в зонах контактної взаємодії з сусідніми дротами. Шар 2 характеризується наявністю максимумів інтенсивності напружень в контактних областях з дротами 1-го шару. В зовнішньому шарі максимум інтенсивності напружень зміщений в сторону контактних областей дротів самого шару.

Розподілення максимальних контактних напружень простежується в дротах зовнішнього шару, дистанції ковзання розподіляються рівномірно по довжині дротів. Основними факторами, обумовлюючими зношування при контактній взаємодії, являються контактні тиски і швидкість ковзання.



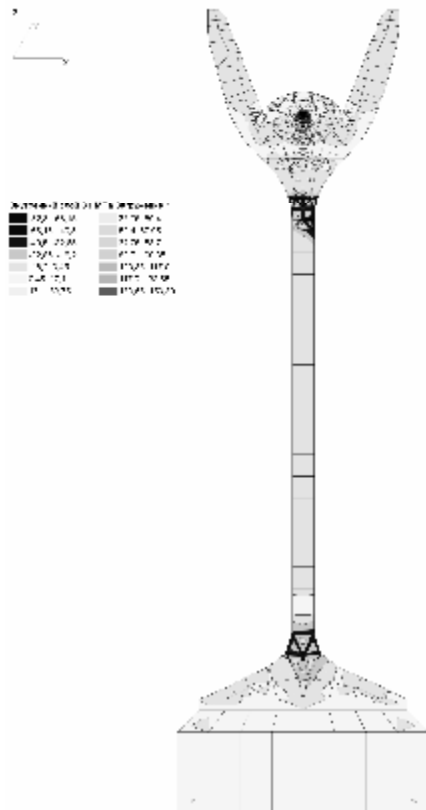


Рис. 12 – Розподілення ізополів головних нормальних напружень плоскої моделі

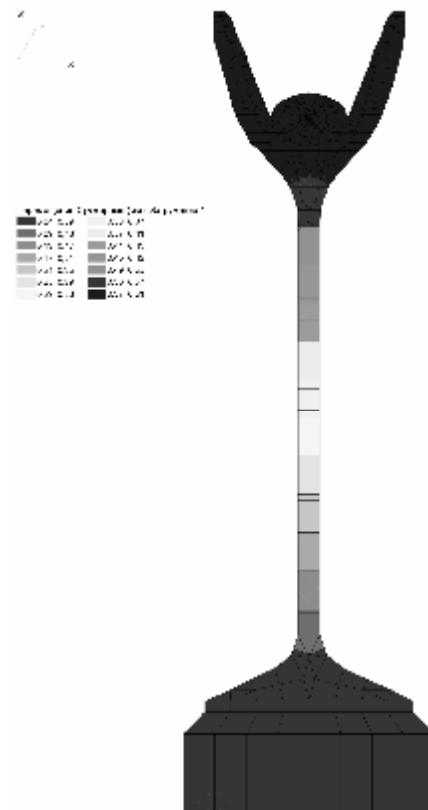


Рис. 13 – Розподілення сумарних переміщень деформацій плоскої моделі

Остання може бути визначена через дистанцію ковзання і час прикладання навантаження. Це дозволяє обґрунтувати закон зношування, тобто закон зміни розмірів дротів в напрямку вісі, яка перпендикулярна до поверхні тертя, в результаті їх формозміни у процесі тертя, що дозволить створити методи щодо розрахунку канатів на довговічність.

Як видно з ілюстрацій, отриманні при розрахунках значення напружень і деформацій достатньо добре узгоджуються з результатами як просторової (тривимірної), так і плоско-напруженої (двовимірної) розрахункових схем. Отримані значення чисельних рішень контактної задачі практично збігаються зі значеннями отриманих аналітичних результатів [13], при цьому відносна похибка в середньому складає біля 4 %, що свідчить про прийнятну точність обчислень.

Отриманні в ході проведених досліджень розподілення тисків по області контакту і розміри контактної зони добре узгоджуються з приблизною оцінкою, отриманою по теорії Герца [14]. В цілому поведінка змодельованого канатного блоку у парі з канатом із пасмами добре узгоджується з отриманим аналітично виразом НДС тіл. Наявність значних контактних тисків і ковзання дротів відносно один одного дає можливість стверджувати, що вони вносять значний вклад у роботу канату в цілому.

В результаті проведених досліджень і аналізу характеристик НДС пари "канатний блок - канат" з метою запобігання явища зношування як канату, так і робочого профілю канатного блоку, запропоновано конструкцію пристрою для підйомного канату, який дозволяє зменшити контакти напруження при роботі канатного блоку і канату та уникнути проковзування підйомного канату [15].

Слід також зазначити, що розподілення контактних напружень і деформацій, які являються головними факторами, що визначають характер і інтенсивність зношування пари "канатний блок - канат", буде залежати від якості, міцності і НДС металу поверхневих шарів [16]. Тому керування властивостями поверхневого шару за рахунок обкатування клиновим роликком робочого профілю канатного блоку можливо досягти підвищення контактної міцності і тим самим підвищити надійність і довговічність пари, вузла і машини в цілому [17].

## Висновки

1. Проведений детальний чисельний аналіз рішення контактної задачі НДС прикладного характеру, який грає важливу роль в інженерних розрахунках, зокрема в машинобудівних, для розрахунків на контактну міцність, а також оцінці строку служби пари "канатний блок - канат".

2. Створено на основі розробленого методу і алгоритму ефективні комп'ютерні моделі (кінцево-елементне моделювання) для швидкого аналізу впливу параметрів задачі на особливості контактної взаємодії (НДС) тіл. Крім цього, це рішення важливе при розгляді зношування жорсткого тіла при його контактній взаємодії з пружним тілом, коли відбувається вдавлювання канатних дротиків з утворенням відповідних впадин (дефектів при зминанні).

3. Запропонована і реалізована на ПЕОМ схема ітераційного процесу уточнення області контакту з врахуванням деформації граничних поверхонь канатного блоку і канату та умов контактних спряжень деталей і зміною цих умов в процесі робочих навантажень.

4. Запропоновано на основі розрахунків конструкцію підйомного канату (патент України на корисну модель № 66305) та рекомендовано проводити зміцнення робочого профілю канатного блоку поверхневою пластичною деформацією за допомогою технології обкатування клиновим роликком.

## Література

1. Пинегин С. В. О механизме качения при силовом контакте упругих тел / С. В. Пинегин // Труды. – М. : Ин-т машиноведения АН СССР, 1961. – 13 с. – (Совещание по контактной прочности машиностроительных материалов).
2. Пинегин С. В. Контактная прочность и сопротивление качению / С. В. Пинегин. – М. : Машиностроение, 1969. – 243 с.
3. Ковальский Б. С. Расчет деталей на местное сжатие / Б. С. Ковальский. – Харьков : ХВКИУ, 1967. – 224 с.
4. Erdonmez C. Modeling and numerical analysis of the wire strand / C. Erdonmez, C. Imrak // J. of Naval Science and Engineering. – 2009. – Vol. 5, №1. – P. 30-38.
5. Гетман И. П. О методах расчета канатов. Задача растяжения-кручения / И. П. Гетман, Ю. А. Устинов // Подъемные машины и механизмы. – 2008. – Т. 72, вып. 1. – С. 81-90.
6. Боровков А. И. Конечно-элементное вычисление эффективных механических характеристик стального каната на основе моделирования микроструктуры и множественного контактного взаимодействия / А. И. Боровков, Д. В. Климшин // Фундаментальные исследования в технических университетах. – Санкт - Петербург : СПбГПУ, 2005. – С. 232-233.
7. Кузьменко А. Г. Контакт, трение и износ смазанных поверхностей : монография / А. Г. Кузьменко, О. В. Диха. – Хмельницький : ХНУ, 2007. – 344 с.
8. Сорокатый Р. В. Метод трибоэлементов : монография / Р. В. Сорокатый. – Хмельницький : ХНУ, 2009. – 242 с.
9. Сорокатый Р. В. Решение износоконтактных задач методом трибоэлементов в среде конечно-элементного пакета ANSYS / Р. В. Сорокатый // Проблеми трибології. – Хмельницький, 2007. – № 3. – С. 9-17.
10. Замрий А. А. Проектирование и расчет методом конечных элементов трехмерных конструкций в среде APM Structure 3D / А. А. Замрий. – М. : АПМ, 2006. – 288 с.
11. APM WinMachine. Система расчета и проектирования деталей и конструкций методом конечных элементов. Версия 9.6. Руководство пользователя [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые данные. – Режим доступа : <http://www.apm.ru>.
12. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD / [В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. А. Маляренко и др.] – М. : АСВ, 2004. – 592 с.
13. Попов А. П. Контактная задача напряженно-деформированного состояния тел при работе стального канатного блока и троса / А. П. Попов, Б. И. Бутаков, Д. Д. Марченко // Проблеми трибології. – Хмельницький, 2011. – № 1. – С. 29-36.
14. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte / H. Hertz // Verhandlungen des Vereines zur Beforderung des Gewerbfleisses. – Berlin. Nov. – 1882. – 449 s.
15. Пат. 66305 Україна, МПК В 66 D 3/04. Підйомний канат / О. П. Попов, Б. І. Бутаков, Д. Д. Марченко, О. І. Савенков ; заявник і власник Марченко Д. Д. – № u201108208 ; заявл. 30.06.2011 ; опубл. 26.12.2011, Бюл. № 24.
16. Бутаков Б. И. Основные принципы технологии импульсного и малоскоростного воздействия на структуру и свойства металлов и сплавов: дис. на соискание ученой степени доктора техн. наук: 05.02.01 / Бутаков Борис Иванович. – К., 1992. – 533 с.
17. Бутаков Б. И. Оптимизация параметров поверхностного упрочнения обкатыванием роликами канатных блоков с целью повышения их контактной прочности / Б. И. Бутаков, Д. Д. Марченко // Проблеми трибології. – Хмельницький, 2010. – № 3. – С. 99-107.

Поступила в редакцію 11.01.2013

Marchenko D.D. **Finite-element modeling of contact interaction at work steel cable block and rope.**

The paper presented the results of studies of the stress-strain state at work steel cable block and rope. Using finite element simulations performed numerical solution of spatial and plane-hard contact problem using application software systems APM WIN Machine and Structure CAD. Analysis of static and dynamic loads couples showed that maximum contact stress (stress field), and therefore the greatest intensity tribological contact wear falls on your profile cable unit, namely the toroidal and conical surfaces by crushing rope surface.

**Key words:** intense the deformed condition, finite-element modeling, spatial model, a steel rope sheave and a rope.

### References

1. Pinegin S. V. O mehanizme kachenija pri silovom kontakte uprugih tel. M.: In-t mashinovedenija AN SSSR, 1961, p.13.
2. Pinegin S. V. Kontaktnaja prochnost' i soprotivlenie kacheniju. M. : Mashinostroenie, 1969, p. 243.
3. Koval'skij B. S. Raschet detalej na mestnoe szhatie. Har'kov : HVKIU, 1967, p. 224 s.
4. Erdonmez C. Modeling and numerical analysis of the wire strand. J. of Naval Science and Engineering, 2009, Vol. 5, no. 1, pp. 30-38.
5. Getman I. P. O metodah rascheta kanatov. Zadacha rastjazhenija-kruchenija. Pod#emnye mashiny i mehanizmy, 2008, Vol. 72, no. 1, pp. 81-90.
6. Borovkov A. I. Konechno-jelementnoe vychislenie jeffektivnyh mehanicheskikh karakteristik stal'nogo kanata na osnove modelirovanija mikrostruktury i mnozhestvennogo kontaktnogo vzaimodejstvija. Fundamental'nye issledovanija v tehniceskikh universitetah. Sankt – Peterburg : SPbGPU, 2005, pp. 232-233.
7. Kuz'menko A. G. Kontakt, trenie i iznos smazannyh poverhnostej : monografija. Hmel'nickij : HNU, 2007, p. 344.
8. Sorokatyj R. V. Metod tribojelementov : monografija. Hmel'nickij : HNU, 2009, p. 242.
9. Sorokatyj R. V. Reshenie iznosokontaktnyh zadach metodom tribojelementov v srede konechno-jelementnogo paketa ANSYS. Problemi tribologii. Hmel'nic'kij, 2007, no.3, pp. 9-17.
10. Zamrij A. A. Proektirovanie i raschet metodom konechnyh jelementov trehmernyh konstrukcij v srede APM Structure 3D. M. : APM, 2006, p. 288.
11. APM WinMachine. Sistema rascheta i proektirovanija detalej i konstrukcij metodom konechnyh jelementov. Versija 9.6. Rukovodstvo pol'zovatelja [Jelektronnyj resurs]. Jelektron. tekstovye dannye. Rezhim dostupu : <http://www.apm.ru>.
12. SCAD Office. Vychislitel'nyj kompleks SCAD. M. : ASV, 2004, p. 592.
13. Popov A. P. Kontaktnaja zadacha naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija tel pri rabote stal'nogo kanatnogo bloka i trosa. Problemi tribologii. Hmel'nic'kij, 2011, no 1, pp. 29-36.
14. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte. Verhandlungen des Vereines zur Beforderung des Geverbefleisses. Berlin. Nov, 1882, p. 449.
15. Pat. 66305 Ukraïna, MPK V 66 D 3/04. Pidjomnij kanat. O. P. Popov, B. I. Butakov, D. D. Marchenko, O. I. Savenkov ; zajavnik i vlasnik Marchenko D. D. no. u201108208 ; zajavl. 30.06.2011 ; opubl. 26.12.2011, Bjul. no. 24.
16. Butakov B. I. Osnovnye principy tehnologii impul'snogo i maloskorostnogo vozdejstvija na strukturu i svojstva metallov i splavov: dis. na soiskanie uchenoj stepeni doktora tehn. nauk: 05.02.01. K., 1992, p. 533.
17. Butakov B. I. Optimizacija parametrov poverhnostnogo uprochnenija obkatyvaniem rolnikami kanatnyh blokov s cel'ju povysenija ih kontaktnoj. Problemi tribologii. Hmel'nic'kij, 2010, no. 3, pp. 99-107.