

تأثير اتجاهية أنبوب نصف دائري المقطع على انتقال الحرارة بالحمل الطباقى المشترك الحر والقسري

حمدي عماد الدين احمد حمدي

قسم الهندسة الميكانيكية - جامعة الأنبار

الخلاصة:

تم في هذا البحث إجراء دراسة نظرية لبيان تأثير اتجاهية أنبوب نصف دائري على انتقال الحرارة بالحمل الطباقى المشترك الحر والقسري مسخن بثبوت درجة حرارة السطح. شملت الدراسة منطقة الدخول الحراري وتمام التشكيل الهيدروليكي . تضمنت الدراسة حلاً عددياً للمعادلات الحاكمة للجريان وانتقال الحرارة لنصف أنبوب دائري مائل باستعمال المعادلات الأساسية (الاستمرارية ، الطاقة ، والزخم بالاتجاهات الاسطوانية الثلاث (r, θ, z) بعد أن اختزلت إلى أربع معادلات لا بعدية هي معادلة الطاقة ومعادلة الزخم بالإتجاه القطري والمماسي ومعادلة الزخم بالإتجاه المحوري ومعادلة الدوامية حيث كانت المتغيرات فيها هي درجة الحرارة ودالة الجريان والسرعة المحورية وتم تحويلها الى الصيغة اللابعدية بدلالة كلاً من عدد كراشوف ، برانتل ، رينولدز وعدد رايلي ، وحلت هذه المعادلات عددياً باستخدام الطريقة الإرتحالية وطريقة كاوس . أستخرجت نتائج الحلول العددية للأنبوب نصف الدائري بثبوت درجة حرارة السطح في منطقة النمو الحراري حيث مثلت النتائج لقيم مختلفة من زوايا ميل القناة ولقيم عدد رايلي متغيرة بمخططات دالة الجريان ودرجة الحرارة وتوزيع قيم عدد نسلت الموضوعية حول محيط القناة وتغير قيم عدد نسلت المعدل بتغير قيم عدد رايلي. بينت نتائج الحل العددي إن الجريان الثانوي الناتج عن الحمل الحر له تأثير هام على عملية انتقال الحرارة وإن أعظم تأثير له يكون عند الموضوع الأفقي للقناة ويتناقص تأثيره بزيادة ميلان القناة إلى الوضع العامودي .

INFLUENCE OF SEMI-TUBE ORIENTATION ON COMBINED FREE AND FORCED LAMINAR CONVECTION HEAT TRANSFER

Hamdi E. Ahmed Hamdi

Mechanical Engineering Department, University of Anbar

Abstract :

A Theoretical study has been conducted on the influence of Semi-tube orientation on combined free and forced laminar convection heat transfer where the Semi-tube heated with constant surface temperature. The theoretical study was done for both the thermal entrance region and hydraulically fully developed region.

Theoretically the governing equations for a flow through an inclined Semi-tube were reduced to four, which are continuity equation, radial and tangential momentum equations, axial momentum equation and vorticity equation in which the variables were the temperature, vorticity, stream function and axial velocity. These equations were reduced to dimensionless equations in which Grashof, Prandtl, Reynolds and Rayleigh numbers were presented. These equations were numerically solved by using the marching process explicit finite difference method and Gauss elimination technique. Numerical results for the inclined Semi-tube heated by constant surface temperature in the thermal entrance region were obtained and represented by stream function contours and isotherms for different values of Rayleigh and channel angle, as well as the circumferential distribution of local Nusselt number and the change of average Nusselt number with Rayleigh number. The results clarify the significant effects of the secondary flow created by natural convection on the heat transfer process, reveal an increase in the Nusselt number as the angle of inclination moves from the vertical to the horizontal position.

الرموز اللاتينية

الرموز المستخدمة

| | | | |
|----------|---|-------|---|
| α | زاوية ميل القناة | A | المساحة ، m^2 |
| β | معامل التمدد الحجمي ، $1/K$ | a | نصف قطر القناة ، m |
| ν | اللزوجة الكينماتية (μ/ρ) ، m^2/s | cp | السعة الحرارية عند ثبوت الضغط ، kJ/kg |
| θ | درجة الحرارة اللابعدية | D_h | القطر الهيدروليكي ، m |
| μ | اللزوجة الديناميكية ، $kg/m.s$ | g | التعجيل الأرضي ، m/s^2 |
| ρ | الكثافة الكتلية ، kg/m^3 | h | معامل إنتقال الحرارة بالحمل ، $W/m^2.K$ |
| τ | الزمن اللابعدية | k | خطوة الإزاحة بالاتجاه المحوري z |
| Ψ | دالة الانسياب اللابعدية | k_f | الموصلية الحرارية للمائع ، $W/m.K$ |
| ψ | دالة الانسياب ، m^2/s | L | الطول ، m |
| ω | الدوامية اللابعدية | m | خطوة الإزاحة بالاتجاه نصف القطري r |
| Ω | الدوامية ، $1/s$ | n | خطوة الإزاحة بالاتجاه المماسي ϕ |
| * | | P | الضغط اللابعدية |
| | | P_z | هبوط الضغط بالإتجاه المحوري اللابعدية ، N/m^2 |
| | | p | الضغط ، N/m^2 |

المقدمة

إن معامل انتقال الحرارة بالحمل داخل أنبوب نصف دائري يتأثر بشكل واضح بوجود قوى الجاذبية خصوصاً عند معدلات جريان منخفضة ، إذ إن اتجاهية الأنبوب تؤثر بشكل مباشر على منحنيات السرعة ودرجة الحرارة المصاحبين لعملية انتقال الحرارة ، حيث إن الأنبوب ذو الوضع الأفقي يحصل عنده تعامد بين اتجاهي قوى الطفو واتجاه الجريان الرئيسي والذي بدوره يولد تيارات الجريان الثانوي العمودية على اتجاه الجريان الرئيسي ، على العكس من ذلك لحالة الأنبوب العمودي فيحدث تطابق اتجاهي كل من قوى الجاذبية والجريان الرئيسي وهو ما يؤثر بشكل مباشر بعدم تولد جريان ثانوي ومابين تلك الحالتين فإن

الأنبوب المائل وتأثير زاوية ميله على معدل الحرارة المنتقلة بالحمل لم تدرس بشكل وافي لجميع زوايا ميل الأنبوب . في الواقع العملي فان حالة الأنبوب المائل شائعة الاستخدام في المبادلات الحرارية والمجمعات الشمسية المسطحة التي يعتمد اتجاهها على زاوية سقوط أشعة الشمس على المجمع الشمسي .

تعتبر دراسة Allen و Finn (1970) من الدراسات العملية والنظرية المبكرة التي تطرقت لموضوع انتقال الحرارة بالحمل المختلط في القنوات العامودية دائرية المقطع حيث استخدمنا النفط كمائع جريان ذو عدد برانتل مرتفع وتم الأخذ بالاعتبار تغير الخواص الفيزيائية للمائع مع التغير الحاصل في درجة الحرارة ، تبعهما الباحث Raghavacharyulu (1985) بدراسته النظرية لانتقال الحرارة بالحمل المركب الحر والقشري وأيضاً لقناة دائرية المقطع عامودية غير أن المادة المصنوع منها الأنبوب كانت مادة مسامية حيث سخنت هذه القناة بثبوت الفيض الحراري عند السطح وحلت المعادلات الحاكمة للسرعة ودرجة الحرارة باستخدام صيغة متسلسلات فورير مع استخدام تقريب بويسنسك لمعالجة حد الطفو وفرض الجريان طباقى وتام النمو الهيدروليكي والحراري ، ومن ثم قام الباحث Tanaka et al. (1987) وزملائه بدراسة عملية ونظرية لانتقال الحرارة بالحمل المختلط داخل قناة دائرية المقطع عامودية مسخنة بثبوت الفيض الحراري وفي منطقة تمام النمو الهيدروليكي والحراري مع استخدام غاز النيتروجين المضغوط كمائع اختبار في الجانب العملي من الدراسة ، استخدم الباحثون أعلاه مدى واسع من عدد رينولدز تراوح بين $(3000 \leq Re \leq 5000)$ لينتقل الجريان مابين الطباقى والجريان المضطرب ، في حين كان تغير شكل مقطع الجريان إلى الشكل البيضوي ولنفس الوضع العامودي هو موضوع الدراسة النظرية التي أجراها الباحث Lasode (2007). وفي طور تغير شكل مقطع الجريان قام الباحث Nyce et al. (1992) وزملائه بدراسة نظرية وعملية لانتقال الحرارة بالحمل المختلط في قناة مستطيلة أفقية مسخنة من أسفلها ومبردة من أعلاها لحالة عدد رايلي ثابتة عند $(Ra = 22200)$ ولنسبة شكل $(Aspect Ratio=2)$ تم في هذه الدراسة معرفة تأثير الحمل الطبيعي على توزيع السرعة المحورية في منطقة الدخول الحراري .

أما انتقال الحرارة بالحمل المختلط في القنوات المائلة فقد بدء دراستها نظرياً عام (1966) الباحثان Iqbal و Stachiewicz بدراسة طبيعة الجريان وانتقال الحرارة بالحمل المختلط خلال قناة دائرية مائلة سخنت بثبوت الفيض الحراري عند السطح وفرض الباحثان الجريان طباقياً وتام النمو الهيدروليكي والحراري واستعملا تقريب بويسنسك لبيان تأثير قوة الطفو كما ووجد الباحثان إن أعظم قيمة لعدد نسلت تحصل عندما تكون زاوية ميل الأنبوب (α) واقعة بين $(30^\circ - 35^\circ)$ في حالة جريان الهواء وبمدى $(20^\circ - 40^\circ)$ لحالة جريان الماء في الأنبوب المائل . تبعت هذه الدراسة ما قام به الباحثان Choudhury و Patankar (1988) إذ درسا تحليلياً انتقال الحرارة بالحمل المختلط في قناة دائرية المقطع مائلة سخنت بثبوت درجة حرارة السطح ، شملت الدراسة منطقة الدخول الهيدروليكي والحراري وحصل الباحثان على النتائج لموائع ذات عدد برانتل $(Pr = 0.7, 5, 10)$ وحلت المعادلات الحاكمة عددياً باستخدام طريقة الفروقات المحددة . لم تظهر زاوية الميل

(α) كمتغير صريح في المعادلات الحاكمة للجريان وانتقال الحرارة وإنما تم تضمينها ضمن العامل الحاكم عدد رايلي المعدل (Ra^*)، أظهرت الدراسة مدى تأثير الجريان الثانوي في مواضع متعددة من مجرى المائع في الأنبوب المائل على انتقال الحرارة بالحمل المختلط . كذلك فقد قام الباحثان Bello-Ochende و Adegun (2004) في مجال القناة المائلة دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل المختلط مضافاً إليه تأثير الإشعاع لجريان طباقى بين قناة مربعة المقطع تدور حول محور الجريان ثبت داخلها قناة دائرية المقطع ، أما الباحث Mohammed (2005) فقد أجرى دراسة عملية ونظرية لانتقال الحرارة بالحمل المختلط في مجرى حلقي سخنت الاسطوانة الداخلية لكل من طرفي التسخين بينما عزلت الاسطوانة الخارجية حرارياً ، حلت المعادلات الحاكمة عددياً باستخدام طريقة الفروقات المحددة واستخرجت النتائج على شكل مخططات دالة الانسياب وتوزيع درجات الحرارة وعدد نسلت الموضوعي لمدى متغير من زاوية ميل القناة (α) .

الجانب النظري

تم استخدام الفرضيات الآتية لغرض تبسيط الحل العددي مع ملاحظة عدم التأثير بالحل العام ودقته :

- 1 - الجريان غير انزلاقي وتام النمو الهيدروليكي (Fully Developed) .
- 2 - عدم وجود مصدر حراري (Heat Source) .
- 3 - عدم تغير قيم الحرارة النوعية والموصولية الحرارية واللزوجة بتغير درجات الحرارة .
- 4 - يمكن إهمال حد تبديد اللزوجة (Viscous Dissipation Term) في معادلة الطاقة للحالة المدروسة لكون السرعة قليلة .
- 5 - الجريان باتجاه الأعلى فقط (Assistants Flow) .
- 6 - اعتماد فرضية بويسنسك (Boussinesq) إذ أن الكثافة تعد ثابتة ما عدا في حد قوة الطفو لإن حركة المائع تعتمد على تغير الكثافة ولذلك يمكن وصف تغير كثافة المائع بالصيغة الآتية :

$$\rho_f = \rho_w [1 - \beta (T_w - T)] \quad (1)$$

7 - الجريان ثنائي البعد (r, ϕ) متناظر حول المستوي العمودي الذي يمر في مركز النظام ، وبذلك يمكن دراسة جانب واحد من النظام .

بناءً على الفرضيات المذكورة أعلاه فإن معادلة الإستمرارية يمكن التعبير عنها بالإحداثيات القطبية كما يأتي Kays و Crawford (1993):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} = 0 \quad (2)$$

وتكون معادلات الزخم بالإحداثيات القطبية (r, ϕ) والإحداثي المحوري (z) على التوالي كآتي Kays و Crawford (1993) :

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{v^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right) - \rho g (\cos \phi \cos \alpha) \quad (3a)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{u v}{r} \right) = - \frac{\partial p}{r \partial \phi} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{v}{r^2} \right) + \rho g (\sin \phi \cos \alpha) \quad (3b)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) - \rho g \sin \alpha \quad (3c)$$

وتأخذ معادلة الطاقة بالإتجاهات المحورية الثلاث (r, ϕ, z) الصيغة الآتية Kays و Crawford (1993) :

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} = k_f \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right] - w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4)$$

يتم التخلص من حد الضغط من معادلتني الزخم بإتجاهي (r, ϕ) بالتفاضل المتقاطع بين مركبتي الزخم. وإذا

عرفنا دالة الإنسياب بالإحداثيات القطبية كآتي : $u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \phi}$ و $v = - \frac{\partial \psi}{\partial r}$ بذلك تختزل معادلة الزخم إلى

الصيغة الآتية :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial \phi} \right] = v \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \phi^2} \right] + g \beta \left[\frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + \sin \phi \frac{\partial T}{\partial r} \right] \cos \alpha \quad (5)$$

لكون الحل المباشر لمعادلات القطع الناقص (Elliptic D. E.) مرهقاً حسابياً تستخدم فرضية إضافة حد التغير مع الزمن إلى الجانب الأيسر من المعادلات (3a) و (3b) و (5) لتتحول من معادلات قطع ناقص إلى معادلات قطع مكافئ (Parabolic D. E.) وهي فرضية لا تخل بالحل العام للمعادلات وتسهله إلى حد كبير ، وعليه ستأخذ معادلة الزخم بالإتجاه المحوري (z) الشكل الآتي Kays و Crawford (1993) :

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) - \rho g \sin \alpha \quad (6)$$

وتأخذ معادلة الزخم بالإتجاه (r, ϕ) الشكل الآتي :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial \phi} \right] = \nu \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \phi^2} \right] + g \beta \left[\frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + \sin \phi \frac{\partial T}{\partial r} \right] \cos \alpha \quad (7)$$

في حين تأخذ معادلة الطاقة الشكل الآتي Kays و Crawford (1993) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \phi} = k_f \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right] - w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (8)$$

مع ملاحظة إن معادلة الدوامية بالإحداثيات القطبية تكون بالصيغة الآتية :

$$\nabla^2 \psi = -\Omega \quad (9)$$

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} \quad (10)$$

وبتعريف العوامل اللابعدية الآتية

$$W = \frac{w}{\langle W \rangle} \quad , \quad \tau = \frac{\langle W \rangle}{a} t \quad , \quad R = \frac{r}{a} \quad , \quad \Psi = \frac{\psi}{a \langle W \rangle}$$

$$P = \frac{p}{\rho \langle W \rangle} \quad , \quad Z = \frac{z}{a \text{Re Pr}} \quad , \quad \omega = \frac{a}{\langle W \rangle} \Omega \quad , \quad \theta = \frac{T - T_w}{T_i - T_w} \quad , \quad G = \frac{a}{\langle W \rangle^2} g$$

وتعويضها في معادلات الزخم والطاقة مع ملاحظة أن $\frac{\partial P}{\partial Z} = P_z$ وبتبسيطها ينتج :

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \frac{\partial W}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial W}{\partial \phi} \right] = -P_z + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 W - G \sin \alpha \quad (11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \frac{\partial \omega}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial \omega}{\partial \phi} \right] = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega + \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \left[\frac{\cos \phi}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} + \sin \phi \frac{\partial \theta}{\partial R} \right] \cos \alpha \quad (12)$$

يهمل إنحدار الكثافة المحوري لكون إنحدار الضغط (Pressure Drop) ثابت على طول محور القناة لذلك
: (2005) Mohammed

$$W = \hat{W} P_z \quad (13)$$

بقسمة معادلة (11) على (P_z) وتعويض معادلة (13) فيها ينتج :

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = -\frac{1}{R} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \frac{\partial \hat{W}}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial \hat{W}}{\partial \phi} \right] - 1 + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \hat{W} - G \sin \alpha \quad (14)$$

بما إن معدل السرعة يبقى ثابتاً فإن إنحدار الضغط المحوري (P_z) يأخذ صيغة التكامل الآتي Mohammed
:(2005)

$$P_z = \left[\pi / 2 \int_0^{\pi/2} \int_0^1 \hat{W} R dR d\phi \right] \quad (15)$$

أما معادلة الطاقة بعد تعويض العوامل اللابعدية فيها والتبسيط فتصبح :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \frac{\partial \theta}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla^2 \theta - \frac{1}{\text{Re Pr}} W \quad (16)$$

الشروط الحدية

الظروف الحدية للأنبوب نصف الدائري في حالة الإستقرار تكون كالاتي :

$$\hat{W}(R, \phi, 0) = 0 \quad 1 - \text{السرعة المحورية}$$

$$\hat{W}(0, \phi, z) = \hat{W}(1, \phi, z) = \hat{W}(R, 0, z) = \hat{W}(R, \pi, z) = 0$$

$$\theta(R, \phi, 0) = 1 \quad 2 - \text{درجة الحرارة}$$

$$\theta(0, \phi, z) = \theta(1, \phi, z) = \theta(R, 0, z) = \theta(R, \pi, z) = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \phi}(R, \frac{\pi}{2}, z) = 0$$

$$\Psi(R, \phi, 0) = 0$$

3 - دالة الإنسياب

$$\Psi(0, \phi, z) = \Psi(1, \phi, z) = \Psi(R, 0, z) = \Psi(R, \pi, z) = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \phi}(R, \frac{\pi}{2}, z) = 0$$

$$\omega(R, \phi, 0) = 0$$

4 - الدوامية

$$\omega(0, \phi, z) = -\frac{\partial^2 \Psi(0, \phi, z)}{\partial R^2}, \quad \omega(1, \phi, z) = -\frac{\partial^2 \Psi(1, \phi, z)}{\partial R^2}$$

$$\omega(R, 0, z) = -\frac{\partial^2 \Psi(R, 0, z)}{R^2 \partial \phi^2}, \quad \omega(R, \pi, z) = -\frac{\partial^2 \Psi(R, \pi, z)}{R^2 \partial \phi^2}, \quad \omega(R, \frac{\pi}{2}, z) = 0$$

الحل العددي للمعادلات الحاكمة

تقسم منطقة الجريان المحددة بالإحداثيات القطبية (R, ϕ) كما مبين بالشكل (B-1) إذ تكون التقسيمة الواحدة بالأبعاد الآتية $(\Delta R \times \Delta \phi)$. إن عدد التقسيمات الشبكية في هذه الحالة سيكون $(mt \times nt)$ في حين ستكون $((mt+1) \times (nt+1))$ من العقد الشبكية وذلك لنصف منطقة الجريان لوجود ظاهرة تماثل الجريان حول المحور العامودي لنصف الأنبوب الدائري. يمكن الحصول على الحل بدلالة درجة الحرارة ودالة الإنسياب والدوامية والسرعة المحورية من الحل العددي للمعادلات الحاكمة مع الشروط الحدية المرتبطة بها باستخدام طريقة الفروقات المحددة. وبعد تحويل المعادلات التفاضلية إلى جبرية بصيغة الفروقات المحددة وبالتبسيط نحصل على معادلات الطاقة والزخم بالإتجاه المحوري والزخم بالإتجاهين (R, ϕ) الآتية : (1995) Anderson

$$\theta_{m,n}^{k+1} = \left| -t_1 + \frac{1}{\text{Re Pr}} (t_2 - W_{m,n}) \right|^k \Delta \tau + \theta_{m,n}^k \quad (17)$$

$$\hat{W}_{m,n}^{k+1} = \left| -t_3 - 1 + \frac{t_4}{\text{Re}} - \frac{G}{P_z} \sin \alpha \right|^k \Delta \tau + \hat{W}_{m,n}^k \quad (18)$$

$$\omega_{m,n}^{k+1} = \left| -t_5 + \frac{t_6}{\text{Re}} + t_7 \frac{Ra}{\text{Re}^2 \text{Pr}} \cos \alpha \right|^k \Delta \tau + \omega_{m,n}^k \quad (19)$$

حيث أن الرمز (t) يعني (term) أي حدود المعادلات الحاكمة بعد التحويل إلى الصيغة اللابعدية.

حساب متوسط السرعة المحورية

يمكن حساب قيمة متوسط السرعة المحورية W_b من حساب الآتي :

$$W_b = \left[\int_0^\pi \int_0^1 \hat{W} R dR d\phi \right] / \pi \quad (20)$$

حساب عدد نسلت الموضعي

يحسب عدد نسلت من المعادلة الآتية :

$$Nu^k = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial \hat{n}} \right|_w^k / \theta_b^k \quad (21)$$

للسطح المستوي من الأنبوب نصف الدائري فإن Kays و Crawford (1993) :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \hat{n}} \right|_w = \left. \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right|_w$$

أما للسطح المنحني من الأنبوب نصف الدائري فإن Kays و Crawford (1993) :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \hat{n}} \right|_w = \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_w$$

كذلك فإن درجة الحرارة الظاهرية θ_b تحسب من التكامل الآتي :

$$\theta_b = \frac{\left[\int_0^{\pi} \int_0^1 \hat{W} \theta R dR d\phi \right]}{\left[\int_0^{\pi} \int_0^1 \hat{W} R dR d\phi \right]} \quad (22)$$

بحل المعادلة (17) عددياً وإستخراج قيم درجة الحرارة اللابعدية وتعويض تلك القيم في المعادلة (22) يمكن استخراج درجة الحرارة الظاهرية θ_b وبالتالي حساب عدد نسلت الموضعي من المعادلة (21) .

النتائج والمناقشة

إن الحل العددي لمعادلات الزخم والطاقة لجريان المائع خلال نصف الأنبوب الدائري المائل مثلت بعدد من المخططات الكنتورية لدالة الانسياب وخطوط تساوي درجة الحرارة للمقطع العرضي لحقل الجريان ولقيم مختلفة من عدد رايلي ولزوايا ميل تتغير من الوضع الأفقي إلى الوضع العامودي في منطقة التشكيل الحراري ، كما وتم إيجاد تغير متوسط عدد نسلت على محيط القناة لقيم زوايا ميل (α) متغيرة ولمدى واسع من أعداد رايلي .

الشكل (2) يمثل المخطط الكنتوري لدالة الانسياب (الجانب الأيمن) ودرجة الحرارة (الجانب الأيسر) لمواقع متغيرة من القناة تراوحت بين ($0.01 \leq Z \leq 0.075$) ولخمس زوايا ميل ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) بثبوت عدد رايلي عند ($Ra = 10^4$) . تم بيان تأثير زاوية ميلان القناة على دالة الانسياب بملاحظة العمود المتكون من خمس مقاطع (الجانب الأيمن) بثبوت المسافة بالاتجاه المحوري عند ($Z = 0.01$) وتغير زاوية الميل ، إذ يلاحظ إن الجريان الثانوي يكون ذا تأثير واضح للقناة الأفقية بينما يتناقص هذا التأثير كلما زادت زاوية ميل القناة إلى أن يضمحل وجود الجريان الثانوي عند تحول القناة إلى الوضع العامودي. كما و يمكن ملاحظة تأثير زاوية ميل القناة (α) على خطوط تساوي درجة الحرارة للمائع (الجانب الأيسر) بأخذ الموضع ($Z = 0.05$) على سبيل المثال حيث يلاحظ إن مركز الكتلة الباردة للمائع في قلب القناة للحالة العامودية ($\alpha = 90^\circ$) يقترب من قاعدة القناة كلما قلت زاوية ميل القناة وصولاً إلى الوضع الأفقي. أما شدة الجريان الثانوي من مدخل القناة إلى منطقة تمام التشكيل الحراري والهيدروليكي فيمكن ملاحظته بمتابعة الجانب الأيمن من الصف الثاني المتكون من أربع مقاطع للقناة بثبوت زاوية الميل عند ($\alpha = 30^\circ$) حيث تراوحت قيم دالة الانسياب ما بين ($-0.0081 \leq \Psi \leq 0.0081$) ، إذ تكون دالة الانسياب للموضع الأول ($Z = 0.01$) بشدة متوسطة ترتفع لتصل إلى قيمتها العظمى في الموضع الثاني ($Z = 0.025$) ومن ثم تقل هذه الشدة إلى أن تتلاشى في الموضعين الثالث والرابع في منطقة تمام التشكيل الحراري . أما توزيع درجات الحرارة على الجانب الأيسر من الشكل فيكون المائع في الموضع الأول ذو درجة حرارية قريبة من درجة حرارة المائع الداخل إلى القناة بينما تسخن طبقات المائع القريبة من الجدار تدريجياً كلما تقدم الجريان إلى أن يصبح

المائع بدرجة حرارية مقارنة لدرجة حرارة سطح القناة في الموضع الأخير من القناة ($Z = 0.075$). **الشكل (3)** يمثل المخطط الكنتوري لدالة الانسياب ودرجة الحرارة لمواضع مختلفة من القناة تراوحت بين ($0.004 \leq Z \leq 0.07$) ولنفس زوايا الميل السابقة ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) بزيادة عدد رايلي ليصل إلى ($Ra = 5 * 10^4$). تم بيان تأثير زيادة عدد رايلي على الجريان الثانوي وتوزيع درجة الحرارة داخل القنوات المائلة حيث تسبب الزيادة في عدد رايلي تعاضماً في شدة الجريان الثانوي لتتراوح قيمة دالة الانسياب ($-0.0127 \leq \Psi \leq 0.0127$) وأيضاً تؤدي تلك الزيادة إلى تقصير طول الدخول الحراري حيث تكون التطورات الحاصلة في قيم دالة الانسياب اقرب إلى مدخل القناة مما هو عليه في **الشكل (2)**. إن مقطع القناة الذي تحصل فيه القيمة العظمى لدالة الانسياب يبتعد عن مدخل القناة كلما زادت زاوية ميل القناة ، كذلك فان تأثير رفع عدد رايلي في **الشكل (3)** يؤدي إلى تسارع تحول درجة حرارة المائع قريباً من درجة حرارة سطح القناة المائلة بفعل زيادة تأثير الحمل الحر المولد لتيارات الجريان الثانوي.

أما **الشكلين (2) و (3)** فقد اشتركا في نفس سلوك دالة الانسياب لحالة القناة العمودية ($\alpha = 90^\circ$) حيث ينعدم وجود تيارات الجريان الثانوي ($\Psi = 0$) كما وان خطوط تساوي درجة الحرارة تصبح ذو شكل منحنيات تأخذ نفس الشكل النصف دائري للقناة وتكون متحدة المركز.

الشكل (4) يمثل تغير معدل عدد نسلت على طول القناة المائلة لزوايا ميل متغيرة ولمدى واسع من أعداد رايلي تراوحت بين ($10^3 \leq Ra \leq 5 * 10^5$) لكل زاوية ميل على حدة. يظهر السلوك العام لتأثير تغير عدد رايلي بثبوت زاوية الميل من ملاحظة **الشكل (B-4)** على سبيل المثال حيث تكون زاوية ميل القناة لهذه الحالة ($\alpha = 30^\circ$) إذ يمثل المنحني رقم (1) تغير عدد نسلت على طول القناة عند عدد رايلي ($Ra = 10^3$) حيث يكون تأثير عدد رايلي غير محسوس على معدل الحرارة المنقلة بالحمل المشترك وتصبح مقارنة لحالة الحمل القسري الخالص ، أما بزيادة عدد رايلي إلى ($Ra = 5 * 10^3$) المنحني رقم (2) تحدث زيادة في معدل عدد نسلت في منطقة الدخول الحراري بفعل التأثير المهم لتيارات الجريان الثانوي الناشئة من الحمل الحر على الحمل القسري مما يؤدي إلى زيادة ملحوظة في معدل الحرارة المنقلة بالحمل المشترك الحر والقسري ويتصاعد هذا التأثير للجريان الثانوي كلما ارتفعت قيمة عدد رايلي ليبدأ هذا السلوك بالاضطراب عند زيادة عدد رايلي لما فوق ($Ra > 10^5$) من ثم تلتحم جميع المنحنيات (1-7) في الموضع ($Z = 0.5$) حيث يمثل هذا الموضع وصول الجريان إلى منطقة تمام التشكيل الحراري إذ يتلاشى عندها تأثير تيارات الجريان الثانوي.

لمعرفة تأثير زاوية ميل القناة على معدل الحرارة المنقلة فيمكن تثبيت النقاط التالية:

- 1 - بملاحظة المنحني رقم (1) في جميع حالات **الشكل (4)** يظهر التأثير الضئيل لزوايا ميل القناة (α) على معدل الحرارة المنقلة بالحمل المشترك عند أعداد رايلي واطئة اقل من ($Ra < 10^3$).

2 - بجمع المنحنيات (1) ، (2) و (3) في كل حالة من الشكل (4) ومقارنتها مع المنحنيات ذاتها الموجودة لحالات زوايا ميل أخرى يتبين لنا إن المنحنيات الثلاثة تتقارب من بعضها وتتناقص معدل الحرارة المنتقلة بالحمل المشترك مع زيادة عدد رايلي كلما زادت زاوية ميل القناة (α) لتتطبق جميع هذه المنحنيات على بعضها في الشكل (E-4) لحالة القناة العامودية حيث ينعلم تأثير زيادة عدد رايلي على معدل انتقال الحرارة بالحمل المشترك.

3 - تظهر حالة الاضطراب في تخمين معدل الحرارة المنتقلة بالحمل على طول القناة المائلة كلما زاد عدد رايلي عن ($Ra > 10^5$) وتزداد قيمة عدد رايلي التي يضطرب عندها سلوك كمية الحرارة المنتقلة كلما زادت زاوية ميل القناة لتصل إلى ($Ra = 2 * 10^5$) عندما تكون زاوية ميل القناة ($\alpha = 60^\circ$) ويمكن ملاحظة ذلك بمقارنة المنحني رقم (6) في جميع حالات الشكل (4).

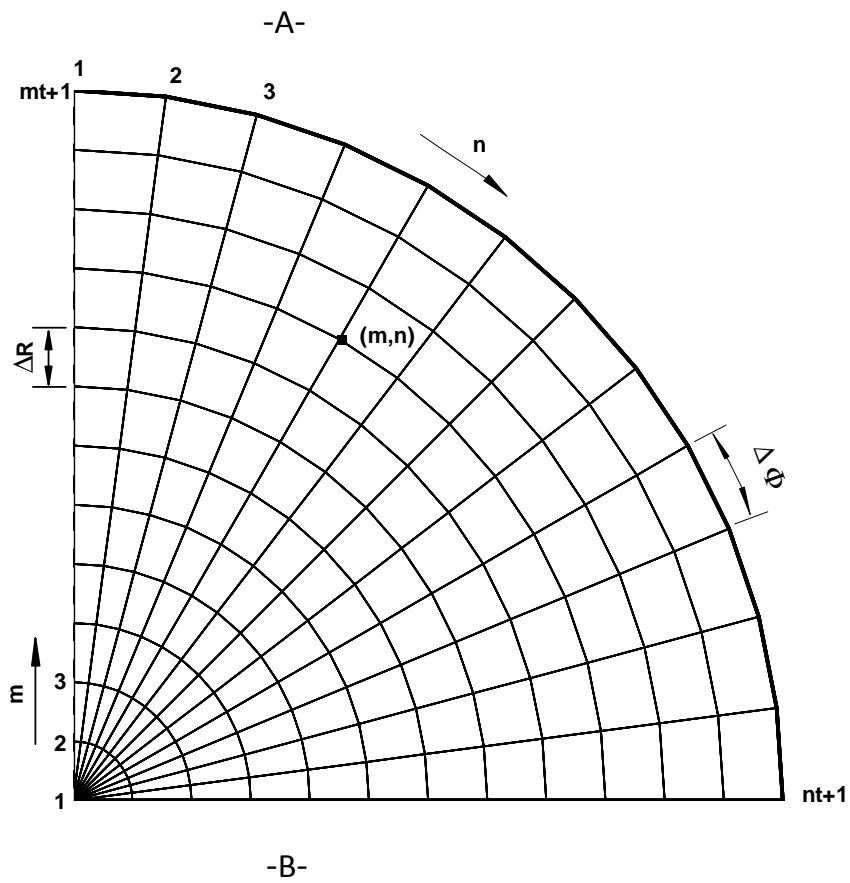
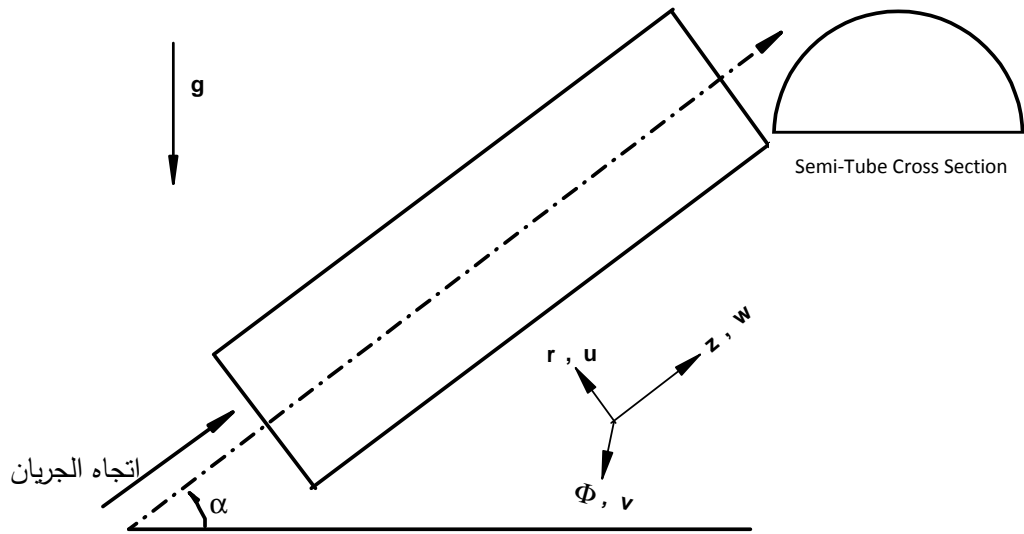
الاستنتاجات

- 1 - تزداد كمية الحرارة المنتقلة بالحمل كلما تحول وضع القناة المائلة من الوضع العامودي إلى الوضع الأفقي.
- 2 - يقل طول منطقة الدخول الحراري بزيادة عدد رايلي وثبوت زاوية ميل القناة.
- 3 - يزداد طول منطقة الدخول الحراري بزيادة زاوية ميل القناة ما عدا القناة ذات الوضع العامودي ($\alpha = 90^\circ$).
- 4 - يكون التباين بتوزيع درجات الحرارة لمقطع الجريان في قيمه العظمى عند الوضع الأفقي للقناة ويقل هذا التباين تدريجياً بزيادة زاوية ميل القناة ، في حين تتحول خطوط تساوي درجة الحرارة على بعد متساوي من جميع جدران القناة و بشكل منحنيات متحدة المركز لحالة القناة العامودية.
- 5 - لحالة القناة العامودية ($\alpha = 90^\circ$) لا تتأثر كمية الحرارة المنتقلة بالحمل المشترك مهما تم رفع قيمة عدد رايلي.

المصادر

- Adegun, I. K. and Bello-Ochende, F. L., "Mixed Convection and Radiative Heat Transfer in an Inclined Rotating Rectangular Duct with a Centered Circular Tube", J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. and Eng., Vol. XXVI, No. 3, PP. 323-329(2004).

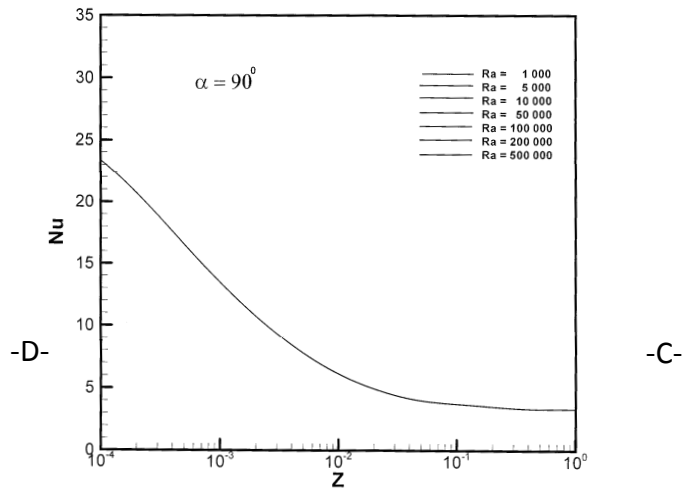
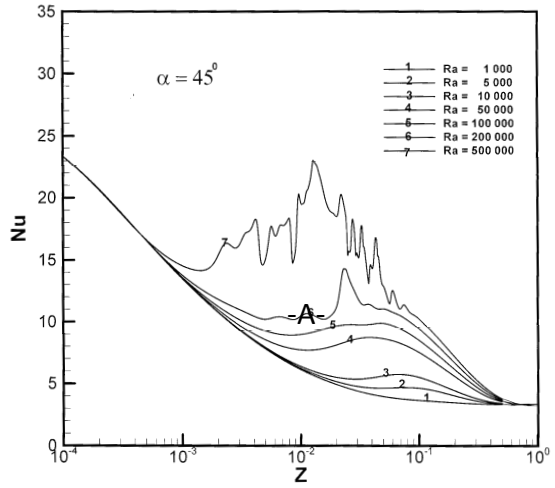
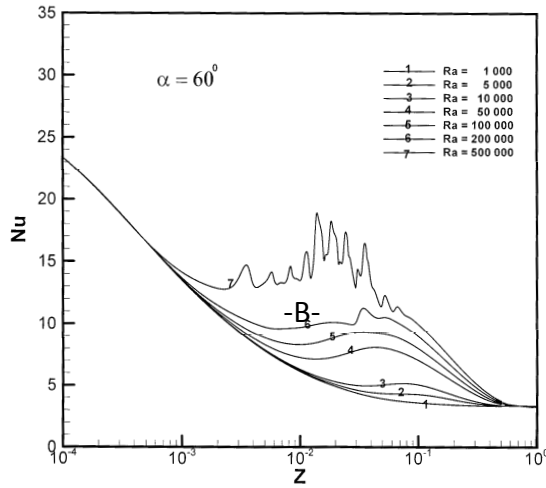
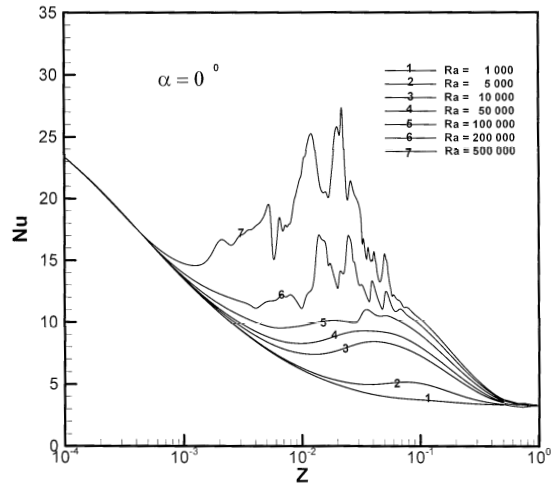
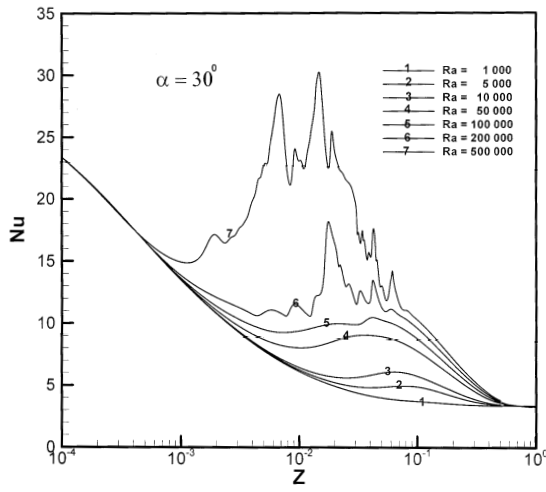
- Allen, P. H. G. and Finn, A. H., "*Profile Development with Mixed Convection in a High Prandtl Number Fluid*", J. Heat Mass Transfer, PP. 299-304(1970).
- Anderson, J. D., "*Computational Fluid Dynamics*", McGraw-Hill Inc. (1995) .
- Choudhury, D. and Patankar, S. V., "Combined Forced and Free Laminar Convection in the Entrance Region of an Inclined Isothermal Tube", J. of Heat Transfer ASME Trans., Vol. 110, PP. 901-910(1988).
- Iqbal, M. and Stachiewicz, J. W., "*Influence of Tube Orientation on Combined Free and Forced Convection Heat Transfer*", J. of Heat Transfer ASME Trans., PP. 109-116(1966).
- Kays, W. M. and Crawford M. E. , "*Convective Heat and Mass Transfer*", 3rd Edition , McGraw - Hill Inc. (1993) .
- Lasode, O. A., "*Mixed Convection Heat Transfer in Rotating Vertical Elliptic Ducts*", J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. and Eng., Vol. XXIX, No. 2, PP. 142-151(2007).
- Mohammed, A. A., "*an Investigation into Laminar Convection Heat Transfer through Concentric Annuli*", Ph. D. Thesis, University of Technology (2005).
- Nyce, T. A., Ouazzani, J., Durand-Daubin, A. and Rosenberger, F., "*Mixed Convection in a Horizontal Rectangular Channel – Experimental and Numerical Velocity Distributions*", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, PP. 1481-1493(1992).
- Raghavacharyulu, N. CH., "*Combined Free and Forced Convection in Vertical Circular Porous Channel*", Indian J. Pure Appli. Math., Vol. 16, PP. 323-328(1985).
- Tanaka, H., Maruyama, S. and Hatano, S., "*Combined Forced and Natural Convection Heat Transfer for Upward Flow in a Uniformly Heated Vertical Pipe*", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, No. 1, PP. 165-174(1987).



-A- التمثيل الفيزيائي

شكل (1) أنبوب نصف دائري مائل

-B- التمثيل الشبكي لمنطقة الجريان



شكل (4) تغير معدل عدد نسلت على طول القناة لقيم متغيرة من عدد رايلي وتغير زاوية ميل القناة $A(\alpha = 0^\circ)$

$E(\alpha = 90^\circ)$ ، $D(\alpha = 60^\circ)$ ، $C(\alpha = 45^\circ)$ ، $B(\alpha = 30^\circ)$ ،