

LE SESSE DEL LAGO DI VICO

G. PANNOCCHIA

Nella ormai ampia serie di studi di sesse ⁽¹⁾ dei laghi italiani iniziata e guidata da P. Caloi per l'Istituto Nazionale di Geofisica, si può inserire anche quello relativo al lago di Vico.

Anche per questo lago, come già per gli altri, si fa riserva di determinare sperimentalmente i valori delle sesse e di confrontarli con i valori che conseguono dai calcoli teorici, e anche per questo,

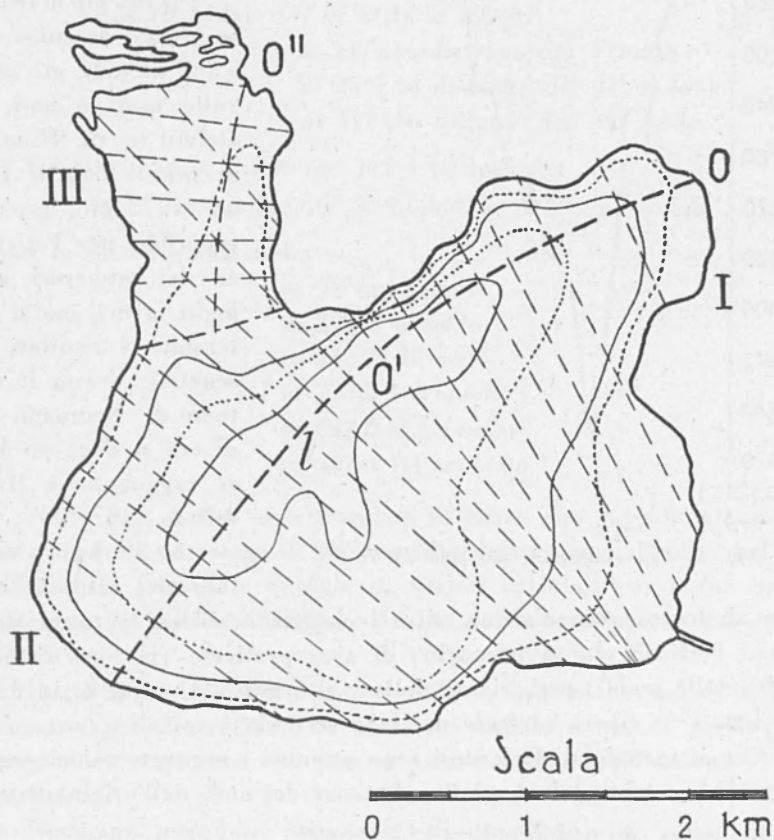


Fig. 1

come per gli altri, non è da escludere, data la forma piuttosto complessa (fig. 1), che fra i valori calcolati e i valori misurati ci sia una certa divergenza.

Il lago di Vico si trova a circa $12^{\circ} 10' E. G.$ e $42^{\circ} 20' N$ ad una altezza s. l. m. di 507 m.; esso rimane poco a N-W del noto centro di Ronciglione. Il suo specchio d'acqua ha una superficie di km^2 11.9 (Atlante dei laghi Italiani G. De Agostini tav. XV); ha una profon-

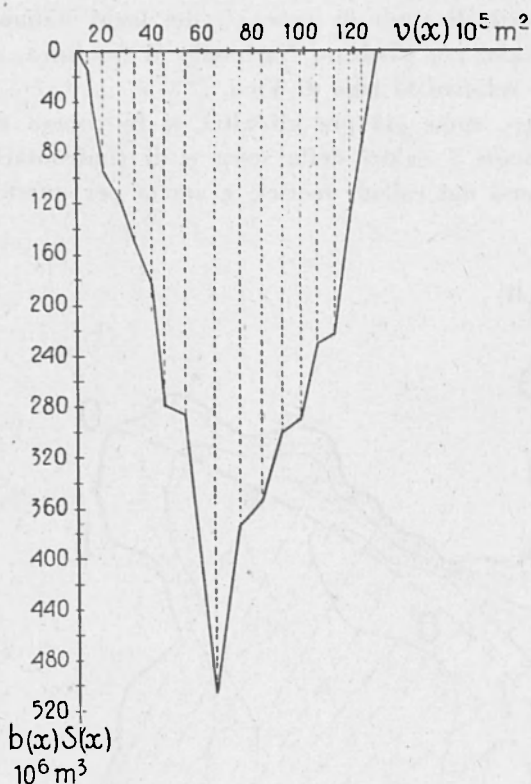


Fig. 2 - Curva normale del lago di Vico

dità massima di 49,5 m e media di 19,90 m; una lunghezza secondo la linea 1 (*linea di valle*) di 4950 m; il suo volume d'acqua è di circa 268.000 m^3 .

Il calcolo delle sesse è stato eseguito con i due metodi, già altre volte usati e noti, di Defant e di Hidaka; di questi non si farà un richiamo essendo superfluo per l'esistenza dei numerosi analoghi lavori, ma si noteranno i risultati essenziali; e con il metodo di Neumann ⁽³⁾ di cui si darà un breve ragguaglio e il risultato.

Nella fig. 1 sono indicate, oltre il contorno dello specchio d'acqua, oltre le isobatimetriche, le tracce delle sezioni verticali che si immagina di aver praticato (la loro distanza risulta dalla scala); per origine delle x si è preso il punto 0; in fig. 2 è riportata la *curva normale* del lago secondo i calcoli.

Con il metodo di Defant si sono ottenuti i seguenti valori per le sesse uni-bi-e tri-nodale e relative distanze dei nodi dall'origine 0:

$$\text{sessa uni-nodale: } T = 8^{\text{m},3} = 498^{\text{s}}$$

m 2250 distanza del I nodo;

sessa bi-nodale : $T = 5^m,11 = 306^s,6$
 m 1000 distanza del I nodo
 m 3250 distanza del II nodo;

sessa tri-nodale : $T = 3^m,67 = 220^s,2$
 m 460 distanza del I nodo
 m 2000 distanza del II nodo
 m 3712,5 distanza del III nodo.

Con il metodo di Hidaka si sono ottenuti i seguenti valori:

sessa uni-nodale: $T = 7^m,68 = 460^s,6$
 m 2342,44 distanza del I nodo;

sessa bi-nodale : $T = 4^m,71 = 282^s,9$
 m 1393,35 distanza del I nodo
 m 3480,20 distanza del II nodo;

sessa tri-nodale : $T = 3^m,14 = 188^s,6$
 m 1173,46 distanza del I nodo
 m 2547,58 distanza del II nodo
 m 4119,56 distanza del III nodo.

Ne risultano le differenze per i periodi di:

$0^m,62$ uni-nodale; $0^m,40$ bi-nodale; $0^m,53$ tri-nodale

e per le distanze dei nodi:

m 92 uni-nodo
 m 393 I bi-nodo
 m 230 II bi-nodo
 m 713,5 I tri-nodo
 m 547,6 II tri-nodo
 m 407,0 III tri-nodo.

Nelle figg. 3 e 4 sono tracciate le curve che rappresentano l'andamento delle ampiezze di spostamento della massa d'acqua nel caso dell'uni-bi e tri-nodale desunte dai valori calcolati per i due metodi citati (curva continua metodo di Defant e tratteggiata metodo di Hidaka).

Come si è detto all'inizio, si è fatto uso anche del metodo di Neumann per determinare la sessa uni-nodale e questo perché si è ritenuto che la forma del lago si prestasse alla applicazione di tale metodo.

Neumann introduce il concetto di impedenza, già usato in acustica e nei circuiti oscillanti elettromagnetici, per i sistemi continui,

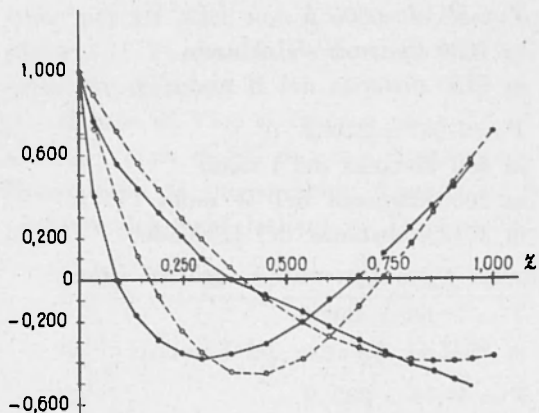


Fig. 3

applicandolo quindi alla teoria delle sesse. Il Neumann tien conto dell'influenza reciproca di bacini comunicanti per mezzo di canali sul periodo complessivo d'oscillazione; o di quella di vari rami di uno stesso bacino. Per impedenza idrodinamica nelle oscillazioni di masse di acqua egli definisce il rapporto:

$$\bar{Z} = \frac{p_0}{S (\partial \zeta_0 / \partial t)_{\max}} = \frac{\text{ampiezza di pressione}}{\text{superficie} \times \text{ampiezza di velocità}} \quad [1]$$

e ne calcola il valore attraverso le equazioni idrodinamiche per i casi più comuni. Si riporta qui solo il valore che essa assume, secondo il

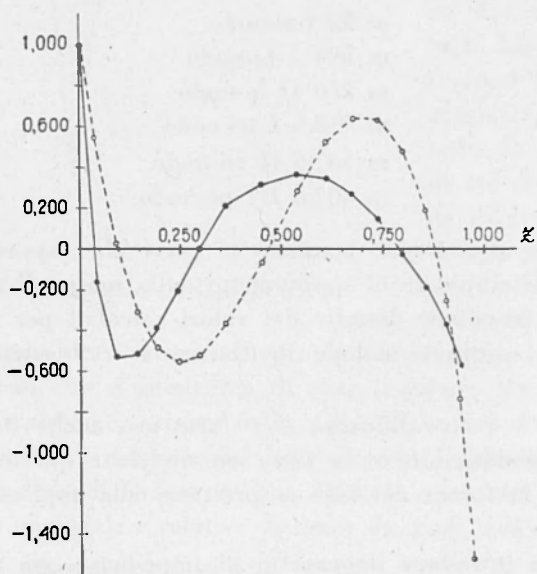


Fig. 4

Neumann, in caso di bacini chiusi da un solo lato dalla superficie trasversale $S = bh$ (b = larghezza, h = profondità):

$$Z = -\frac{i \rho c}{S} \cotg. \frac{\omega L}{c} \quad , \quad L = \lambda/4 \quad [2]$$

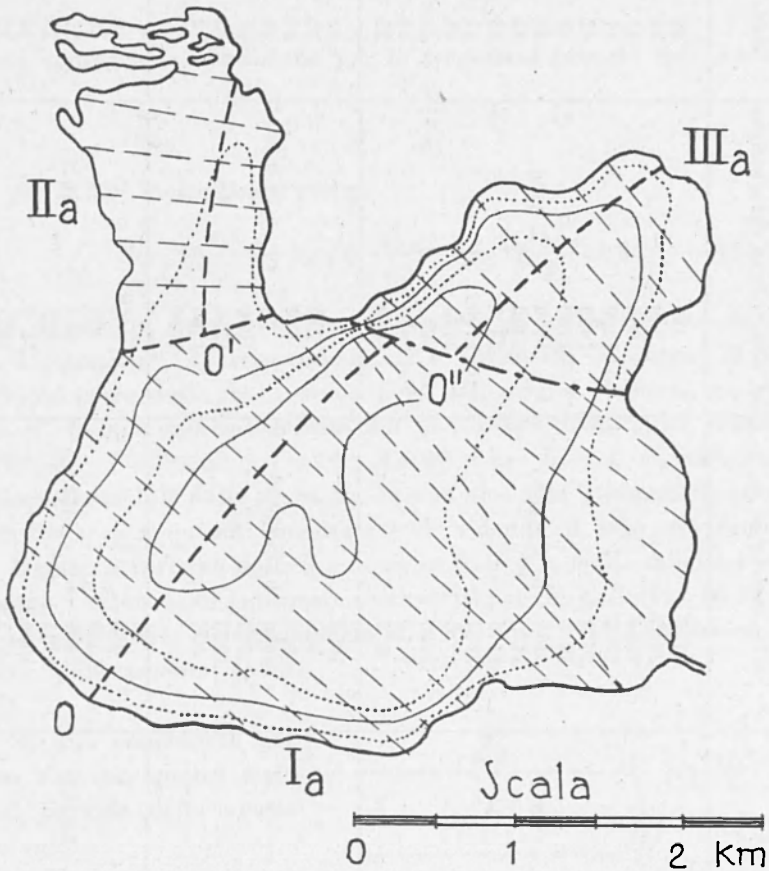


Fig. 5

dove $i = \sqrt{-1}$, $c = \sqrt{gh}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, L = lunghezza del bacino, λ = lunghezza d'onda, ρ = densità dell'acqua.

Sempre per Neumann per un lago I , simile al caso del lago di Vico, che si ramifichi in II e III , i due rami II e III vengono a trovarsi in parallelo dopo il ramo I di impedenza Z . Sicché analogamente ai circuiti elettromagnetici l'impedenza complessiva di II e III sarà:

TABELLA I

Stamo del lago	N.º d'ordine della sezione	Area delle sezioni verticali in m. ²	b Larghezza alla superficie della sezione in m.	l Distanza progressiva dall'origine in m. della sezione	h Profondità max della sez. in m.
I _a	9	38,800	17 5	450	30
	8,5	58,250	2225	700	34
	8	83,000	2685	950	41
	7,5	83,300	2775	1200	42
	7	97,950	2950	1450	42
	6,5	97,500	30 5	1700	42
	6	91,000	3150	1900	45
	5,5	82,150	3175	2200	43
	5	92,000	3175	2400	43
	4,5	72,000	2825	2700	44
	4	66,850	27 5	2775	43
	3	54,400	2100	2825	45
	2	36,500	1750	3075	43
1	10,400	900	3300	25	
		$\bar{\sigma}_{1a} = 68,875$	$\bar{b}_{1a} = 2548,93$	$\bar{l}_{1a} = 3300$	$\bar{h}_{1a} = 27,02$
II _a	7	11,200	1000		15
	6	8,250	875	200	16
	5	7,750	925	500	15
	4	7,450	1050	50	14
	3	6,800	1075	1000	11
	2	3,850	1275	1250	5
	1	700	375	1500	2
		$\bar{\sigma}_{IIa} = 6578,57$	$\bar{b}_{IIa} = 939,29$	$\bar{l}_{IIa} = 1900$	$\bar{h}_{IIa} = 27,00$
III _a	1	30,600	850	1 5	40
	2	39,050	1500	425	40
	3	35,200	1475	675	35
	4	22,100	1175	925	26
	5	14,500	1000	11 5	20
	6	7,800	975	1425	13
		$\bar{\sigma}_{IIIa} = 24,883$	$\bar{b}_{IIIa} = 1162,5$	$\bar{l}_{IIIa} = 1675$	$\bar{h}_{IIIa} = 21,40$

$C_{1a} = 1628,0855 \text{ cm. / sec.}$

$C_{IIa} = 828,674 \text{ cm. / sec.}$

$C_{IIIa} = 1448,91 \text{ cm. / sec.}$

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad \text{da cui} \quad P = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

Ed essendo il ramo *I* in serie con (*II* + *III*) (fig. 6):

$$Z_1 + P = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

da cui consegue la condizione per la frequenza propria dell'insieme:

$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = 0$$

che per la [2] moltiplicata per *g*:

$$b_1 c_1 \operatorname{tg} \frac{\omega l_1}{c_1} + b_2 c_2 \operatorname{tg} \frac{\omega L_2}{c_2} + b_3 c_3 \operatorname{tg} \frac{\omega L_3}{c_3} = 0 \quad [3]$$

L'equazione, nota Neumann, coincide con quella dedotta da Zeilon. L'equazione [3] trascendente si è cimentata dapprima al lago suddiviso come dalla fig. 1 (rami *I*, *II*, *III*, origine delle x_1, x_2, x_3 in 0, 0', 0'' usando successivamente per ω i valori dedotti dai valori di $T=8^m, 3$; $T=7^m, 68$; $T=7^m$; $T=9^m$ e per b_i, c_i, l_i ($i=1^0, 2^0, 3^0$) i valori deducibili dalla carta fig. 1; non si è mai ottenuto di poterla soddisfare; si è quindi cimentata suddividendo il lago nei rami I_a, II_a, III_a fig. 5 (origine delle x_1, x_2, x_3 in 0, 0' 0''). Nella tabella I sono riportati i valori usati (misurati o calcolati) per b_i, c_i, l_i ($i=1^0, 2^0, 3^0$). Per $\omega = 0,011081$, conseguente da $T = 9^m, 45 = 567^s$, l'equazione [3] risulta praticamente soddisfatta.

Si può concludere pertanto che con questo metodo il periodo della uni-nodale vale:

$$T = 9^m, 45$$

Dei tre periodi per la uni-nodale trovati per via

teorica non si può dire a priori quale sia il più prossimo alla realtà; per altro si ritiene che quest'ultimo sia il più attendibile sembrando molto suasive le induzioni e anche le misure e calcoli fatti dal Neumann; per altro la misura diretta dirà l'ultima parola.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Giugno 1950.

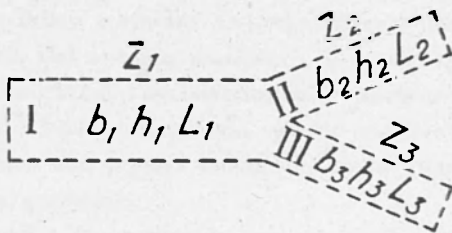


Fig. 6

RIASSUNTO

Nel presente lavoro si determinano con i metodi di Defant e di Hidaka i periodi delle sesse uni-bi e tri-nodale del lago di Vico, le relative distanze dei nodi e le curve rappresentanti l'andamento delle ampiezze di oscillazione con i metodi detti. Con il metodo indicato da Neumann si determina di nuovo il periodo della sessa uni-nodale.

BIBLIOGRAFIA

(1) CALOI P.: *Le sesse del lago di Garda. Parte prima. Sesse che interessano l'intero lago.* Ann. Geof., I, 24-48 (1948).

CALOI P.: *Le sesse del lago di Garda. Parte seconda.* Ann. Geof., I, 175-199 (1948).

(2) PERRONE: *Carta idrografica d'Italia. Vol. Tevere,* 256-258.

(3) NEUMANN G.: *Beitrage zur Theorie der Seiches in zusammengesetzten Seebeckensystemen.* Ann. Geof., III, 15-24 opp. 11-116 (1950).