# DUE ESTENSIONI DEL CONCETTO DI TEMPERATURA

Alessandro Amerio

1. — Temperatura di una particella elementare isolata.

La temperatura di un corpo è definita mediante un termometro posto in intimo contatto col corpo stesso. Se questo corpo è ridotto a una particella elementare: protone, neutrone, elettrone, ecc... il termometro adatto non c'è perché dovrebbe essere infinitamente piccolo.

In tal caso la definizione della temperatura non può essere che legata all'energia cinetica della particella che si considera.

Un insieme di queste particelle costituirebbe un gas monoatomico e se a un grammo-atomo di questo attribuiamo il calore molecolare a volume costante $C_v$, fornendogli la quantità di calore $dQ$, la sua temperatura aumenterebbe di $dT$ secondo la relazione

$$dQ = C_v dT$$

L'energia cinetica totale posseduta da quel grammo-atomo di gas alla temperatura $T$ è, essendo costante il calore specifico:

$$Q = C_v T \qquad [1]$$

Posto $T = 1^0 K$, l'energia posseduta dal grammo-atomo è data dal calore atomico. L'energia di ognuna delle particelle si ottiene dividendo ambi i membri della [1] per il numero N di Avogadro. Essa è

$$E_T = \frac{C_v}{N} T \qquad [2]$$

e se poniamo

$$\varepsilon = \frac{C_v}{N}$$

la [2] diventa

$$E_T = \varepsilon T \qquad [3]$$

$E_T$ rappresenta l'energia che la particella possiede a $T^0$ $K$ e $\varepsilon$ quella che essa possiede a un grado $K$.

La $\varepsilon$ è una costante universale poiché non dipende dalla massa della particella che si considera. Essa è i 3/2 della costante di Boltzmann.

Come temperatura della particella elementare isolata si definisce quindi il rapporto fra l'energia cinetica che essa possiede e quella che essa possederebbe a 1° $K$. Cio:

$$T = \frac{E_T}{\varepsilon} \qquad [4]$$

Vale a dire si considera come temperatura di una particella isolata quella che avrebbe un gas monoatomico che fosse costituito da particelle dotate tutte della sua stessa energia cinetica di traslazione o dotata in media dell'energia cinetica che essa possiede.

Dalla definizione stabilita segue che le temperature di particelle elementari isolate sono proporzionali alle rispettive energie cinetiche.

Vediamo qualche conseguenza; perciò cominciamo con l'esprimere l'energia di una particella a 1° $K$.

Per il principio di equipartizione dell'energia basterà determinarla per una molecola di elio.

Per l'elio, essendo 2,996 il calore molecolare a volume costante in piccole calorie, l'energia cinetica di una sua molecola a 1° $K$ è

$$\frac{2.996}{6{,}03.10^{23}} = 0{,}4967.10^{-23} \text{ p.c. o } 2{,}08.10^{-23} \text{ joule, o } 2.08.10^{-16} \text{ erg.}$$

perciò la [4] diventa

$$T = \frac{E_T}{2{,}08.} \cdot 10^{16} = 4{,}80\ E_T \cdot 10^{15} \qquad [5]$$

Si usa esprimere l'energia di una particella isolata in volt-elettroni. Un volt-elettrone vale per definizione $1{,}60.10^{-19}$ joule ossia $1{,}60.10^{-12}$ erg.

La temperatura corrispondente a un volt-elettrone in conseguenza della [5] è

$$\Theta = 1{,}60.10^{-12}.4{,}80.10^{15} = 7680°\ K \qquad [6]$$

Ora, poiché la temperatura di una particella isolata è proporzionale alla sua energia cinetica, il rapporto fra due temperature sarà eguale a quello delle corrispondenti energie; perciò se indichiamo con $T$ e $T_1$ le due temperature, con $E$ ed $E_1$ le due energie sarà

$$\frac{T}{T_1} = \frac{E}{E_1}$$

da cui
$$T = T_1 \frac{E}{E_1}$$

Se indichiamo le energie in volt-elettroni, posto $E = eV$, $E_1 = eV_1$ dove $e$ è la carica di un elettrone, $V$ e $V_1$ sono i rispettivi potenziali, sarà

$$T = T_1 \frac{V}{V_1} \qquad [7]$$

Se ora per $T_1$ prendiamo la temperatura della particella che ha un volt-elettrone di energia e che abbiamo indicato con $\Theta$, espressasa in gradi $K$ sarà:

$$T = \Theta . V = 7680 . V \qquad [8]$$

La caratteristica « *temperatura di una particella* » è equivalente a quella della sua energia cinetica.

* * *

Applichiamo questo a un fascio di raggi catodici provocati da una caduta di potenziale di 2000 Volt; sarà:

$$T = 7680 . 2000 = 1{,}536 . 10^7 \ {}^\circ K$$

Poichè le velocità sono proporzionali direttamente alle radici quadrate delle temperature assolute e la velocità degli elettroni per pura agitazione termica a 273°,2 assoluti è $1{,}115.10^7$ cm/sec, alla temperatura calcolata risulta di $2{,}63.10^9$ cm/sec.

Questo risultato coincide con quello che si può ottenere direttamente con la relazione, in questo caso sufficientemente approssimata,

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

dove è posto $m = 9{,}09.10^{-28}$, $e = 4{,}8.10^{-10}$, $V = 2000/300$.

* * *

Nei raggi cosmici si hanno energie di $10^6$, $10^9$ e oltre volt-elettroni. A questi raggi corrispondono quindi per la [8] temperature di $7{,}68.10^9$ °$K$ o $7{,}68.10^{12}$ °$K$ e oltre.

Nel loro spettro il massimo di energia si presenta poco al di sopra di $10^9$ v.e. A questa energia secondo la formula [8] corrisponderebbe la temperatura di $7{,}68.10^{12}$ °$K$.

Orbene consideriamo una radiazione $\gamma$ cosmica avente quell'energia. Se si tiene conto della relazione

$$h\nu = E = 1{,}6.10^{-12}\ V = 1{,}6.10^{-3}\ \text{erg}$$

si ha

$$\nu = \frac{1.6}{6.6}\,10^{24}\ \text{da cui: } \lambda = 1.24.10^{-13}\ \text{cm.}$$

Ora se $\lambda$ fosse la lunghezza d'onda emessa col massimo di energia nello spettro di un corpo nero, a questo corrisponderebbe la temperatura di

$$\frac{0.293}{1.24}.10^{13} = 2.37.10^{12}\ {}^{\circ}K$$

Questa sarebbe dunque la temperatura se questo fotone $\gamma$ facesse parte della emissione di un corpo nero.

Se si considera la disparità delle condizioni di emissione di questi raggi rispetto a quella del corpo nero, c'è da restar sorpresi che la disparità dei risultati non sia molto maggiore.

* * *

Se si considera infine la relazione $E = mc^2$ e si suppone che tutta la massa $m$ si trasformi in energia, riducendosi al fotone $\gamma$ considerato si vede che la massa corrispondente dovrebbe avere il valore $1{,}78.10^{-24}$ grammi che è all'incirca quella di un protone ($1.66.10^{-24}$).

Se si ammette la possibilità che un insieme di masse elementari eguali al protone si trasformi in energia, questa potrà essere distribuita in uno spettro il quale dovrebbe presentare il suo massimo nell'intorno di $10^9$ volt-elettroni.

* * *

2. — L'altra estensione del concetto di temperatura è per il vuoto. Cosa si deve intendere per temperatra di uno spazio vuoto di materia?

Il concetto non è altrettanto semplice come quello che si è potuto stabilire per la particella materiale. Evidentemente non possiamo che riferirci alle radiazioni che attraversano questo spazio, ma non si potrà assumere come temperatura di questo quella che s'intende per temperatura della radiazione, temperatura che è data dalla distribuzione dell'energia nello spettro e che si riferisce invece alla temperatura di emissione della sorgente. Lo zero assoluto si avrebbe ovviamente se nessuna radiazione attraversasse quello spazio ed evidentemente questo zero assoluto non può esistere come non esiste per i corpi, in quanto lo spazio dovrà sempre contenere della materia o esserne circondato, e la materia non può essere allo zero assoluto.

Cominciamo a considerare un caso semplice nel quale non si possono avere dubbi.

Supponiamo una cavità *vuota* le cui pareti abbiano la temperatura assoluta uniforme $T$ e un certo potere emissivo.

Questa cavità costituisce un corpo nero e perciò la radiazione che vi regna ha la densità data da

$$\delta = \sigma T^4 \qquad [1 \text{ bis}]$$

dove $\sigma = 5{,}78 . 10^{-5}$ unità C.G.S. o $1{,}38 . 10^{-12}$ piccole calorie per secondo. Come è noto questa rappresenta la quantità di energia emessa da 1 cm² di superficie nera in un secondo.

Si può attribuire a questo spazio vuoto di materia e contenente la sola energia irradiata la temperatura data dalla [1 bis].

$$T = \sqrt[4]{\frac{\delta}{\sigma}} \qquad [9]$$

Ciò è in accordo col fatto che se in questo spazio mettiamo un corpo nero, o anche non tale, purché dotato di un qualche potere assorbente $a$, questo corpo tende ad assumere la temperatura $T$. Infatti esso per ogni cm² e in ogni secondo, riceve $a\sigma T^4$, e se $t$ è la sua temperatura emette $a\sigma t^4$: la $t$ va crescendo finché al limite, eguagliandosi emissione ed assorbimento, sia $t = T$.

Lo stesso si ha se l'ambiente considerato è pieno di aria: in tal caso anche se il corpo fosse un riflettore perfetto, per contatto con questa, finirebbe con assumere la stessa temperatura.

Diverso è il caso in cui lo spazio *vuoto* sia attraversato da una radiazione unidirezionale, come avviene in tale vicinanza di una stella, che si possa trascurare l'irraggiamento delle altre.

Consideriamo ad esempio il caso particolare dello spazio intorno al Sole. Sia $A$ la costante solare, riferita per comodità al minuto secondo. Il suo valore alla superficie della Terra è $A = \frac{1{,}92}{60} = 0{,}0320$ p.c. e poiché si può ammettere che vari in ragione inversa del quadrato della distanza, presa la distanza Terra-Sole come unità, alla distanza $d$ dal Sole la costante relativa è

$$A_1 = \frac{A}{d^2} \qquad [10]$$

Il valore di questa costante dà la quantità di energia che attraversa in un secondo l'area di un cm$^2$ normale ai raggi.

Si potrebbe convenire di assumere come definizione della temperatura in un punto dello spazio la temperatura che assumerebbe un *dato corpo nero* che si trovi investito dalla radiazione. Però questa temperatura dipende dalla forma del corpo. Supponiamo che il corpo sia sferico, nero e abbia il raggio $r$. Esso sarà investito in ogni secondo dalla radiazione

$$\pi r^2 A_1$$

emetterà

$$4 \pi r^2 \sigma T_1^4$$

e se è raggiunto l'equilibrio

$$4 \sigma T_1^4 = A_1$$

da cui

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{A_1}{4\sigma}} \qquad [11]$$

Questa potrebbe quindi essere considerata come la temperatura dello spazio considerato, *ma la cosa è puramente convenzionale*, perché un corpo di altra forma potrebbe assumere una temperatura differente e questa dipenderebbe anche dall'orientamento del corpo rispetto ai raggi incidenti.

Infatti se il corpo fosse una laminetta sottilissima piana, normale ai raggi solari, nera dalla parte rivolta al Sole e perfettamente speculare dall'altra, riceverebbe per ogni cm$^2$ e ad ogni secondo l'energia $A_1$ e irradierebbe $\sigma T_2^4$. L'equilibrio della temperatura si avrebbe per

$$T_2 = \sqrt[4]{\frac{A_1}{\sigma}} \qquad [12]$$

che coincide con la [9] e dove

$$T_2 = T_1 \sqrt{2} \qquad [13]$$

Si può essere incerti nella scelta fra queste due temperature: la $T_2$ rappresenta la massima temperatura che può essere raggiunta in quel dato spazio da un corpo il quale sia esposto liberamente alla radiazione (e quindi non sia circondato da uno strato che gli permetta di ricevere raggi di una data specie e di emetterne altri i quali non lo possano abbandonare per qualche artifizio, come avviene per i pianeti in grazia dell'atmosfera che li avvolge). La temperatura definita con la [13] corrisponde quindi meglio al concetto di temperatura di un corpo che è la massima che verrebbe raggiunta da un termometro posto in contatto del corpo.

Quella definita mediante la [11] potrebbe rappresentare la temperatura media tra quelle che assumerebbe un ricevitore a lamina piana, con una faccia nera e l'altra speculare, nelle varie direzioni in cui venisse posta.

Vediamo ora qualche risultato sia applicando la [11] che la [12]. Alla distanza della Terra dal Sole la [11] dà

$$T = \sqrt[4]{\frac{0.0320}{4.1{,}38.10^{-12}}} = 276\ {}^{\circ}\mathrm{K} = 3\ {}^{\circ}\mathrm{C}.$$

e la [12] dà

$$T = \sqrt[4]{\frac{0{,}0320}{1{,}38.10^{-12}}} = 390\ {}^{\circ}\mathrm{K} = 117\ {}^{\circ}\mathrm{C}.$$

Poiché la costante $A_1$ varia in ragione inversa del quadrato delle distanze e le temperature variano in ragione diretta della radice quarta della costante, le temperature variano in ragione inversa delle radici quadrate delle distanze e perciò si hanno le due serie seguenti:

Alle distanze dal Sole di:

| | Mercurio | Venere | Terra | Marte | Giove | Saturno | Urano | Nettuno | Plutone |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_1$ °K | 443 | 325 | 276 | 224 | 121 | 89 | 63 | 50 | 44 |
| °C | 170 | 52 | 3 | —49 | —152 | —184 | —210 | —223 | —229 |
| $T_2$ °K | 626 | 459 | 390 | 316 | 171 | 126 | 89 | 71 | 62 |
| °C | 353 | 186 | 117 | 43 | —102 | —147 | —184 | —202 | —211 |

Le due serie dedotte non sono che dei casi particolari, però sono sufficienti per mostrare che *la temperatura che può raggiungere un corpo in uno spazio vuoto in cui la radiazione non sia uniformemente distribuita, può essere molto varia.*

Essa potrebbe raggiungere valori molto superiori ai precedenti in casi particolari che sfuggono ad una definizione particolare. Se ad esempio si ha un corpo circondato da uno strato che sia ben trasparente per la parte più rifrangibile dello spettro, opaco per le grandi lunghezze di onda superiori a un certo valore, p. es. al limite rosso di visibilità, esso riceve l'energia che, provenendo da una stella, è ricca nelle piccole lunghezze d'onda, si scalda e irradia; ma poichè la sua temperatura è molto bassa, irradia in enorme prevalenza radiazioni a grande lunghezza d'onda per le quali lo strato avvolgente è opaco, quindi la sua temperatura deve crescere e potrebbe crescere anche molto rispetto ai valori della tabella.

Infatti se ad esempio la parte della radiazione incidente che viene assorbita dallo strato avvolgente è $\frac{1}{n}$ del totale, l'energia, che, attraversato lo strato protettore giunge al corpo è $\frac{n-1}{n} \cdot A_1$; il corpo in parte l'assorbe e irradia, ma della sua radiazione solo una parte molto piccola può sfuggire, ad es. $\frac{1}{p}$ del totale, si comprende quindi che la temperatura possa salire notevolmente al di sopra dei valori calcolati, infatti ammessa ancora la forma sferica con raggio $r$, il corpo riceverebbe

$$\frac{n-1}{n} \pi r^2 A_1 \quad \text{e ne tratterrebbe} \quad \frac{a\,(n-1)}{n} \pi r^2 A_1$$

per ogni secondo: se si ammette che abbia la stessa temperatura in ogni punto, emetterebbe

$$a_1 \cdot 4 \pi r^2 \sigma T^4$$

e di questa uscirebbe la frazione $\frac{1}{p}$.

L'equilibrio si avrebbe per

$$T = \sqrt[4]{\frac{a\,p\,(n-1)}{a_1\,n} \, \frac{A_1}{\sigma}}$$

e se $n$ e $p$ sono grandi rispetto all'unità, $a$ e $a_1$ poco diversi tra di loro, questa temperatura può superare di molto quelle definite per lo spazio vuoto mediante le [11] e [12].

Come si è visto nella deduzione di due casi abbastanza tipici, quello della sfera e quello della lamiera sottile, nera dalla parte esposta ai raggi solari e perfettamente riflettente dall'altra, la temperatura dipende anche dalla forma del corpo: essa dipende pure da altre caratteristiche, ad es. dalla relazione fra potere riflettente e angolo d'incidenza dei raggi.

Quindi si può perfettamente spiegare il fatto recentemente osservato, con esplorazioni in altissima atmosfera, che all'altezza di un centinaio di km si siano registrate temperature di 100 e più gradi centigradi.

Infatti, a quelle altezze si può ritenere che la pressione sia tale (qualche centesimo di mm di mercurio o anche meno) che un termometro non registri più la temperatura dell'aria, ma che le sue indicazioni siano comandate esclusivamente dalla radiazione e pertanto mentre con un ricevitore sferico esposto alla radiazione solare si dovrebbero ottenere temperature intorno allo zero ordinario, con un ricevitore piano che sia nero dalla parte esposta normalmente ai raggi solari e speculare dall'altra parte, e si possano ottenere temperature di 100° e più.

Le osservazioni precedenti permettono anche di spiegare l'andamento del gradiente di temperatura.

Finché la massa d'aria intorno al punto di cui si esplora la temperatura è notevole, il termometro registra una temperatura complessa dovuta in parte al contatto con l'aria, in parte alla radiazione. Perciò la temperatura va diminuendo al crescere dell'altezza, perché diminuisce la temperatura dell'aria la quale riceve sempre meno calore dalla Terra e ne irradia sempre più liberamente verso il cielo. Però l'effetto della radiazione diventa sempre più sensibile rispetto a quello del contatto con l'aria, a mano a mano che la massa d'aria in contatto col termometro diminuisce. Questa potrebbe essere la ragione per cui nella stratosfera si ha una inversione che è stata registrata per la profondità di vari chilometri, talvolta estesa fra 12 e 20 km.

Ma fino a 20 km la densità dell'aria è ancora notevole: maggiore o uguale a $\frac{1}{13}$ della normale e quindi essa può essere ancora il principale fattore che determina la temperatura.

Invece all'altezza di 100 km questa densità è trascurabile, dell'ordine del centesimo di milligrammo per $dm^3$ e perciò il suo effetto nel determinare la temperatura del termometro diventa trascurabile e la temperatura è perciò determinata dalla radiazione.

Essa potrà quindi apparire con valori diversi a seconda del tipo di termometro adoperato. Un termometro a bulbo sferico annerito potrebbe indicare qualche grado in più o in meno dello zero ordinario; un termometro a bulbo piatto, nero dalla faccia rivolta al Sole e speculare dall'altra indicherebbe di più, una lamina d'argento specolare annerita solo dalla parte rivolta al Sole, 100° e più. Però nelle attuali condizioni della nostra conoscenza non si potrebbero prevedere temperature superiori a quella calcolata con la [5] anche salendo a varie centinaia di km sul livello del mare a meno che il corpo ricevente non funzioni nel modo indicato a pag. 8.

*Milano — Istituto di Fisica del Politecnico — Aprile* 1948.

## *RIASSUNTO*

*Si parla di due estensioni del concetto di temperatura.*

*La prima riguarda l'estensione a una particella elementare e si fonda sull'energia cinetica della stessa. Ne risulta che lo spettro di energia dei raggi cosmici presenta il massimo che corrisponde a una temperatura dello stesso ordine di quella di un corpo nero nel cui spettro il massimo si abbia per un fotone avente quella stessa energia.*

*La seconda è sulla temperatura del vuoto ed è fondata sull'intensità della radiazione che lo attraversa.*

*Un corpo situato nel vuoto assumerà una temperatura dipendente dalle sue condizioni di forma, di superficie, di posizione.*

*Ne risulta che a grandi altezze nella stratosfera un corpo potrebbe raggiungere temperature superiori a 100 °C.*