

### PROBLEMAS PROPUESTOS

Bajo este título incluiremos algunos ejercicios y problemas sencillos en las áreas de matemática, ya sea pura o aplicada, con el objeto de acrecentar el diálogo con nuestros estudiantes. Deseamos que ésta sea otra manera de acercamiento entre este Departamento y usted.

Esperamos muchas soluciones a los problemas planteados, las cuales pueden ser enviadas al Comité Editor de la Revista, para su posterior publicación.

#### PROBLEMA 1:

Sea  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . Demostrar que si  $\forall x_1, x_2, x_3 \in (a, b)$  con  $x_1 < x_2 < x_3$  se satisface la relación

$$0 \leq \frac{f(x_2) - f(x_1)}{(x_2 - x_1)^2} \leq \frac{f(x_3) - f(x_2)}{(x_3 - x_2)^2}$$

entonces la función  $f$  es constante sobre  $(a,b)$

PROBLEMA 2:

Sea  $f$  una función continua sobre  $[0,1]$  con valores en  $\mathbb{R}$ , derivable en  $(0,1)$ . Supongamos que  $|x f'(x) - f(x) + f(0)| < x^2 M \forall x \in (0,1)$  con  $M$  fijo. ¿Existe  $f'(0)$ ?

PROBLEMA 3:

El número complejo  $(a,b)$  puede describirse mediante la matriz real de orden dos  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ . La suma y producto de números complejos se define como la suma y productos de matrices, respectivamente. Obtenga la forma matricial de la raíz cuadrada del complejo  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

PROBLEMA 4:

Demuestre que la suma de las quintas potencias de los ceros del polinomio  $x^4 + ax^2 + bx + c$  es  $5ab$ .