

O PROBLEMU ODREĐIVANJA KOEFICIJENATA LINEARNIH PROGRAMA OPTIMIZACIJE VIŠEFAZNE PROIZVODNJE PREMA KRITERIJUMU DOHOTKA

1. OPIS ZADATKA

Opšti zadatak optimizacije proizvodnje po kriterijumu dohotka matematički se izražava odgovarajućim sistemom linearnih nejednačina i to¹⁾

— za funkciju kriterijuma

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n = z \rightarrow \max.$$

— us uslove

$$a) \quad q_{11} x_1 + q_{12} x_2 + \dots + q_{1n} x_n \leq b_1$$

$$q_{21} x_1 + q_{22} x_2 + \dots + q_{2n} x_n \leq b_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$q_{m1} x_1 + q_{m2} x_2 + \dots + q_{mn} x_n \leq b_m$$

$$b) \quad x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

gde je

c_j = iznos (odgovarajuće kategorije) dohotka po jedinici j -tog proizvoda;

x_j = količina proizvodnje j -tog proizvoda ($j = 1, 2, \dots, n$);

q_{hj} = angažovanje h -tog kapaciteta po jedinici j -tog proizvoda;

b_h = h -ti kapacitet ($h = 1, 2, \dots, m$).

Međutim, za svako praktično postavljanje programa optimizacije proizvodnje po kriterijumu dohotka neophodno je konkretno izračunavanje svakog od elemenata datih u ovom opštem zadatku. Pored toga mora se imati u vidu da od kvaliteta proračuna svakog od ovih elemenata zavisi i krajnji rezultat i da je to suštinski deo rada u optimizaciji svakog programa proizvodnje. Kada se jednom izvrši postavljanje programa optimizacije dohotka u nekom preduzeću, do samog izbora asortimana proizvodnje po količini i vrsti proizvoda mislimo da je moguće dosta jednostavno doći primenom odgovarajućeg metoda za rešavanje ovakvih zadataka. Iz tih razloga u ovom delu rada posebno ćemo obraditi metode konkretnih proračuna koeficijenata ovog opšteg zadatka optimizacije proizvodnje i to za preduzeća višefazne proizvodnje.

¹⁾ O postavljanju opšteg zadatka optimizacije videri:

— A. Kaufmann «Methodes et modeles de la recherche operationnelle», tome 4, drugo izdanje, Dunod, Paris, 1970.

— Dr Jovan Petrić — «Matematičke metode planiranja i upravljanja. Izd. «Informator», Zagreb, 1968.

— Dr Slavko Dobrenić «Linearno programiranje u privrednoj organizaciji», ciklus OEP, Zagreb, 1966.

Problem izračunavanja ovih koeficijenata vidimo u sledećem:

- koju kategoriju iz strukture ukupnog prihoda uzeti za izračunavanje koeficijenata u funkciji kriterijuma i
- kako izvršiti proračun koeficijenata, kako u funkciji kriterijuma tako i modela za jedan sistem višefazne proizvodnje?

Problem pod »a« je važan za postavljanje svakog programa proizvodnje, a problem pod »b« za programe sistema višefazne proizvodnje.

Smatramo da je utvrđivanje vrste kapaciteta i proizvoda u svakom preduzeću dosta jednostavno sagledati, te u ovom radu to nećemo posebno obrađivati.

2. IZBOR KATEGORIJE UKUPNOG PRIHODA PREDUZEĆA ZA PRORACUN KOEFICIJENATA FUNKCIJE KRITERIJUMA

Utvrđivanje koeficijenata funkcije kriterijuma u nekom programu optimizacije ima za krajnji cilj postavljanje merila za izbor najboljeg od mogućih rešenja.³⁾ U jednom programu optimizacije proizvodnje po kriterijumima dohotka sa izračunavanjem iznosa dohotka po jedinici proizvoda mi praktično stvaramo osnovu za izbor asortimana proizvodnje po vrsti i količini koji će dati najveći dohodak.

S obzirom na ovakvu važnost koeficijenata funkcije kriterijuma postavlja se pitanje šta uzeti za osnovu izračunavanja ovih koeficijenata i kako ih izračunati da bi maksimalno omogućili ostvarenje postavljenog zadatka.

Da li je to dohodak ili neka druga kategorija? Maksimizacija dohotka preduzeća jeste cilj; ali se postavlja pitanje da li ostvarenje tog cilja bolje postignemo proračunom dohotka za koeficijente funkcije kriterijuma ili proračunom neke druge kategorije ukupnog prihoda? Mislimo da je odgovor na ovo pitanje moguće dobiti iz uvida o načinu formiranja dohotka preduzeća. Naime, ako posmatramo strukturu ukupnog prihoda preduzeća, onda vidimo da dohodak predstavlja razliku između ukupnog prihoda i ukupnih troškova preduzeća ili

$$D = UP - T \quad 2.$$

gde je

D = dohodak preduzeća

UP = ukupan prihod

T = ukupni troškovi.

Znači, naš zadatak je da maksimiziramo razliku između ukupnog prihoda i troškova. Kako ukupan prihod predstavlja

$$Up = \sum_{j=1}^n F_j P c_j$$

³⁾ Dr Rajko Tomovic i dr Radivoj Petrovic -- *Moderni pogledi na upravljanje sistemima*, INTDU, Beograd, 1970.

a ukupni troškovi

$$T = \sum_{j=1}^n F_j \cdot tm_j + ts$$

dobijamo da je dohodak preduzeća

$$D = \sum_{j=1}^n F_j (Pc_j - tm_j) - ts \quad 3.$$

gde smo označili sa

F_j — količinu j -tog finalnog proizvoda

Pc_j — prodajnu cenu j -tog finalnog proizvoda

tm_j — proporcionalne troškove preduzeća po jedinici j -og finalnog proizvoda

ts — ukupne ostale troškove preduzeća koji se ponašaju fiksno ili koji nisu direktno zavisni od količine proizvodnje.

Posmatrano sa gledišta problema proračuna koeficijenata funkcije kriterijuma, izraz dohotka koji smo dali pod 3. nas upućuje da za koeficijente treba uzeti razliku između prodajne cene j -tog proizvoda i njegovih proporcionalnih troškova. Naime, vidimo da se jedan deo ukupnih troškova preduzeća ponaša fiksno, a to znači da se maksimizacija dohotka preduzeća postiže maksimizacijom razlike između ukupnog prihoda preduzeća i ukupnih proporcionalnih troškova. Kako za ovu kategoriju ukupnog prihoda nemamo neki već upotrebljavan naziv, to ćemo je nazvati bruto dohotkom, pa imamo

$$C = \sum_{j=1}^n F_j Pc_j - \sum_{j=1}^n F_j tm_j \quad 4.$$

gde pored već poznatih oznaka imamo da je

C = bruto dohodak preduzeća.

Iz prethodnih razmatranja vidimo da je za maksimizaciju dohotka preduzeća izborom odgovarajućeg asortimana proizvodnje za koeficijente funkcije kriterijuma potrebno uzimati bruto dohodak po jedinici proizvoda (c_j)

$$c_j = Pc_j - tm_j \quad 5.$$

što odgovara izrazu 4. a ne dohodak po jedinici proizvoda (d_j).

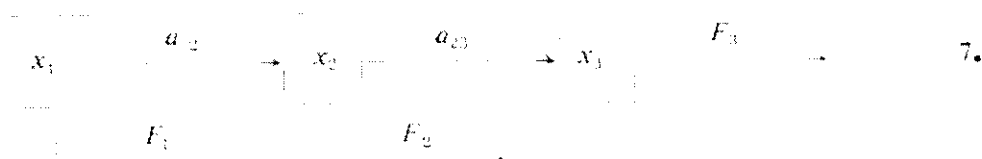
$$d_j = Pc_j - (tm_j + ts_j) \quad 6.$$

što bi odgovaralo izrazu 2. i što naizgled prema definiciji zadatka izgleda i logično.

3. O NACINU PRORACUNA KOEFICIJENATA LINEARNOG PROGRAMA OPTIMIZACIJE ZA SISTEM VISEFAZNE PROIZVODNJE

3.1. Neke karakteristike višefazne proizvodnje

Proizvodnja finalnih proizvoda u jednom preduzeću sa faznom proizvodnjom odvija se preko prethodne proizvodnje drugih proizvoda koji ulaze u supstancu nekog od finalnih proizvoda. U posebnim slučajevima imamo da svaki od proizvoda može i da bude finalni proizvod, a isto tako može i da se upotrebi za proizvodnju drugih proizvoda. Sistem jedne fazne proizvodnje moguće je prikazati na ovoj šemi



gde je

- x_i — proizvodnja i -tog proizvoda ($i = 1 \dots 3$)
- F_j — proizvodnja j -tog finalnog proizvoda ($j = 1 \dots 3$)
- a_{ij} — koeficijent utroška i -tog za j -ti proizvod.

Ukupnu proizvodnju ovog sistema fazne proizvodnje za svaku od faza mogli bismo da iskažemo i ovim sistemom jednačina:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{12}x_2 + F_1 \\ x_2 &= a_{23}x_3 + F_2 \\ x_3 &= F_3 \end{aligned}$$

Znači ukupnu proizvodnju svake od faza sačinjava deo koji će se direktno realizovati na tržište i deo koji će se upotrebiti za proizvodnju proizvoda drugih faza rada. Opšti izraz za ukupnu proizvodnju sistema svake fazne proizvodnje u matricnom obliku mogli bi da prikažemo kao

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{bmatrix} \quad 8.$$

što je isto u skraćenom obliku kao

$$X = AX + F \quad 9.$$

gde nam simboli znače:

- X — vektor ukupne proizvodnje posmatranog sistema
 A — matrica direktnih koeficijenata utrošaka a_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$).
 AX — deo ukupne proizvodnje koji će se utrošiti u proizvodnju drugih proizvoda posmatranog proizvoda,
 F — vektor finalne proizvodnje.

Međutim, kako je naš osnovni zadatak optimizacija dohotka preduzeća sa faznom proizvodnjom, a optimizaciju je moguće vršiti samo preko finalne proizvodnje, potrebno je da uspostavimo odnos ukupne proizvodnje u odnosu na finalnu proizvodnju.³⁾ Zato ćemo izraz pod 9. napisati kao

$$\begin{aligned} X - AX &= F \\ X &= (I - A)^{-1} F \end{aligned} \quad 10.$$

Kako inverzijom $(I - A)$ matrice dobijamo odgovarajuće koeficijente ukupne zavisnosti u odnosu na finalnu proizvodnju (r_{ij}), to sa gledišta našeg osnovnog zadatka optimizacije dohotka preduzeća sa faznom proizvodnjom posredno ili neposredno mogli bi da izvučemo ove zaključke:

- Svi proizvodi u jednom sistemu fazne proizvodnje mogu i ne moraju da budu finalni proizvodi;
- Svi finalni proizvodi moraju da pripadaju grupi proizvoda posmatranog sistema fazne proizvodnje;
- Moguće je uspostaviti egzaktno odnošenje između finalne proizvodnje i ukupne proizvodnje svakog od proizvoda;
- Optimizacija dohotka preko izbora asortimana i količine finalnih proizvoda mora da obuhvati troškove i kapacitete koji su potrebni za proizvodnju proizvoda za reprodukciju.

3.2. Proračun koeficijenata funkcije kriterijuma

Mislimo da smo u delu 2. jasno pokazali prednost bruto dohotka kao koeficijenta funkcije kriterijuma u poređenju sa dohotkom, ali postavlja se pitanje kako u jednom sistemu fazne proizvodnje doći do iznosa bruto dohotka (c_j) koji daje neka jedinica j -tog finalnog proizvoda. Prodajna cena tog proizvoda (Pc_j) je većinom poznata, ali je potrebno doći do proporcionalnih troškova preduzeća (tm_j) koji pripadaju jedinici j -tog proizvoda. Naime, proporcionalni troškovi preduzeća nastaju ne samo u proizvodnji finalnih proizvoda (F) već i u proizvodnji svakog od proizvoda (x).

Iz tih razloga možemo reći da proporcionalne troškove preduzeća po jedinici finalnog proizvoda tm_j čine proporcionalni troškovi preduzeća koji

³⁾ Videti — Dr Mijo Sekulić — *Principi strukturalnih modela u planiranju privrednog razvoja*, Narodne novine, Zagreb, 1963.
 — Dr Branko Horvat — *Multisektorska analiza*, Narodne novine, Zagreb, 1962.

nastaju proizvodnjom tog proizvoda i neki deo proporcionalnih troškova svakog od drugih proizvoda koji učestvuju u proizvodnji tog proizvoda.

U delu 3.1., u kome smo dali neke karakteristike višefazne proizvodnje, pokazali smo način utvrđivanja ukupnih koeficijenata utroška svakog i -tog proizvoda na jedinicu j -tog finalnog proizvoda. Zato kad su nam poznati proporcionalni troškovi proizvodnje svakog i -tog proizvoda, možemo da kažemo da će svakom j -tom finalnom proizvodu pripadati i deo proporcionalnih troškova i -tog proizvoda srazmerno količini ukupnog utroška tog i -tog proizvoda po jedinici j -tog finalnog proizvoda. Znači iz svih prethodnih konstatacija možemo da napišemo.

$$tm_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} \cdot t_i \quad 11.$$

gde je

tm_j = proporcionalni troškovi preduzeća po jedinici j -tog finalnog proizvoda;

t_i = proporcionalni troškovi preduzeća koji nastaju proizvodnjom jedinice nekog i -tog proizvoda;

r_{ij} = koeficijent ukupnog utroška i -tog proizvoda po jedinici j -tog proizvoda.

Koristeći izraze 5. i 11. vidimo da ćemo koeficijente funkcije kriterijuma izračunati preko

$$c_j = Pc_j - \sum_{i=1}^n r_{ij} \cdot t_i \quad 12.$$

a što smo i hteli da pokažemo.

3.3. Određivanje koeficijenata korišćenja kapaciteta po jedinici finalne proizvodnje

Optimizaciju dohotka preko izbora odgovarajućeg asortimana i količine proizvodnje vršimo uvek preko finalne proizvodnje. Međutim, u proizvodnji finalnih proizvoda ako se radi o jednoj višefaznoj proizvodnji može da bude mnogo više vrsta kapaciteta od broja kapaciteta koji učestvuju u završnom procesu proizvodnje. Iz tih razloga mi izbor asortimana i količine proizvodnje moramo vršiti prema svim vrstama kapaciteta koji direktno ili indirektno učestvuju u proizvodnji finalnih proizvoda. S obzirom da smo prihvatili izražavanje kapaciteta po vremenu rada, to se postavlja pitanje proračuna angažovanja h -tog kapaciteta po jedinici j -tog finalnog proizvoda.

Za problem izračunavanja i ovih koeficijenata smatramo da se može isto rešiti preko koeficijenata ukupnog utroška i -tog proizvoda po jedinici j -tog finalnog proizvoda (r_{ij}). Ako sada tu količinu utroška i -tog proizvoda

podelimo sa dnevnim kapacitetom proizvodnje tog i -tog proizvoda, dobićemo angažovanje tog kapaciteta po jedinici j -tog finalnog proizvoda ili

$$q_{hj} = \sum_{i=1}^n r_{ij} \frac{1}{k_{hi}} \quad 13.$$

gde je

q_{hj} = vreme angažovanja h -tog kapaciteta za jedinicu j -tog finalnog proizvoda;

r_{ij} = koeficijent ukupnog utroška i -tog proizvoda po jedinici j -tog finalnog proizvoda;

k_{hi} = dnevna proizvodnja h -tog kapaciteta i -tog proizvoda

Znači, ukupno angažovanje nekog h -tog kapaciteta izračunavamo sabirajući angažovanje tog kapaciteta pojedinačno za svaki od n proizvoda koji učestvuje u proizvodnji finalnog j -tog proizvoda, a proizvode se u tom kapacitetu.

4. ZAKLJUČAK

Iz prethodnog razmatranja problema proračuna koeficijenata linearnog programa optimizacije višefazne proizvodnje možemo da izvedemo i sledeće zaključke:

— U cilju maksimizacije dohotka preduzeća potrebno je za koeficijente funkcije kriterijuma uzeti bruto dohodak, a ne dohodak ili dobit.

— Proračun koeficijenata bruto dohotka i korišćenja kapaciteta po jedinici finalnog proizvoda zahteva obuhvatanje i troškova i dela kapaciteta koji se angažuju za potrebe međufazne proizvodnje.

Hemijska industrija,
Pančevo

Radovan PEŠIKAN

LITERATURA

1. A. Kaufmann — *Methodes et modeles de la recherche opérationnelle*, Tome 1., Dunod, Paris 1970.
2. Dr Bela Kreka — *Linearno programiranje*, Savremena administracija, Beograd, 1966.
3. Dr Jovan Petrić — *Matematičke metode planiranja i upravljanja*, Informator, Zagreb, 1968.
4. Dr Rajko Tomović i Dr Radovoj Petrović — *Moderni pogledi na upravljanje sistemima*, INTDI, Beograd, 1970.
5. Dr Mirko Radić — *Sistemi linearnih jednačbi i linearno programiranje*, Školska knjiga, Zagreb, 1967.
6. Dr Mijo Sekulić — *Primena strukturalnih modela u planiranju privrednog razvoja*, Narodne novine, Zagreb, 1968.

7. Radoslav Stanojević — *Linearno programiranje*, Institut za ekonomiku industrije, Beograd, 1966.
8. Dr Banko Horvat — *Međusektorska analiza*, Narodne novine, Zagreb, 1962.

ODREĐIVANJE STEPENA KORISĆENJA KAPACITETA RADNE SNAGE I MAŠINA I ANALIZA FAKTORA KOJI NA NJIH DELUJU

Merenje rezervi preduzeća izraženih u obliku neiskorišćenih kapaciteta pomoću matematsko-statističke metode »trenutnih zapažanja« našlo je veliku praktičnu primenu jer:

- omogućava jednostavnu i iscrpnu analizu uticajnih faktora,
- jednostavan je i praktičan način prikupljanja i obrade podataka.
- obezbeđuje tačnost u granicama koje se unapred odrede,
- omogućava jednostavnu uporednu analizu po horizontali i vertikali organizacione strukture preduzeća, i tako dalje.

Da bi omogućili detaljnu analizu, rad možemo izdiferencirati na više vrsta rada V_1, V_2, \dots, V_n (n — broj vrsta rada) a uzroke nerada odnosno uticajne faktore možemo obeležiti sa U_1, U_2, \dots, U_m (m — broj uticajnih faktora). Ovakva dekompozicija rada i nerada nam omogućava iscrpniju analizu efikasnosti rada a posebno uticajnih faktora.

Ako se metodom trenutnih zapažanja (podrazumeva se njeno stručno sprovođenje) izvrši snimanje svih radnika ili mašina (u zavisnosti šta želimo analizirati), na osnovu snimljenog materijala za svako snimano mesto moguće je formirati kumulativnu kartu za celo preduzeće koja je prikazana na šemi 1.

V_{ri} — je ukupan broj zabeležaka koji se odnosi na r -to radno mesto i i -tu vrstu rada.

$r = 1, 2, \dots, e$ broj radnih mesta

$i = 1, 2, \dots, n$ broj vrsta rada

$j = 1, 2, \dots, m$ broj uticajnih faktora

U_{rj} — je ukupan broj zabeležaka koji se odnosi na r -to radno mesto i j -ti uticajni faktor kao uzrok nerada.

Procenat rada se izračunava preko obrasca:

$$p_r = \frac{\sum_{r=1}^{r=e} \sum_{i=1}^{i=n} V_{ri}}{\sum_{r=1}^{r=e} \sum_{i=1}^{i=n} V_{ri} + \sum_{r=1}^{r=e} \sum_{j=1}^{j=m} U_{rj}} \cdot 100[\%] \text{ s tim što se}$$