

DRGANIA SAMOWZBUDNE CZOPA W POPRZECZNYM ŁOŻYSKU ŚLIZGOWYM

ZBIGNIEW STARCZEWSKI

Politechnika Warszawska

W pracy przedstawiono numeryczną analizę układu czop-panew bazując na dwuwymiarowym izotermicznym modelu łożyska hydrodynamicznego. Numeryczna symulacja czyni możliwym zbadanie układu w szerokim zakresie parametrów. Zbadano wpływ parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych łożyska na amplitudę powstałych drgań samowzbudnych. Zamieszczono przykładowe wykresy.

1. Wstęp

W każdej maszynie występują węzły łożyskowe, to znaczy zespoły, których elementy przenoszą obciążenia i przemieszczają się względem siebie. Z trwałością i niezawodnością takiego węzła związane są zjawiska występujące w tzw. filmie olejowym. Konstruktorom łożysk zależy na tym, aby praca czopa w panwi była stateczna, czyli przy zadanych parametrach konstrukcyjnych (wymiary geometryczne, luzy) i eksploatacyjnych (lepkości czynnika smarnego, obciążenie zewnętrzne, prędkość wirowania) łożyska ślizgowego, czop zajmował położenie na tak zwanej krzywej statycznego położenia środka czopa.

Łożyskowanie ślizgowe daje konkretne korzyści (trwałość łożysk obciążonych stałą co do wartości i kierunku siłą jest teoretycznie w warunkach tarcia płynnego nieograniczona).

Przy wszystkich korzyściach jakie daje film olejowy, należy jednak wspomnieć o niekorzystnym oddziaływaniu tegoż. W określonych warunkach, mimo iż układ czop-panew jest autonomiczny, bilans energetyczny jest dodatni [1] i występuje zjawisko samowzbudzenia. Drgania te są szczególnie niebezpieczne, gdyż amplituda ich jest często większa niż amplituda drgań rezonansowych. W świetle stale rosnących prędkości obrotowych maszyn i urządzeń problem ten jest bardzo istotny ze względu na trwałość układów łożyskowych ślizgowo. Pierwszą pracą

dotyczącą samowzbudzenia czopa w łożysku była praca Newkirka [2]. W późniejszym okresie Newkirk razem z Taylorem przeprowadzili pierwsze badania eksperymentalne i podali przyczynę powstawania drgań samowzbudnych [3]. Przedstawić to można w formie, którą podał Hagg [4]. W wyniku przeprowadzonej analizy Hagg uzyskał zależność łączącą prędkość wirowania czopa ω wokół własnej osi z prędkością kątową Ω wirowania czopa na mimośrodku e . W pracy Stodoli [5], która była kontynuacją pracy Hummel'a [6], autor badał stabilność położenia równowagi czopa i pierwszą częstość drgań własnych. Wnioski końcowe mówią iż drgania samowzbudne występują tak długo, dopóki mimośrodkowość względna czopa β jest mniejsza od 0,7. Podobne tezy można spotkać w pracach Milowitz'a [7], Burgwic'a [8]. Wymienione dotychczas prace stworzyły podstawy dla całej serii analiz i badań prezentowanych przez innych autorów. Przykładowo można wymienić tu prace [9 ÷ 17]. W pracach tych autorzy stosowali różne uproszczenia, stosowali modele układu czop-panew mające zastosowanie w zagadnieniach statyki tych układów (rozkład ciśnienia, siły hydrodynamiczne, nośność), nie uwzględniali efektów pochodzących od wszystkich składowych ruchu czopa. Wyniki uzyskane w tych pracach zawierały cały szereg hipotez, uogólnień i wniosków sprzecznych ze sobą.

W ostatnich latach powstało szereg prac dotyczących analizy drgań czopów w łożyskach ślizgowych z zastosowaniem komputerów. Prace te spotykały się często z krytyką iż wyniki często obarczone są błędami wskutek niestabilności numerycznej. Współcześnie stosowane komputery oraz coraz doskonalsze oprogramowania, duża dokładność obliczeń z pewnością obalają wiarygodność takich twierdzeń. Do prac tej generacji można przykładowo zaliczyć prace [18,19]. Ostatnio Malik i Hori [20] zaprezentowali przybliżoną nieliniową analizę drgań czopa w obszarze niestateczności położenia równowagi, wyznaczając najpierw rozkład ciśnienia w postaci szeregu a następnie całkując równania ruchu sztywnego wirnika metodą numeryczną. Praca ta wykazała istnienie "dużego" statecznego cyklu granicznego dla układu pracującego poza punktem krytycznym. Sformułowanie "duży" cykl graniczny oznacza iż przemieszczenia środka czopa wypełniają całą przestrzeń w panwi (w granicach dopuszczalnego luzu i w warunkach istnienia tarcia płynnego). W publikowanych pracach niewiele można znaleźć prac dotyczących badań doświadczalnych w dziedzinie drgań czopów w panwiach. Z ostatnich prac można wymienić pracę Akkok'a i Ettles'a [21]. Mało jest prac teoretyczno-doświadczalnych. Do tych prac zaliczyć można prace A. Muszyńskiej i współpracowników z Bentley Rotor Dynamics Research Corporation w Minden USA. Badania prowadzone w tym ośrodku polegają na modelowaniu matematycznym drgań poprzecznych wałów (z uwzględnieniem efektów łożyskowania ślizgowego) przy wsparciu badaniami eksperymentalnymi i najnowszą techniką obliczeniową.

Podsumowanie prac z pierwszej połowy lat osiemdziesiątych autorka zamieściła w pozycji [22], w której na podstawie udoskonalonego modelu fenomenologicznego ba-

dane są znane z doświadczeń zjawiska zachodzące przy powolnym rozpędzaniu wału łożyskowanego ślizgowo. Proponowany przez A. Muszyńską model nie uwzględnia obciążenia poprzecznego czopa.

2. Sformułowanie problemu

Rozpatrywany jest dwuwymiarowy model układu czop-panew z założeniami i warunkami brzegowymi opisanymi w pozycji bibliografii [23]. Pierwszy warunek $\Theta[p^*(\Theta) = p^*(\Theta + 2\pi)]$ zapewnia ciągłość funkcji ciśnienia, drugi warunek (dla czystego wyciskania smaru), $p^*(\pi/2) = p_0^*$ mówi że ciśnienie w punktach należących do średnicy czopa prostopadłej do kierunków jego prędkości jest zawsze równe ciśnieniu wstępnemu dla czopa nieruchomego. Ten warunek jest tylko w przybliżeniu prawdziwy, ale daje bardziej realistyczne wyniki niż warunki stosowane w innych rozwiązaniach.

Gdzie:

$p_0^* = p_0 \delta^2 / 6\mu$ – zredukowane ciśnienie wstępne w całej objętości luzu łożyskowego,

$p^* = p \delta^2 / 6\mu$ – zredukowana funkcja ciśnienia,

Θ – współrzędna kątowa,

δ – luz względny,

μ – lepkość dynamiczna smaru.

1. Rozkłady ciśnień pochodzące od efektów klina smarnego i efektu wyciskania smaru przez czop sumuje się algebraicznie (również w obszarach ujemnych ciśnień), a rozkład ciśnienia jest funkcją ciągłą dla pełnego kąta opasania.
2. Siła hydrodynamiczna wyporu smaru jest sumą sił pochodzących od efektów klina smarnego i wyciskania smaru wziętych z osobna.

Do badań w niniejszej pracy przyjęto przypadek 2 jako dający bardziej ostre warunki na obszar statecznej i niestatecznej pracy układu czop-panew [24].

3. Równania ruchu układu

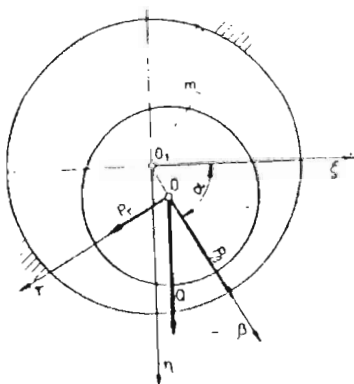
Dla przyjętego modelu i założeń równania ruchu czopa w panwi w prostokątnym układzie współrzędnych ξ i η (Rys.1) mają następującą postać:

$$m\ddot{\xi} = P_\beta \cos \alpha - P_\tau \sin \alpha, \quad (3.1)$$

$$m\ddot{\eta} = P_\beta \sin \alpha + P_\tau \cos \alpha + Q, \quad (3.2)$$

gdzie:

- P_β, P_τ - składowe siły wyporu smaru,
 Q - obciążenie zewnętrzne,
 m - masa czopa,
 α - kąt jaki tworzy prosta łącząca środki czopa i panwi z dodatnim kierunkiem osi ξ ,
 $\ddot{\xi}, \ddot{\eta}$ - przyspieszenia środka czopa, odpowiednio w kierunkach ξ i η .



Rys. 1. Przyjęty układ współrzędnych ξ, η dla określenia równań ruchu

Po podstawieniu wyrażań na P_β i P_τ [24] równania ruchu przyjmą postać:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{\xi} = & \left\{ -\frac{12\mu LR}{\delta^2} \left[\frac{\beta^2}{(1-\beta^2)(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) + \dot{\beta} \left(\frac{\beta}{1-\beta^2} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{2}{(1-\beta^2)^{3/2}} \arctg \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \right) \right] \right\} \cos \alpha - \left\{ \frac{6\pi\mu LR}{\delta^2} \cdot \right. \\
 & \left. \frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) \right\} \sin \alpha, \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m\ddot{\eta} = & \left\{ -\frac{12\mu LR}{\delta^2} \left[\frac{\beta^2}{(1-\beta^2)(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) + \dot{\beta} \left(\frac{\beta}{1-\beta^2} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{2}{(1-\beta^2)^{3/2}} \arctg \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \right) \right] \right\} \sin \alpha - \left\{ \frac{6\pi\mu LR}{\delta^2} \cdot \right. \\
 & \left. \frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) \right\} \cos \alpha + Q, \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

gdzie:

- L - długość łożyskowania,
- R - promień czopa,
- β - mimośrodowość względna,
- ω - prędkość kątowna wirowania czopa,
- $\dot{\beta}$ - prędkość promieniowa,
- $\dot{\alpha}$ - prędkość obwodowa.

Ponieważ badanie drgań przeprowadzamy na płaszczyźnie ξ, η , prostokątnego układu współrzędnych równania ruchu muszą być uzupełnione wyrażeniami na β , $\dot{\beta}$, α , $\dot{\alpha}$ wyrażonymi przez ξ , $\dot{\xi}$, η , $\dot{\eta}$.

Wyrażenia te są następujące:

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2}, & \dot{\beta} &= \frac{\xi\dot{\xi} + \eta\dot{\eta}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}, & \dot{\alpha} &= \frac{\dot{\eta}\xi - \xi\dot{\eta}}{\xi^2 + \eta^2}, \\ \cos \alpha &= \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}, & \sin \alpha &= \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Uwzględniając iż:

$$\delta = \frac{R_0 - R}{R} = \frac{\varepsilon}{R}, \quad (3.6)$$

gdzie:

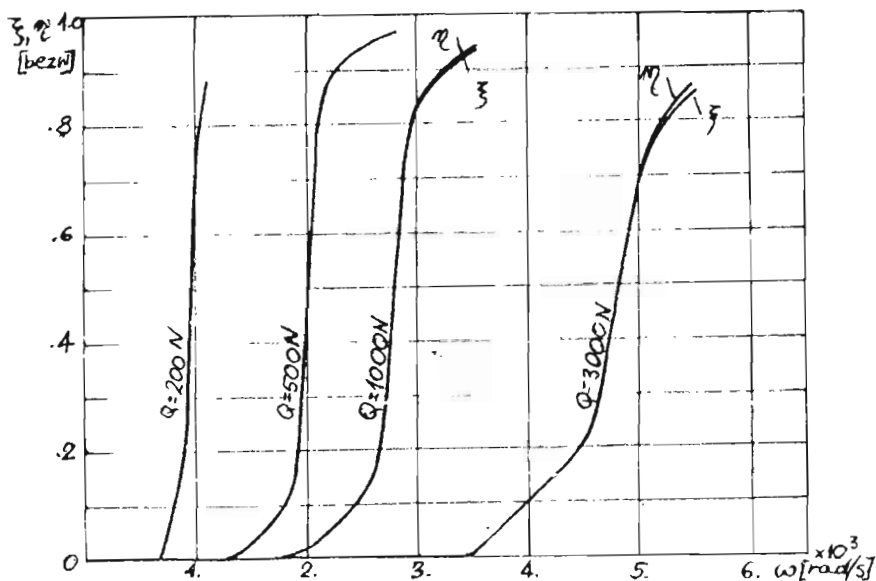
R_0 - promień panwi

i wstawiając do równań (3.3) i (3.4) możemy je zapisać w postaci:

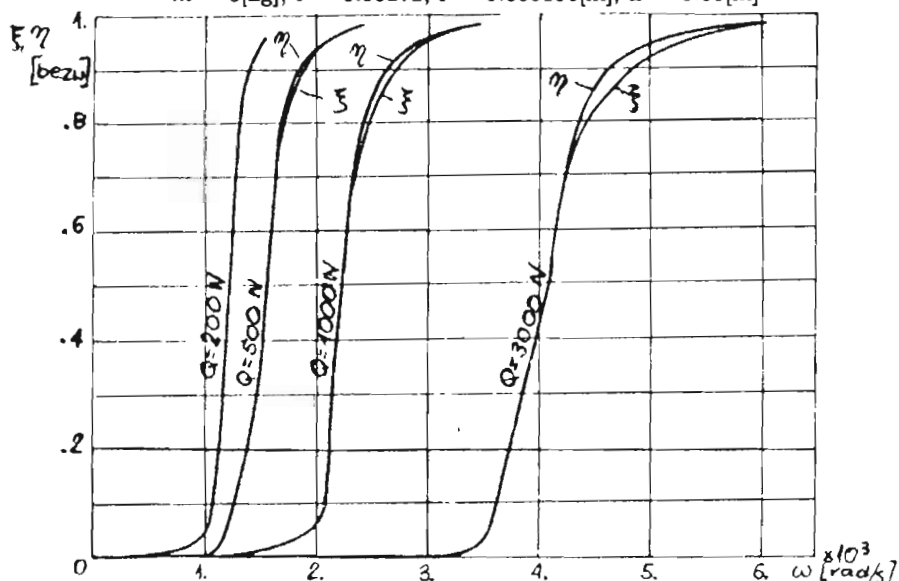
$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\xi}}{\varepsilon} &= \left\{ -\frac{12\mu L}{m\delta^3} \left[\frac{\beta^2}{(1-\beta^2)(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) + \dot{\beta} \left(\frac{\beta}{1-\beta^2} + \right. \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{2}{(1-\beta^2)^{3/2}} \arctg \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \right) \right] \right\} \cos \alpha - \left\{ \frac{6\pi\mu L}{m\delta^3} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) \right\} \sin \alpha, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\eta}}{\varepsilon} &= \left\{ -\frac{12\mu L}{m\delta^3} \left[\frac{\beta^2}{(1-\beta^2)(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) + \dot{\beta} \left(\frac{\beta}{1-\beta^2} + \right. \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{2}{(1-\beta^2)^{3/2}} \arctg \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \right) \right] \right\} \sin \alpha - \left\{ \frac{6\pi\mu L}{m\delta^3} \cdot \right. \\ &\cdot \left. \frac{\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}(2+\beta^2)}(\omega - 2\dot{\alpha}) \right\} \cos \alpha + \frac{Q}{m\varepsilon}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

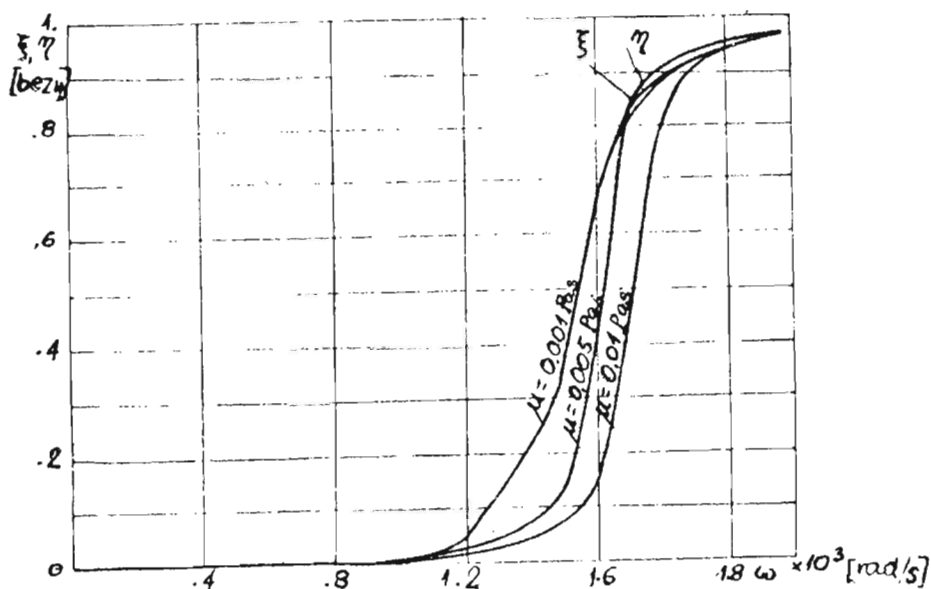
W wyniku przeprowadzonej symulacji cyfrowej otrzymano rezultaty przedstawione na Rys.2 ÷ 6.



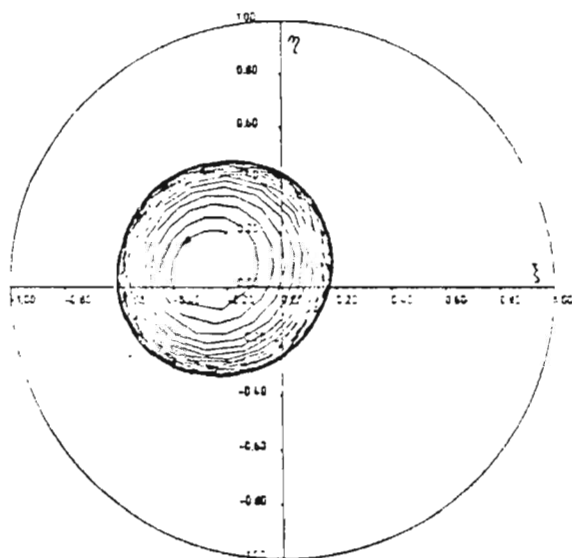
Rys. 2. Przebieg przemieszczeń środka czopa dla kierunków ξ, η w funkcji prędkości obrotowej ω , dla różnych obciążeń zewnętrznych Q [N] dla danych: $\mu = 0.001$ [Pas], $m = 5$ [kg], $\delta = 0.00272$, $\epsilon = 0.000136$ [m], $L = 0.05$ [m]



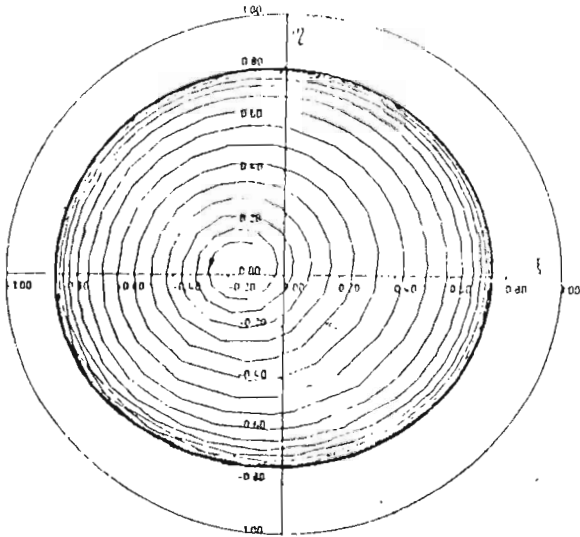
Rys. 3. Przebieg przemieszczeń środka czopa dla kierunków ξ, η w funkcji prędkości obrotowej ω , dla różnych obciążeń zewnętrznych Q [N] dla danych: $\mu = 0.001$ [Pas], $m = 5$ [kg], $\delta = 0.00456$, $\epsilon = 0.000228$ [m], $L = 0.05$ [m]



Rys. 4. Przebieg przemieszczeń środka czopa dla kierunków ξ, η w funkcji prędkości obrotowej ω , dla różnych lepkości μ [Pas] dla danych: $m = 5$ [kg], $\delta = 0.00456$, $\varepsilon = 0.000228$ [m], $L = 0.05$ [m], $Q = 500$ [N]



Rys. 5. Trajektoria środka czopa na płaszczyźnie ξ, η dla danych: $m = 5$ [kg], $\delta = 0.00456$, $\varepsilon = 0.000228$ [m], $L = 0.05$ [m], $Q = 500$ [N], $\mu = 0.001$ [Pas], $\omega = 1517.1839$ [rad/s], warunki początkowe: $\xi = -0.2015$, $\xi = 0.0$, $\eta = 0.2015$, $\dot{\eta} = 0.0$



Rys. 6. Trajektoria środka czopa na płaszczyźnie ξ, η dla danych: $m = 5[\text{kg}]$,
 $\delta = 0.00456$, $\epsilon = 0.000228[\text{m}]$, $L = 0.05[\text{m}]$, $Q = 200[\text{N}]$, $\mu = 0.001[\text{Pas}]$,
 $\omega = 1031.4556[\text{rad/s}]$, warunki początkowe: $\xi = -0.1202$, $\xi = 0.0$, $\eta = 0.1202$, $\dot{\eta} = 0.0$

4. Uwagi i wnioski

Zastosowanie analizy numerycznej do badania równań ruchu pozwoliło odejść od warunków lokalności (badania drgań w otoczeniu statycznego położenia równowagi środka czopa, w wąskim zakresie zmian parametrów układu). Z uzyskanych rezultatów (Rys.2 i Rys.3) wynika jednoznaczny wpływ obciążenia zewnętrznego Q na amplitudę powstałych drgań samowzbudnych (badane są drgania w obu kierunkach ξ i η). Wzrost lepkości dynamicznej μ czynnika smarnego przesuwają powstawanie drgań samowzbudnych w kierunku wyższych prędkości kątowych wirowania (Rys.4). Wzrost luzu względnego δ ma działanie destabilizujące na drgania samowzbudne (przy tej samej prędkości obrotowej czopa duża większa amplituda drgań (Rys.2 i Rys.3)). Amplitudy drgań samowzbudnych w obu kierunkach w zasadzie są takie same. Różnice można zauważyć dopiero przy "dużych" drganiach. Przykładowe trajektorie ruchu czopa przy samowzbudzeniu przedstawiają Rys.5 i Rys.6.

Literatura

1. KURNIK W., *Bifurkacyjne drgania samowzbudne w układach mechanicznych*, Prace Naukowe PW, Mechanika, z.109, 1988
2. NEWKIRK B.L., *Shaft Whipping*, General Electric Review, March 1924
3. NEWKIRK B.L., TAYLOR H.D., *Shaft Whipping Due to Oil Action in Journal Bearings*, General Electric Review, August 1925
4. HAGG A.C., *The Influence of Oil Film Journal Bearings on the Stability of Rotating Machines*, Journal of Applied Mechanics, September 1946
5. STODOLA A., *Kritische Wellenstörung in Folge Nachgiebigkeit des Ölpolsters im Lager*, Schweizerische Bauzeitung, 1925, p.265
6. HUMMEL CH., *Kritische Drehzahlen als Folge der Nachgiebigkeit der Schmiermittels im Lager*, VDI-Forschungsheft, 1926
7. MIŁOWIZ K., *Lager und Schmierung*, Springer Verlag, Wien 1962
8. BURGOWIC A.G., *Opredielenije sobstwiennych czastot kolebanij szipa na samozocnom sloje*, Izwestia Wysszych Uczebnych Zawidenii, Maszynostrojenie, 1959, str.17-23
9. BOECKER G.F., STERNLICHT B., *Investigation of Translatory Fluid in Vertical Machines*, Transaction of the ASME, 1956
10. BURGOWIC A.G., *K woprosu o kolebanii wałow opirajuszczyszjsja na podszypnikach skolzka suchogo trenija*, Trudy i Seminaria po Teorii Maszin i Mechanizmw, Tom XIII, Nr 50, 1953
11. HAGG A.C., WARNER P.C., *Oil Whip of Flexible Rotors*, Transaction of the ASME, 1973
12. ŁACZKOWSKI R., *Samowzbudne drgania olejowe w łożyskach wirników szybkiebieżnych*, Przegląd Mechaniczny, nr.24, 1969, str.756-760
13. NEWKIRK B.L., *Varieties of Shafts Disturbances Due to Fluid Film in Journal Bearings*, Transaction of the ASME, 1957, str.985-988
14. TONDL A., *The Motion of a Journal in a Bearing in the Unstable Region of the Centre of the Journal*, IX Congres International de Mecanique Applique, tome V, 1957
15. TONDL A., *Vliv nosne mazaci vrstvy na stabilitu pohybu cepu v lozisku a vznik samobuzennych kritu rotoru*, Rozprawy CSAV, Series TV, nr 2, 1956
16. BIEZNO C.B., GRAMMEL R., *Technische Dynamik*, Springer, Berlin, 1939
17. PINKUS O., *Experimental Investigation of Resonant Whip*, Transaction of the ASME, 1956
18. STARCZEWSKI Z., *Analiza drgań czopa w łożysku ślizgowym wymuszonych niechliniową siłą wyporu smaru*, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, 1977
19. MUSZYŃSKA A., *Modelowanie i analiza dynamiczna wirników*, Prace IPPT PAN, nr 52, 1975, str.127-144
20. MALIK M., HORI Y., *An Approximate Nonlinear Transient Analysis of Journal Bearing in Unstable Region of Linearized System*, International Conference on Rotor Dynamics, Tokyo, 1986, str.217-220

21. AKKOK M., ETTLES C.M.M., *Journal Bearing Response to Excitation and Behaviour in the Unstable Region*, Transaction of the ASME, 1984, str.341-351
22. MUSZYŃSKA A., *Whirl and Whip Rotor (Bearing Stability Problems)*, Journal of Sound and Vibration, Vol.110, 1986, str.443-462
23. KURNIK W., STARCZEWSKI Z., *Hydrodynamical Forces in a Journal Bearing Corresponding to Combined Plane Journal Motion*, Machine Dynamic Problems, nr 4, 1984
24. KURNIK W., STARCZEWSKI Z., *Budowa programu dla wspomaganego komputerem projektowania niektórych parametrów eksploatacyjnych łożysk ślizgowych*, Sprawozdanie z realizacji zadania badawczego RP.1.06.19 IPBM PW, 1986

Summary

The paper is concerned with a numerical analysis of a rotor-bearing system based on a two-dimensional isothermal hydrodynamic bearing model. The numerical simulation made it possible to generalize and extend the results of local analysis presented in the previous papers on the subject. The influence of system parameters on the amplitudes of self-excited rotor vibrations has been explained. Exemplary graphs of the results are presented.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 17 października 1990 roku