

OBLICZANIE PŁASKIEGO POŁĄCZENIA ZACISKOWEGO Z UWZGLĘDNIENIEM PODATNOŚCI KONTAKTOWEJ

KAROL GRUDZIŃSKI

KONRAD KONOWALSKI

Politechnika Szczecińska

W pracy przedstawiono fizyczny i matematyczny model oraz program obliczeń płaskiego połączenia zaciskowego, obciążonego siłą wzdłużną. W modelu uwzględniono odkształcenia sprężyste łączonych elementów oraz sprężysto - plastyczną podatność kontaktową styczną, wynikającą z dyskretnego charakteru styku powierzchni rzeczywistych. Siłę tarcia Coulomba uwzględniono nie tylko w strefie poślizgu ale także i poza tą strefą. Wyprowadzono równania opisujące rozkłady sił i przemieszczeń wzdłużnych w elementach łączonych oraz kontaktowych naprężeń stycznych na długości połączenia. Podano przykłady obliczeń.

1. Wstęp

W maszynach i urządzeniach występuje wiele różnego rodzaju połączeń spoczynkowych (rozłącznych i nierozłącznych). Zalicza się do nich połączenia zaciskowe, skurczowe, wtlaczane, śrubowe, nitowe itp. Zgodnie z definicją [1] są to połączenia, w których elementy łączone nie mogą zmieniać wzajemnego położenia. W definicji tej zmianę wzajemnego położenia elementów łączonych traktuje się w sensie globalnym i odnosi do nich jako całości. Takie rozumowanie jest konsekwencją przyjmowanego powszechnie (najczęściej w sposób milczący) założenia, że elementy łączone są ciałami doskonale sztywnymi, a stykające się powierzchnie tych elementów przylegają idealnie do siebie.

Rzeczywiste elementy maszyn są ciałami odkształcalnymi, a ich powierzchnie, nawet po dokładnej obróbce, wykazują znaczne odchylenia (chropowatość, falistość, błędy kształtu) od założonego stanu idealnego. Nie przylegają one więc do siebie na całej nominalnej powierzchni styku, lecz tylko na niewielkiej jej części, i wykazują znaczną podatność kontaktową.

Badania wykazują [2,3,4], że odkształcenia sprężyste materiału elementów łączonych oraz odkształcenia kontaktowe i lokalne poślizgi oddziałujących na siebie powierzchni, wywołane obciążeniami roboczymi, mają często istotny wpływ

na podatność i tłumienie drgań oraz niezawodność i trwałość całych maszyn i urządzeń. Nie mogą one więc być pominięte w dokładnej analizie i projektowaniu połączeń konstrukcyjnych.

W dokładniejszych metodach obliczeń połączeń spoczynkowych [5,6,7] oraz pracach dotyczących tłumienia konstrukcyjnego [8,9], uwzględnia się odkształcenia sprężyste elementów połączenia oraz wywołane nimi poślizgi lokalne łączonych powierzchni, pomija się jednakże z reguły podatność kontaktową. W większości klasycznych prac, dotyczących tłumienia konstrukcyjnego [8,9] przyjmuje się założenia, że łączone powierzchnie przylegają ściśle do siebie i że tarcie jest w pełni rozwinięte w strefie poślizgu (lokalnego) i zerowe poza tą strefą. Założenia te stanowią duże uproszczenie stanu rzeczywistego. Dają one zbyt uproszczony obraz zjawisk zachodzących w połączeniu stykowym rzeczywistych powierzchni oraz wyniki obliczeń obarczone znacznymi błędami. Zagadnienie to zostanie omówione dokładniej w niniejszym artykule na przykładzie płaskiego połączenia zaciskowego.

Pracę wykonano w ramach RPBP nr RP.I-06. W artykule przedstawiono tylko pewien wycinek tej pracy. Pełne wyprowadzenia wzorów oraz szczegółowy opis algorytmu i więcej przykładów obliczeń zawiera sprawozdanie [10].

2. Podstawy teoretyczne

2.1. Modele połączenia zaciskowego bez podatności kontaktowej

Przedmiotem rozważań jest połączenie zaciskowe (rys.1a), składające się z cienkiego płaskownika 1 oraz dwóch symetrycznych cienkich nakładek 2, dociśniętych do płaskownika równomiernie rozłożonym naciskiem powierzchniowym p . Do płaskownika przyłożona jest siła wzdłużna F , usiłująca wyciągnąć go z zacisku. Aby nie spowodować pełnego poślizgu i rozłączenia elementów, siła F nie może przekroczyć rozwiniętej siły tarcia na całej długości połączenia. Musi ona więc spełniać warunek:

$$F < 2\mu p L b, \quad (2.1)$$

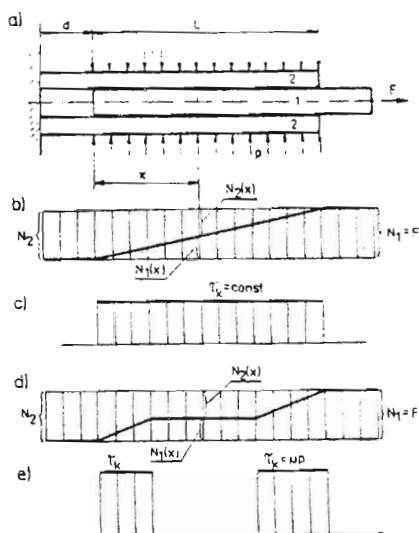
gdzie:

μ – stały współczynnik tarcia Coulomba,

L – długość połączenia,

b – szerokość połączenia.

Do wyznaczenia sił wzdłużnych $N_1(x)$ i $N_2(x)$ w elementach łączonych i kontaktowych naprężeń stycznych $\tau_k(x)$ na powierzchniach styku, w dowolnym przekroju x połączenia (rys.1), stosuje się różne modele, w zależności od celu i wymaganej dokładności obliczeń. W najprostszym przypadku, gdy elementy łączone trak-



Rys. 1. Modele połączenia zaciskowego bez uwzględnienia podatności kontaktowej, gdzie: a) schemat połączenia zaciskowego; b),c) – wykresy sił wzdłużnych i kontaktowych naprężeń stycznych przy założeniu, że elementy łączone są ciałami sztywnymi; d),e) – wykresy sił wzdłużnych i kontaktowych naprężeń stycznych przy założeniu, że elementy łączone są ciałami sprężystymi

tuje się jako ciała doskonale sztywne, otrzymuje się rozkłady sił i naprężeń jak na rys.1b,c.

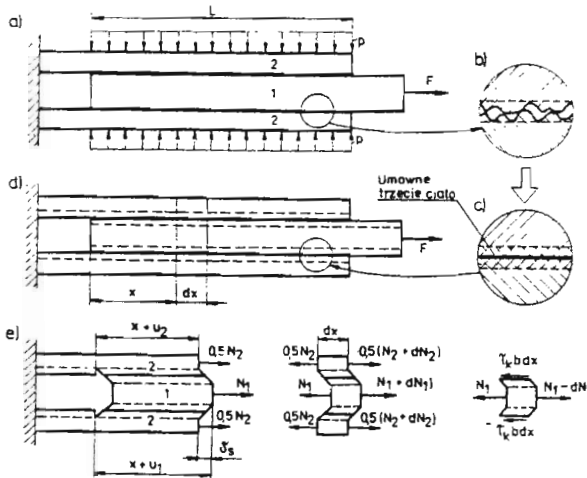
W dokładniejszych obliczeniach elementy łączone traktuje się jako ciała sprężyste. Taki model połączenia zaciskowego rozważony został szczegółowo w pracy [9]. Do wyznaczenia naprężeń i odkształceń w elementach łączonych takiego modelu, dla uproszczenia, przyjmuje się zwykle założenia i wzory stosowane w nauce o wytrzymałości materiałów dla prostego rozciągania lub ściskania. W ten sposób sztywność płaskownika wynosi $E_1 A_1$, a łączna sztywność obu nakładek $E_2 A_2$. W tym przypadku otrzymuje się rozkłady sił wzdłużnych i kontaktowych naprężeń stycznych jak na rys.1d,e.

Według tego modelu już przy dowolnie małej wartości siły F , w końcowych częściach połączenia występuje tarcie rozwinięte i poślizg lokalny łączonych powierzchni. Nie jest to zgodne z doświadczeniem. Z licznych badań połączeń wciśkowych wynika [6], że przy niewielkich wartościach siły $F < F_{spr}$, odkształcenia złącza (jako całości), w kierunku wzdłużnym, mają charakter sprężysty. Świadczy to dobitnie o tym, że w tych przypadkach (tzn. przy $F < F_{spr}$) nie występują poślizgi lokalne. Występują natomiast kontaktowe naprężenia styczne, a tym samym i siły tarcia, które na całej długości połączenia są mniejsze od rozwiniętej siły tarcia. Poślizgi lokalne wystąpią dopiero wtedy, gdy $F > F_{spr}$, natomiast poślizg

na całej długości L połączenia wystąpi wtedy, gdy $F \geq 2\mu pLb$.

2.2. Model połączenia zaciskowego z podatnością kontaktową

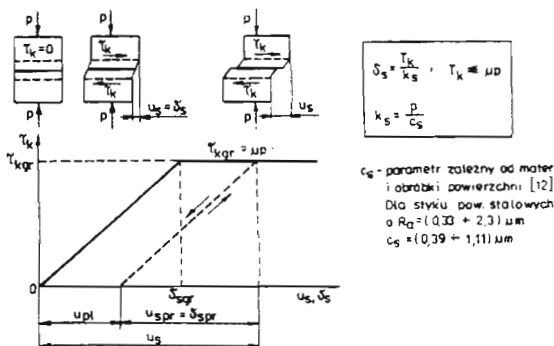
Do należytego objaśnienia powyższych faktów i uwzględnienia ich w metodzie obliczeń należy przyjąć doskonalszy model połączenia zaciskowego, uwzględniający nie tylko odkształcenia sprężyste jego elementów, ale także podatność kontaktową łączonych powierzchni, wynikającą z ich niedoskonałego przylegania do siebie (rys.2). Wskutek występowania nierówności (chropowatość, falistość) po obróbce (rys.2b), rzeczywista powierzchnia styku stanowi często mniej niż 1% nominalnej powierzchni styku i zależy od nacisku normalnego p [11].



Rys. 2. Model połączenia zaciskowego z uwzględnieniem podatności kontaktowej:
a) schemat połączenia, b),c),d) – schemat i model styku, e) oznaczenia sił i przemieszczeń wzdłużnych oraz odkształceń kontaktowych stycznych

Do objaśnienia i opisu odkształceń kontaktowych stosuje się różne modele [4]. W wielu zagadnieniach mechaniki kontaktu styk utworzony przez obrobione powierzchnie można wyodrębnić myślowo i traktować w sposób umowny jako trzecie ciało (rys.2c, [4]). Przejście od styku rzeczywistego do modelu polega na myślowym usunięciu mikronierówności powierzchni przez ich ścięcie u podstawy i wstawieniu w ich miejsce umownego trzeciego ciała w postaci cienkiej warstwy. Utworzonemu w ten sposób trzeciemu ciału przypisuje się odpowiednie własności mechaniczne, wyznaczone doświadczalnie dla styku powierzchni rzeczywistych [4,12]. Również warunki graniczne dla przyjętego modelu styku formuluje się w ten sposób, aby odzwierciedlały istotne cechy styku powierzchni rzeczywistych. Chodzi tu

- o uwzględnienie sił tarcia i możliwości wystąpienia poślizgu lokalnego w przypadku, gdy $\tau_k = \tau_{kgr} = \mu p$. Przyjęty model fizyczny styku oraz jego charakterystykę sztywnościową w kierunku stycznym, wraz z jej opisem matematycznym, pokazano na rys.3. Model ten opracowano na podstawie własnych badań doświadczalnych [4,12], przy dokonaniu pewnej idealizacji otrzymanych wyników.



Rys. 3. Model i charakterystyka styku

Na podstawie rys.2 można napisać następujące równania równowagi:

$$N_1(x) + N_2(x) = F, \quad \frac{dN_1}{dx} + \frac{dN_2}{dx} = 0, \quad (2.2)$$

$$dN_1 - 2\tau_k b dx = 0, \quad (2.3)$$

oraz związki geometryczne dotyczące przemieszczeń:

$$u_1(x) = u_2(x) + \delta_s(x), \quad \frac{du_1}{dx} = \frac{du_2}{dx} + \frac{d\delta_s}{dx}. \quad (2.4)$$

Związki fizyczne, wynikające z przyjętych wyżej założeń, dotyczących łączonych elementów i styku (rys.2,3), można zapisać w postaci:

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{N_1}{E_1 A_1}, \quad (2.5)$$

$$\frac{du_2}{dx} = \frac{\sigma_2}{E_2} = \frac{N_2}{E_2 A_2}, \quad (2.6)$$

$$\delta_s = \frac{\tau_k}{k_s}, \quad (\tau_k < \mu p), \quad (2.7)$$

gdzie k_s jest współczynnikiem kontaktowej sztywności stycznej.

Na podstawie związków (2.2)–(2.7), po dokonaniu odpowiednich podstawień i przekształceń, otrzymuje się równanie różniczkowe:

$$\frac{dN_1^2(x)}{dx^2} - w^2 N_1(x) = -aF, \quad (2.8)$$

gdzie:

$$w = \sqrt{\frac{2bk_s}{E_1A_1} \left(1 + \frac{E_1A_1}{E_2A_2}\right)}, \quad (2.9)$$

$$a = -\frac{2bk_s}{E_2A_2}. \quad (2.10)$$

Całkując równanie (2.8) otrzymuje się funkcję:

$$N_1(x) = C_1e^{wx} + C_2e^{-wx} + \frac{a}{w^2}F. \quad (2.11)$$

Jeżeli założy się, że na całej długości L połączenia kontaktowe naprężenia styczne nie przekraczają rozwiniętej siły tarcia ($\tau_k < \mu p$), to stałe całkowania C_1 i C_2 wyznacza się z następujących warunków brzegowych:

$$N_1(x=0) = 0, \quad N_1(x=L) = F. \quad (2.12)$$

Wynoszą one:

$$C_1 = \frac{B(1 - e^{-wL}) - 1}{e^{-wL} - e^{wL}}F, \quad (2.13)$$

$$C_2 = \frac{B(1 - e^{wL}) - 1}{e^{-wL} - e^{wL}}F, \quad (2.14)$$

gdzie:

$$B = \frac{a}{w^2} = \frac{1}{1 + \frac{E_2A_2}{E_1A_1}}. \quad (2.15)$$

Rozkład naprężeń stycznych na długości L połączenia, na podstawie zależności (2.3), opisuje funkcja:

$$\tau_k(x) = \frac{w}{2b} [C_1e^{wx} - C_2e^{-wx}], \quad (\tau_k < \mu p). \quad (2.16)$$

Orientacyjny rozkład tych naprężeń, dla różnych wartości stosunku E_2A_2/E_1A_1 przedstawiono na rys.4.

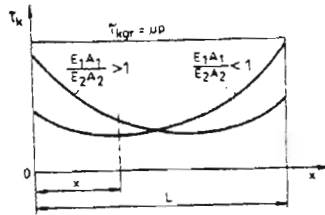
Kontaktowe odkształcenia styczne (rys.2e,3), na mocy (2.7), po uwzględnieniu (2.16), wyznacza się z zależności:

$$\delta_s(x) = \frac{\tau_k(x)}{k_s} = \frac{w}{2bk_s} [C_1e^{wx} - C_2e^{-wx}]. \quad (2.17)$$

Przemieszczenia przekrojów poprzecznych płaskowników 1 i 2 (rys.2e) otrzymuje się całkując równania (2.5) i (2.6):

$$u_1(x) = \frac{1}{wE_1A_1} [C_1e^{wx} - C_2e^{-wx}] + \frac{BF}{E_1A_1}x + \frac{C}{E_1A_1}, \quad (2.18)$$

$$u_2(x) = u_1(x) - \delta_s(x) = \left[\frac{1}{wE_1A_1} - \frac{w}{2kb_1} \right] [C_1e^{wx} - C_2e^{-wx}] + \frac{BF}{E_1A_1}x + \frac{C}{E_1A_1}, \quad (2.19)$$



Rys. 4. Orientacyjne rozkłady kontaktowych naprężeń stycznych przy nierozwiniętych silach tarcia ($\tau_k < \mu p$)

gdzie C jest stałą całkowania, którą łatwo można wyznaczyć na podstawie (2.19), przyjmując warunek brzegowy $u_2(x = 0) = 0$.

Z równania (2.16) wynika, że naprężenia styczne osiągają największe wartości w skrajnych przekrojach połączenia ($x = 0$ i $x = L$). Stosunek tych naprężeń wynosi:

$$STOS = \frac{\tau_k(x = 0)}{\tau_k(x = L)} = \frac{2(1 - B) + (e^{wL} + e^{-wL})}{2B + (1 - B)(e^{wL} + e^{-wL})}. \quad (2.20)$$

Jeżeli $STOS > 1$, to maksymalne naprężenie styczne występuje w przekroju $x = 0$. Aby w połączeniu tym nie wystąpił poślizg musi być spełniony warunek (rys.4):

$$\tau_k(x = 0) < \tau_{kgr} = \mu p. \quad (2.21)$$

Oznacza to, że siła F , przyłożona do płaskownika 1 (rys.2a) nie może przekroczyć pewnej wartości F_{spr} , określonej wzorem:

$$F_{spr} = \frac{2b\mu p}{w} \frac{e^{-wL} - e^{wL}}{2(B - 1) - B(e^{-wL} + e^{wL})}. \quad (2.22)$$

Jeżeli zaś $STOS < 1$, to maksymalne naprężenie styczne wystąpi w przekroju $x = L$. Aby w przekroju tym nie wystąpił poślizg, musi być spełniony warunek:

$$\tau_k(x = L) < \tau_{kgr} = \mu p. \quad (2.23)$$

Wynika z niego, że siła F musi być mniejsza od siły F'_{spr} , gdzie:

$$F'_{spr} = \frac{2b\mu p}{w} \frac{e^{-wL} - e^{wL}}{(B - 1)(e^{-wL} + e^{wL}) - 2B}. \quad (2.24)$$

Tak więc, aby nie wystąpił poślizg, siła F , obciążająca połączenie, musi być mniejsza zarówno od siły F_{spr} jak i od siły F'_{spr} , określonych wzorami (2.22) i (2.24). W tym zakresie obciążenia połączenie zachowuje się sprężystie.

Jeżeli siła F jest większa od sił F_{spr} lub F'_{spr} , określonych odpowiednio wzorami (2.22) i (2.24), a jednocześnie mniejsza od maksymalnej siły tarcia $T = 2\mu pLb$,

wówczas na pewnej części, z jednej lub z obydwóch stron połączenia, wystąpią lokalne poślizgi stykających się powierzchni. Przyjmuje się założenie, że w strefie poślizgu kontaktowe naprężenia styczne mają stałą wartość, równą rozwiniętej sile tarcia $\tau_k = \tau_{k\ gr} = \mu p$.

Na pozostałej części połączenia, w której nie występuje poślizg stykających się powierzchni, siłę wzdłużną $N_1(x)$ i kontaktowe naprężenie styczne $\tau_k(x)$ opisują wzory (2.11) i (2.16), przy czym występujące w nich stałe całkowania C_1 i C_2 wyznacza się teraz z innych niż poprzednio warunków brzegowych. Zależą one od stosunku sztywności elementów łączonych $E_2 A_2 / E_1 A_1$ oraz od wartości siły F obciążającej połączenie.

Ogółem wyróżnić można cztery charakterystyczne rozkłady naprężeń stycznych na długości L połączenia, które w ujęciu schematycznym przedstawiono w tabl.1. W tablicy tej podano również warunki brzegowe oraz wyznaczone na ich podstawie stałe całkowania C_1 i C_2 . Występujące we wzorach na C_1 i C_2 wielkości m i n (tabl.1) oznaczają długości stref poślizgu, które wyznacza się z nieliniowych równań otrzymanych z warunków ciągłości sił i przemieszczeń na długości połączenia. Warunki te oraz wyprowadzone na ich podstawie równania, a także algorytm rozwiązania zadania opisano szczegółowo w pracy [10].

3. Program i przykłady obliczeń

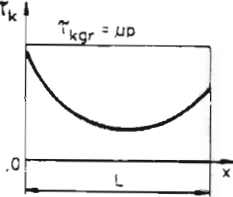
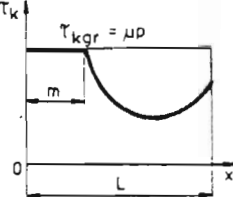
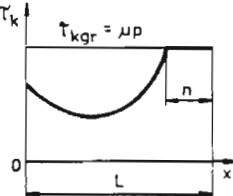
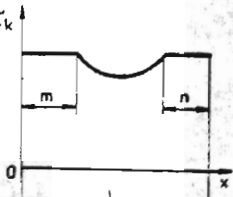
Do wyznaczania sił wzdłużnych $N_1(x)$ i $N_2(x)$, naprężeń kontaktowych $\tau_k(x)$ oraz przemieszczeń wzdłużnych $u_1(x)$ i $u_2(x)$ opracowano specjalny program POLZAC na mikrokomputer IBM PC/AT [10]. W algorytmie obliczeń wykorzystuje się rozwiązanie równania różniczkowego (2.8), z warunkiem ograniczającym $\tau_k(x) < \tau_{k\ gr} = \mu p$. Uwzględniono w nim również możliwość występowania lokalnych poślizgów, z jednej lub z dwóch stron połączenia, tam gdzie $\tau_k = \mu p$. Cały tok obliczeń jest zautomatyzowany, a wyniki uzyskuje się w postaci wykresów, obrazujących przebiegi $N_1(x)$, $N_2(x)$, $\tau_k(x)$, $u_1(x)$ i $u_2(x)$, na długości L połączenia. Na wykresach przemieszczeń uwidocznione są strefy poślizgów lokalnych, z których odczytać można zasięg i wartości tych poślizgów. Wyniki obliczeń mogą być też otrzymywane w postaci odpowiednich funkcji, opisujących wyznaczone wielkości, albo też w postaci liczbowej. Opracowaną metodę i program obliczeń, a także wpływ niektórych parametrów na rozkłady sił i przemieszczeń wzdłużnych oraz kontaktowych naprężeń stycznych, na długości L połączenia, ilustrują poniższe przykłady obliczeń.

Przykład 1

Dane przyjęte do obliczeń zawiera tabl.2. W przykładzie tym jako wielkości

zmiennie przyjęto współczynniki sprężystości podłużnej E_1 i E_2 materiału elementów łączonych oraz współczynnik kontaktowej sztywności stycznej k_s .

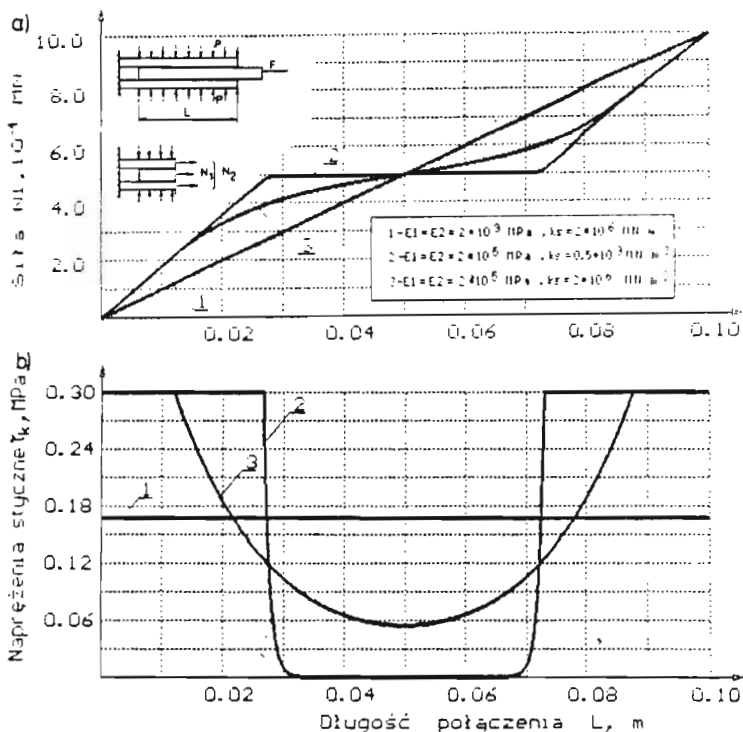
Tablica 2. Charakterystyczne rozkłady kontaktowych naprężeń stycznych, warunki brzegowe i stałe całkowania C_1 i C_2

Lp	Rozkłady kontaktowych naprężeń stycznych	Warunki brzegowe Stałe całkowania
1.		$N_1(x=0) = 0, \quad N_1(x=L) = F$ $C_1 = \frac{BK(1 - e^{-wL}) - 1}{e^{-wL} - 1} F$ $C_2 = - \frac{BK(1 - e^{-wL}) - 1}{e^{-wL} - 1} F$
2.		$N_1(x=m) = 2\mu p b m, \quad N_1(x=L) = F$ $C_1 = F(1 - B)e^{-wL} - C_2 e^{-2wL}$ $C_2 = \frac{2\mu p b m - FB - F(1 - B)e^{-w(L-m)}}{e^{-wm} - e^{-w(2L-m)}}$
3.		$N_1(x=0) = 0, \quad N_1(x=L-n) = F - 2\mu p b n$ $C_1 = -BF - C_2$ $C_2 = \frac{F(1 - B) + BF e^{-w(L-n)} - 2\mu p b n}{e^{-w(L-n)} - e^{-w(L-n)}}$
4.		$N_1(x=m) = 2\mu p b m$ $N_1(x=L-n) = F - 2\mu p b n$ $C_1 = [F - 2\mu p b n - BF - C_2 e^{-w(L-n)}] e^{-w(L-n)}$ $C_2 = \frac{2\mu p b n - BF + [2\mu p b n - F(1 - B)] e^{-w(L-m-n)}}{e^{-wm} - e^{-w(2L-2n-m)}}$

Wyniki obliczeń, uzyskane z programu POLZAC, przedstawiono na rys. 5 i 6.

Tablica 2. Zestaw danych dla przykładu obliczeń nr 1

Nr	L	b	μ	p	F	k_s	E_1	A_1	E_2	A_2
—	[m]	[m]	—	$\frac{MN}{m^2}$	[MN]	$\frac{MN}{m^3}$	$\frac{MN}{m^2}$	[m ²]	$\frac{MN}{m^2}$	[m ²]
1	.1	.03	.3	1	1e-3	2e6	2e9	3e-4	2e9	3e-4
2	.1	.03	.3	1	1e-3	.5e9	2e5	3e-4	2e5	3e-4
3	.1	.03	.3	1	1e-3	2e6	2e5	3e-4	2e5	3e-4

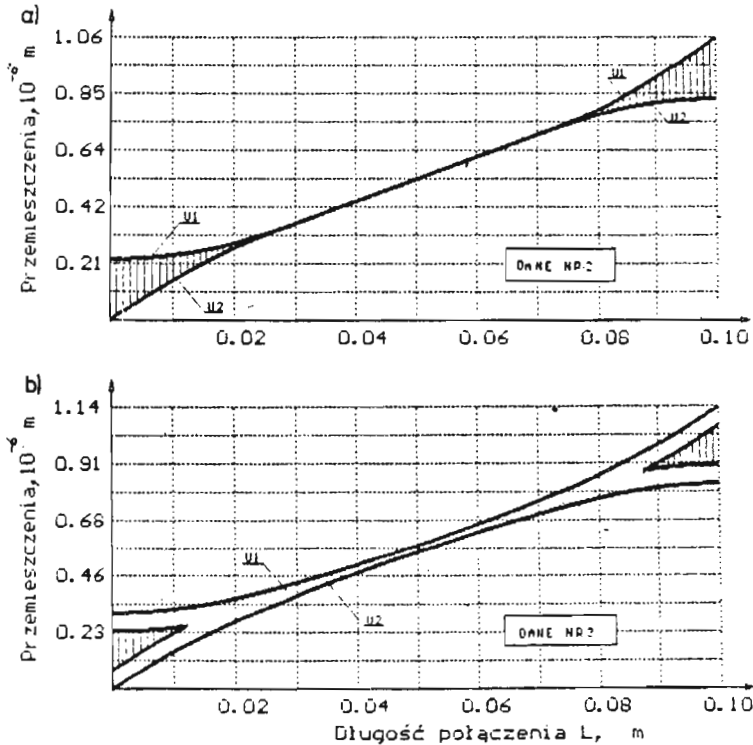


Rys. 5. Rozkłady siły wzdluznej (a) oraz kontaktowych naprężeń stycznych (b) na długości L połączenia zaciskowego, dla różnych wartości parametrów E_1 i E_2 oraz k_s ,

Rysunek 5 przedstawia rozkłady siły wzdluznej $N_1(x)$ oraz kontaktowych naprężeń stycznych $\tau_k(x)$, na długości L połączenia, dla trzech charakterystycznych przypadków:

1. gdy w modelu obliczeniowym elementy łączone traktowane są jako ciała o bardzo dużej sztywności, co osiągnięto przyjmując $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^9$ MPa;

2. gdy elementy łączone traktowane są jako realne ciała sprężyste (stal o $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5$ MPa), a łączone powierzchnie wykazują bardzo dużą sztywność kontaktową ($k_s = 5 \cdot 10^8$ MN/m³), co odpowiada w przybliżeniu modelowi połączenia zaciskowego bez podatności kontaktowej (rys.1d,e);
3. gdy w modelu obliczeniowym uwzględnia się realne odkształcenia sprężyste łączonych elementów oraz realne sprężyste odkształcenia kontaktowe i poślizgi lokalne łączonych powierzchni.



Rys. 6. Rozkłady przemieszczeń wzdłużnych i poślizgów lokalnych w połączeniu zaciskowym bez uwzględnienia podatności kontaktowej (a) oraz z jej uwzględnieniem (b)

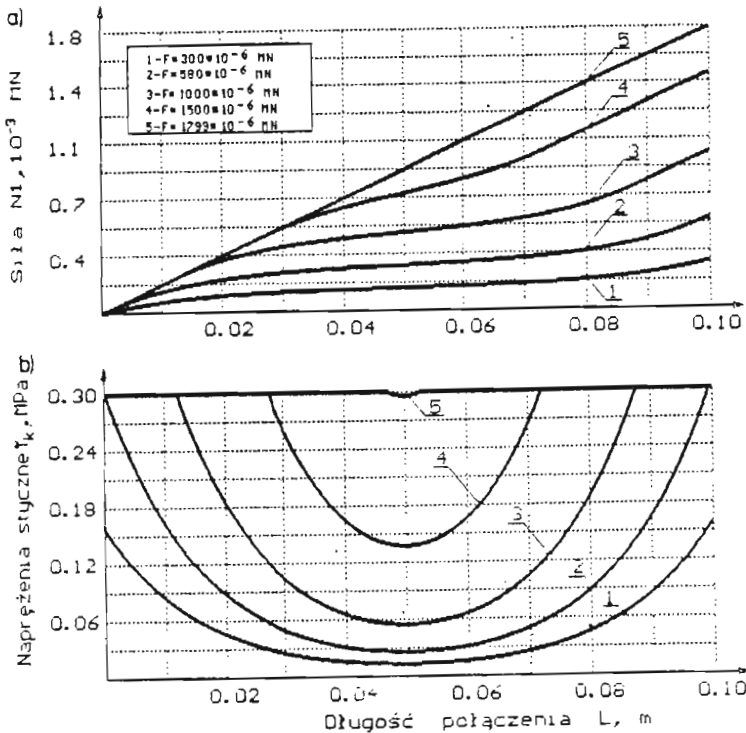
Na rys.6 przedstawiono wykresy wzdłużnych przemieszczeń $u_1(x)$ i $u_2(x)$ elementów łączonych dla danych nr 2 i 3 (tabl.2), dotyczących połączenia elementów sprężystych bez uwzględnienia podatności kontaktowej (rys.6a) i z jej uwzględnieniem (rys.6b). Obszary zakreskowane na rys.6 obrazują strefy poślizgów lokalnych, występujących z obydwóch stron połączenia.

Przedstawiony wyżej przykład 1 spełnia rolę testu, sprawdzającego poprawność przedstawionego wyżej rozwiązania i programu obliczeń. Łatwo można zauwa-

żyć, iż w granicznych przypadkach z programu tego uzyskuje się znane wcześniej rozwiązania, przedstawione schematycznie na rys.1, dla uproszczonych modeli.

Przykład 2

Celem tego przykładu jest zobrazowanie wpływu wartości siły F , obciążającej połączenie zaciskowe (rys.2a), na rozkłady siły wzdłużnej $N_1(x)$ i kontaktowych naprężeń stycznych $\tau_k(x)$. Jako stałe wartości w tym przykładzie przyjęto: $L = 0.1$ m, $b = 0.03$ m, $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5$ MPa, $A_1 = A_2 = 3 \cdot 10^{-4}$ m², $\mu = 0.3$, $p = 1$ MPa, $k_s = 2 \cdot 10^6$ MN/m³. Obliczenia wykonano dla siły $F = 300, 580, 1000, 1500, 1799$ N. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys.7.



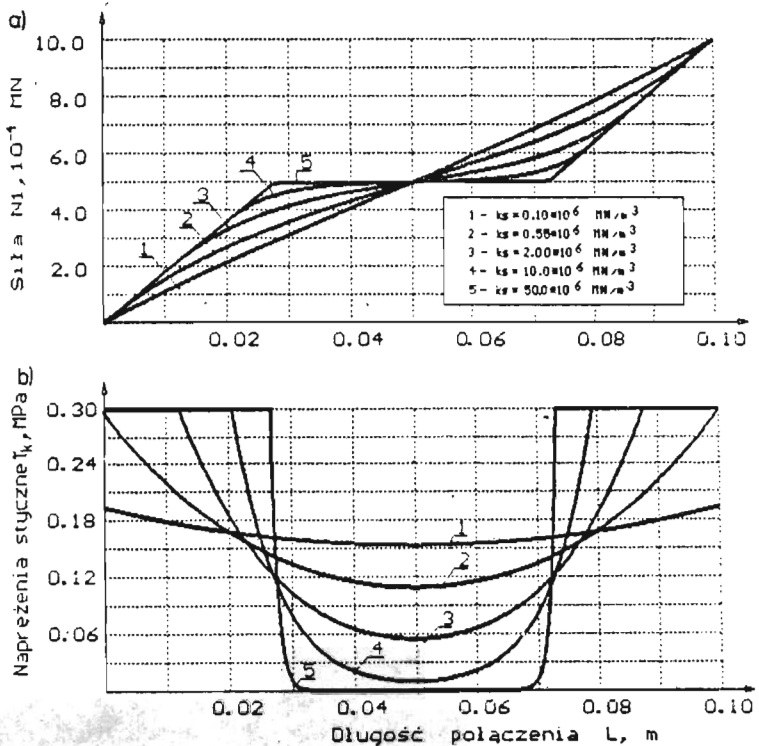
Rys. 7. Rozkłady siły wzdłużnej (a) i kontaktowych naprężeń stycznych (b) na długości L połączenia zaciskowego, dla różnych wartości siły F obciążającej połączenie

Krzywe 1 na tym rysunku odpowiadają najmniejszej wartości siły F , a krzywe 5 – największej wartości tej siły. Z rys.7b wynika, że przy obciążeniach połączenia siłą $F < F_{spr} \approx 580$ N, kontaktowe naprężenia styczne $\tau_k < \tau_{kgr} = \mu p$. Przy tych obciążeniach nie wystąpią poślizgi lokalne. Przy obciążeniach $F > F_{spr}$ występują lokalne poślizgi łączonych powierzchni, które w miarę wzrostu war-

tości siły F obejmują coraz to większy obszar tych powierzchni. Przy sile $F = T = 2\mu pLb = 1800 \text{ N}$ poślizg wystąpi na całych powierzchniach styku łączonych elementów.

Przykład 3

Celem tego przykładu jest zobrazowanie wpływu współczynnika sztywności kontaktowej stycznej k_s na rozkłady siły $N_1(x)$ i naprężenia $\tau_k(x)$ na długości L połączenia. Do obliczeń przyjęto te same dane jak w przykładzie 2, z tą różnicą, że obliczenia wykonano teraz dla jednej wartości obciążenia $F = 1000 \text{ N}$ i kilku wartości współczynnika kontaktowej sztywności stycznej $k_s = (0.1; 0.5; 2; 10; 500) \cdot 10^8 \text{ MN/m}^3$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys.8.



Rys. 8. Rozkłady siły wzdłużnej (a) i kontaktowych naprężeń stycznych (b) na długości L połączenia zaciskowego dla różnych wartości współczynnika sztywności kontaktowej k_s

Krzywe 1 i 2 na rys. 8a i b obrazują odpowiednio rozkłady siły $N_1(x)$ oraz naprężenia stycznego $\tau_k(x)$ dla przypadków, gdy kontaktowa sztywność styczna jest mała, co występuje w połączeniach stykowych powierzchni o dużej chropowatości. Mała sztywność kontaktowa ma korzystny wpływ na rozkłady siły wzdłużnej

$N_1(x)$ i naprężenia stycznego $\tau_k(x)$. W miarę wzrostu kontaktowej sztywności stycznej, wzrasta nierównomierność rozkładu naprężeń stycznych na długości L połączenia i zaczynają występować na coraz większej długości lokalne poślizgi łączonych powierzchni.

Przyjęte do obliczeń wartości współczynnika k_s , odpowiadają realnym połączeniom stykowym elementów maszyn. Zależą one nie tylko od rodzaju materiału i dokładności obróbki powierzchni, ale także w dużym stopniu od normalnych nacisków powierzchniowych [12–14]. Skrajnie duże wartości k_s występują w połączeniach stykowych dokładnie obrobionych powierzchni, przy dużych naciskach normalnych. Gdy $k_s \rightarrow \infty$ uzyskuje się tzw. sztywne połączenie stykowe, przyjmowane dotąd powszechnie w modelowaniu i obliczaniu połączeń elementów maszyn, a w szczególności połączeń zaciskowych i wciskowych [5,6,8,9,11]. Przedstawione na rys.8 wyniki obliczeń wykazują, że współczynnik kontaktowej sztywności stycznej ma bardzo duży wpływ na rozkład naprężeń stycznych i lokalne poślizgi łączonych powierzchni. Wynika to z tego, że czynnik ten, powiązany ściśle z technologią obróbki łączonych powierzchni, odgrywa istotną rolę i powinien być uwzględniany w dokładnej analizie i obliczeniach tego typu połączeń.

4. Podsumowanie

Przedstawiony w pracy model połączenia zaciskowego, z uwzględnieniem podatności kontaktowej, daje wierniejszy obraz zachowania rzeczywistego połączenia niż przyjmowane dotychczas uproszczone modele tego układu. Umożliwia on dokładniejsze wyznaczenie występujących w tych połączeniach stanów mechanicznych oraz lepsze zrozumienie roli tzw. spoczynkowych połączeń stykowych w konstrukcjach maszynowych. Jest to szczególnie ważne w analizie sztywności i tłumienia oraz niezawodności i trwałości węzłów konstrukcyjnych.

Podatność kontaktowa łączonych powierzchni zdeterminowana jest w dużym stopniu przez rodzaj i dokładność obróbki tych powierzchni. Uwzględnia ona więc wpływ istotnego z punktu widzenia praktyki czynnika technologicznego na stan naprężeń i odkształceń w złączu, a tym samym na jego właściwości eksploatacyjne. Zmieniając obróbkę powierzchni można wydatnie wpływać na rozkłady sił wzdłużnych i naprężeń stycznych w złączu, co wynika wyraźnie z rys.8. Czynnik ten, jak wykazują badania [15], może mieć bardzo duży wpływ na jakość połączenia.

Uwzględnienie podatności kontaktowej w obliczeniowym modelu połączenia zaciskowego stanowi istotne, z poznawczego i praktycznego punktu widzenia, uściślenie teorii tych połączeń, poprzez uwzględnienie większej liczby czynników mających wpływ na stan naprężeń i odkształceń w złączu. Stwarza to między innymi możliwość uwzględnienia w teoretycznych rozważaniach nierozwiniętych sił tarcia w tych obszarach połączenia elementów sprężystych, w których nie

występuje jeszcze mały poślizg stykających się powierzchni. Umożliwia to w efekcie należyte teoretyczne wyjaśnienie sprężystego zachowania się połączeń zaciskowych i wciskowych, przy obciążeniu siłą $F < F_{spr}$, stwierdzanego doświadczalnie i uwzględnianego niekiedy w obliczeniach [6], a nie dającego się objaśnić za pomocą dotychczasowych modeli [9].

Opracowany program POLZAC stanowi efektywne narzędzie, umożliwiające bardzo szybkie wyznaczenie sił i przemieszczeń wzdłużnych łączonych elementów oraz kontaktowych naprężeń stycznych i poślizgów lokalnych stykających się powierzchni. Daje to możliwość należytego stawiania i rozwiązywania wielu aktualnych zagadnień inżynierskich, dotyczących sztywności, tłumienia konstrukcyjnego, niezawodności i trwałości tych połączeń.

Literatura

1. *Encyklopedia techniki. Budowa Maszyn*, WNT, Warszawa 1968
2. RYŻOW E.W., KOLESNIKOW JU.W., SUSLOW A.G., *Kontaktirowanije twiordych tie l pri statycznych i dynamiczeskich nagruzkach*, Naukowa Dumka, Kijew 1982
3. GRUDZIŃSKI K., *Rola, niedomagania i obliczanie połączeń elementów w konstrukcjach maszynowych*, XIII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, Pol. Szczecińska, Świnoujście 1987, Referaty problemowe, s.61-87
4. ATOPOW W.I., SERDOBINCEW JU.P., SŁAWIN O.K., *Modelirowanije kontaktnych napriażenij*, Maszinstroenie, Moskwa 1988
5. Müller L., *Poślizgi miejscowe w połączeniach skurczowych*, Przegląd Mechaniczny, Nr 9 s.309-312, Nr 10 s.353-357, Nr 11 s. 385-388, 32,1973
6. MÜLLER H.W., *Betriebsverhalten zylindrischer und kegeliger Pressverbindungen*, VDI-Berichte Nr 299, 1977, s.27-38
7. LEIDICH E., *Beanspruchung von Pressverbindungen im elastischen Bereich und Auslegung gegen Dauerbruch*, Diss.TH Darmstadt 1983
8. GIERGIEL J., *Problemy tarcia konstrukcyjnego w dynamice maszyn*, Zesz.Nauk. AGH. Elektryf. i mech. górn. i hutn., Z.44, Kraków 1971
9. OSIŃSKI Z., *Tłumienie drgań mechanicznych*, PWN, Warszawa 1986
10. GRUDZIŃSKI K., KAWIAK R., KONOWALSKI K., *Opracowanie metod komputerowych do projektowania połączeń elementów maszyn z uwzględnieniem zjawisk kontaktowych*, Etap IV, Politechnika Szczecińska, Kat.Mech.i PKM, Szczecin 1989 (nie publik.)
11. BOWDEN F.P., TABOR D., *Tarcie i smarowanie*, Male monografie PWN, Fizyka, Warszawa 1962
12. GRUDZIŃSKI K. (red.), *Niektóre zagadnienia mechaniki kontaktu w budowie maszyn*, Prace naukowe Politechniki Szczecińskiej Nr 339, Szczecin 1987
13. BACK N., BURDEKIN M., COWLEY A., *Analysis of Machine Tool Joints by the Finite Element Method*, Proc. 14th Int. Mach. Tool Des. and Res. Conf. Manchester 1973, s.529-537

14. KOIZUMI T., ITO Y., MASUKO M., *Experimental Expression of the Tangential Micro-displacement between Joint Surfaces*, Bull of the JSME, Vol.22, Nr 166, 1979, s.591-597
15. SUSŁOW A.G., *Technologičeskoje obespečenije kontaktnoj žestkosti sojedinienij*, Izdatielstwo Nauka, Moskwa 1977

Summary

Both physical and mathematical models together with the computer program for the analysis of the plane clamped joint under longitudinal force are presented in the paper. The elastic deformations of the joint members together with the elasto-plastic tangential flexibility of the contact interface (being the effect of discrete nature of the real surfaces) have been included in the model. The Coulomb's friction force has been taken into consideration as applied not only in the slide region but also outside it. The equations describing force and longitudinal displacements distribution along the joint members together with the contact tangential stress distribution along the contact interface have been obtained. Some computational examples are presented.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 31 maja 1990 roku