

STEROWANIE CZYNNIE WŁASNOŚCIAMI DYNAMICZNYMI SAMOLOTU NIEODKSZTAŁCALNEGO

WIESŁAW J. MICHALSKI

WSK "PZL - Warszawa - Okęcie" ¹

JÓZEF A. PIETRUCHA

Politechnika Warszawska

Praca dotyczy nowego sposobu poprawiania własności dynamicznych obiektów sterowanych. Do ilustracji możliwości tego sposobu wybrano ważne technicznie zagadnienia: ustateczniania samolotu niestatecznego i minimalizacji przyspieszenia normalnego jego środka ciężkości. Samolot został zamodelowany jako układ brył nieodkształcalnych lecący w spokojnym powietrzu, którego ruch po zaburzeniu o charakterze skoku jednostkowego opisany jest modelem oscylacji szybkich. Na tle zachowania się samolotu niesterowanego pokazano wpływ sterowania na proces przejściowy, pracę organów sterowania oraz przyspieszenie normalne i pochylenia.

1. Wstęp

Analiza własności dynamicznych obiektów latających od dawna stanowi przedmiot zainteresowania producentów sprzętu lotniczego. Kłopot zaczyna się wówczas, gdy trzeba poprawiać niezadowolające charakterystyki tych obiektów. Przy konstruowaniu sprzętu konwencjonalnego pomocą służyło doświadczenie i intuicja, a do zapewnienia wymaganych własności dochodziło się drogą "prób i błędów". Ten sposób osiągania zakładanych własności dynamicznych nazwiemy kształtowaniem biernym własności. Jest to sposób nie do przyjęcia w przypadku obiektów o wysokim stopniu złożoności - typu F-16, czy Space Shuttle.

Rozwój teorii sterowania oraz pojawienie się lekkich i szybkich układów cyfrowych stworzyły inżynierom możliwość zupełnie nowego sposobu postępowania. Ten

¹Obecnie Politechnika Warszawska

sposób nazwiemy kształtowaniem, czynnym własności. Polega on na wyposażeniu konwencjonalnych układów sterowania w dodatkowe funkcje. Członami wykonawczymi są standardowe lub dodatkowe organy sterowania. Odpowiedni ruch, na przykład sterem wysokości albo dźwignią sterowania silnika, generuje dodatkowe siły i momenty, które wpływają na dynamikę całego obiektu. Należy jednak podkreślić, że realizacja techniczna takiego układu sterowania wymaga zastosowania komputera pokładowego o dużej pojemności i szybkości działania oraz wysoko-sprawnych mechanizmów wykonawczych. Może więc powstać pytanie: czemu służy to komplikowanie obiektu konwencjonalnego? Otóż, jak wynika z oblotów jednostek wyposażonych w układ czynnego sterowania (takich, jak Tornado w Europie, czy F-16 w USA), są one lżejsze i bardziej oszczędne w zużyciu paliwa, posiadają lepsze osiągi (na przykład większy udźwig, mniejszą prędkość lądowania). Dodatkowym atutem w przypadku samolotów bojowych jest poprawa zdolności manewrowych (zakręt o mniejszym promieniu) oraz możliwość wykonywania manewrów nieosiągalnych przez maszyny tradycyjne (zmiana wysokości lotu bez zmiany kąta pochylenia).

Do najczęściej stawianych w lotnictwie zadań, uzasadniających potrzebę kształtowania czynnego należą:

1. ustatecznianie lub "dostatecznianie",
2. minimalizacja przyspieszenia wybranego punktu samolotu,
3. bezpośrednie sterowanie siłą nośną lub boczną,
4. sterowanie flatterem,
5. redukcja momentu gnącego u nasady skrzydła,
6. osłabienie skutków podmuchu,
7. zwiększenie bezpieczeństwa i wygody lotu.

Przeprowadzanie powyższych zabiegów wymaga jednak umiejętności wyznaczenia odpowiedniego sposobu poruszania członami wykonawczymi, to znaczy prawa sterowania.

W celu zilustrowania możliwości sterowania czynnego zajmiemy się dwoma bardzo ważnymi zadaniami technicznymi, jakimi są: ustatecznianie obiektu niestatecznego oraz minimalizacja przyspieszenia normalnego jego środka ciężkości.

2. Podstawy teoretyczne sterowania czynnego

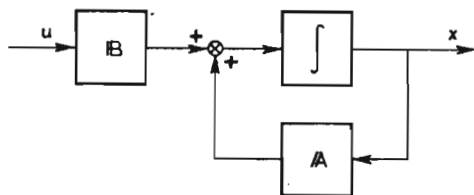
2.1. Równanie stanu

Jeśli zachowanie się obiektu fizycznego sterowanego daje się opisać za pomocą układu równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu, to można je także

przedstawić w postaci jednego równania macierzowego liniowego pierwszego rzędu:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t), \\ t &\geq t_0, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Równanie (2.1) nazywamy równaniem stanu, a odpowiedni schemat blokowy jest



Rys. 1. Obiekt sterowany w warunkach zdeterminowanych

przedstawiony na rys. 1. Współrzędne wektora \mathbf{x} są współrzędnymi fazowymi układu i opisują jego stan w chwili t . Współrzędne wektora \mathbf{u} , zwanego wektorem sterowania, są zmiennymi sterującymi działającymi w tej samej chwili na wejściu układu. Macierz \mathbf{A} nazywa się macierzą stanu, a \mathbf{B} — macierzą sterowania.

Równanie (2.1) opisuje szeroką klasę układów mechanicznych. Weźmy bowiem pod uwagę podstawowy model dynamiki obiektu w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}(t), \quad (2.2)$$

gdzie: \mathbf{M} , \mathbf{D} i \mathbf{K} — macierze, odpowiednio, bezwładności, tłumienia i sztywności, \mathbf{q} i $\mathbf{F}(t)$ — odpowiednio, wektory współrzędnych i sił uogólnionych. Siły te mogą być zarówno sterujące jak i zakłócające. Jeśli wprowadzimy wektor stanu w postaci

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dots \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix}, \quad (2.3)$$

oraz uwzględnimy tylko siły sterujące, to równanie (2.2) przybierze wówczas postać (2.1), gdzie:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}(t), \quad (2.5)$$

$\mathbf{0}$, \mathbf{I} — macierze, odpowiednio: zerowa i jednostkowa.

2.2. Kwadratowy wskaźnik jakości

Teraz należy sformułować cel sterowania i podać kryterium oceny jego realizacji. W literaturze, do tej oceny bardzo często przyjmuje się tak zwany kwadratowy wskaźnik jakości

$$J = \mathbf{x}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{x}_k + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} (\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(t) \mathbf{u}(t)) dt, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k), \quad \mathbf{P}_k \geq \mathbf{Q}, \quad \mathbf{Q} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{R} > \mathbf{0},$$

gdzie: t_0 , t_k — chwila początkowa i końcowa, \mathbf{P}_k oraz \mathbf{Q} i \mathbf{R} — macierze wagowe, odpowiednio: stanu końcowego oraz stanu chwilowego i sterowania. Zastosowanie takiego kryterium umożliwi uzyskanie postaci prawa sterowania w sposób analityczny [1].

Za sterowanie optymalne uważa się takie, które minimalizuje wskaźnik jakości.

Wskaźnik (2.6) umożliwi ocenę realizacji różnych celów. Na przykład, przedstawione w niniejszej pracy zagadnienia ustępczności i minimalizacji przyspieszenia — polegają nie tylko na tym, aby układ doprowadzić do stanu końcowego, ale żeby w tym stanie trwale go utrzymać. Matematycznie, ten dowolnie długi czas wyraża się przez przyjęcie $t_k = \infty$. W tym przypadku wskaźnik (2.6) przybiera postać

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(t) \mathbf{u}(t)) dt. \quad (2.7)$$

W literaturze sugeruje się, że jedynie ze względu na wektory stanu i sterowania można przeprowadzać optymalizację. Tak jednak nie jest! Może się bowiem okazać, że trzeba zminimalizować wielkości fizyczne (kinematyczne, wytrzymałościowe, itp.), które nie są opisywane bezpośrednio przez wektor stanu². W takiej sytuacji poszukujemy zależności — najczęściej liniowej — między zmiennymi stanu a interesującymi nas wielkościami fizycznymi. W zagadnieniach dynamiki lotu taką wielkością jest często przyspieszenie. Zależność ta została w pracy [5] nazwana równaniem własności, a wektor utworzony przez wspomniane wielkości — wektorem własności.

²Zmiennymi stanu mogą być nie tylko przemieszczenia, lecz także inne wielkości fizyczne — na przykład przyspieszenie. Rozróżnienie powyższe wynika z potrzeby podkreślenia, że chodzi tu o wielkości nie występujące w równaniu stanu

2.3. Równanie własności

Postać ogólna takiego równania w przypadku liniowym jest następująca:

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{D}_x(\tau)\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{D}_u(\tau)\mathbf{u}(\tau), \quad \tau \in [t, t_k]. \quad (2.8)$$

Wektor własności $\mathbf{x}(\tau)$ jest określany na podstawie stanu i sterowania poprzez macierze własności \mathbf{D}_x i \mathbf{D}_u . O układzie opisanym równaniem stanu (2.1), od którego oczekujemy zachowania się opisanego równaniem własności (2.8), trzeba założyć, że jest modyfikowalny. Oznacza to, że uzyskanie pożądaných wartości współrzędnych wektora własności jest w ogóle możliwe. Jak na razie nie ma tu odpowiednich twierdzeń, na przykład takich, jak twierdzenie Kalmana o sterowalności, czy twierdzenie Lapunowa o stateczności.

Wprowadzenie do wskaźnika jakości wektora własności zamiast wektora stanu prowadzi do zagadnienia sterowania własnością układu.³

2.4. Sterowanie własnością poprzez sterowanie stanem

Niech zagadnienie sterowania własnością opisują następujące zależności:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}, \quad (2.10)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} (\mathbf{z}^T \mathbf{Q}\mathbf{z} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}\mathbf{u}) dt. \quad (2.11)$$

Po podstawieniu (2.10) do (2.11) otrzymujemy:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{S}\mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{u}) dt. \quad (2.12)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \mathbf{Q}_1 = \mathbf{D}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_x, \\ \text{b)} \quad & \mathbf{S} = \mathbf{D}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_u, \\ \text{c)} \quad & \mathbf{R}_1 = \mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_u + \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

³Sterowanie stanem układu jest szczególnym przypadkiem sterowania własnością. Równaniem własności jest tu tożsamość $\mathbf{x} \equiv \mathbf{z}$. W rozważaniach zachowano jednak układ chronologiczny

Ponieważ postać (2.12) odbiega od spotykanej w teorii sterowania więc należy przeprowadzić standaryzację. W tym celu wprowadzamy oznaczenia:

$$\text{a) } \quad \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}^T \mathbf{x}, \quad (2.14)$$

$$\text{b) } \quad \mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{Q}} + \mathbf{S}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}^T.$$

Po podstawieniu (2.14) do (2.12) i wykonaniu niezbędnych przekształceń otrzymujemy:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}) dt, \quad (2.15)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \text{a) } \quad \tilde{\mathbf{u}} &= \mathbf{u} + (\mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_u + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_x \mathbf{x}, \\ \text{b) } \quad \tilde{\mathbf{Q}} &= \mathbf{D}_x^T (\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{D}_u (\mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_u + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{D}_u^T \mathbf{Q}) \mathbf{D}_x, \\ \text{c) } \quad \tilde{\mathbf{R}} &\equiv \mathbf{R}_1 = \mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_u + \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Stąd wynika, że ta standaryzacja zmienia macierze wagowe oraz wektor sterowania występujące we wskaźniku jakości. Pociąga to za sobą konieczność modyfikacji także równania stanu, a mianowicie do postaci

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x} + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}}, \quad (2.17)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \mathbf{A} - \mathbf{B} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{A} - \\ &\quad - \mathbf{B} (\mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_u + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{D}_u^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_x. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Ostatecznie, zagadnienie sterowania własnością zostało sprowadzone do zagadnienia sterowania stanem w postaci (2.17) z (2.15).

2.5. Prawo sterowania optymalnego a sterowanie czynne

Postać zagadnienia uzyskana w poprzednim punkcie jest klasyczna i sposób jego rozwiązania można znaleźć w większości podręczników teorii sterowania optymalnego, więc przytoczymy tylko wyniki [1,7].

Dla wskaźnika jakości (2.6) prawo sterowania optymalnego wyraża się wzorem

$$\mathbf{u}^o(t) = \mathbf{F}(t) \mathbf{x}(t), \quad (2.19)$$

gdzie:

$$F(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)P(t). \quad (2.20)$$

Macierz $P(t)$ w (2.20) stanowi dodatnio określone rozwiązanie różniczkowego równania typu Riccati'ego:

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) = & -P(t)A(t) - A^T(t)P(t) + \\ & + P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) - Q(t), \end{aligned} \quad (2.21)$$

z warunkiem końcowym:

$$P(t_k) = P_k. \quad (2.22)$$

Macierz ta spełnia ponadto warunek

$$P(t) = P^T(t). \quad (2.23)$$

Zbieżność oznaczenia przez P_k macierzy wagowej stanu końcowego we wskaźniku jakości (2.6) oraz macierzy w warunku (2.22) nie jest przypadkowa – w równości tych macierzy są zawarte warunki transwersalności [7].

Dla wskaźnika z czasem nieskończonym (2.7) równanie (2.21) przybiera postać algebraicznego równania typu Riccati'ego:

$$\begin{aligned} & -P(t)A(t) - A^T(t)P(t) + \\ & + P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) - Q(t) = 0. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Układem zamkniętym będziemy nazywać równanie

$$\dot{z} = Lz, \quad (2.25)$$

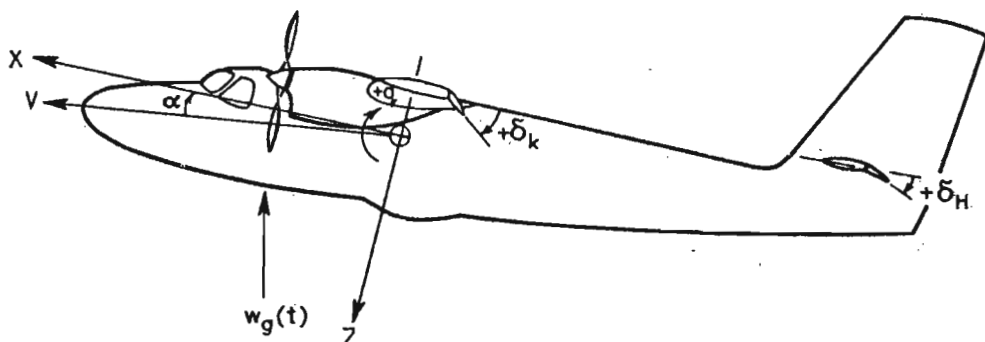
gdzie:

$$L = A + BF, \quad (2.26)$$

które otrzymuje się po podstawieniu sterowania (2.19) do równania stanu (2.1). Z postaci (2.26) wynika, że za pomocą odpowiedniego doboru macierzy sprzężenia zwrotnego F można kształtować własności dynamiczne obiektu. Realizację prawa sterowania (2.19) będziemy nazywać sterowaniem czynnym.

3. Model fizyczny i matematyczny samolotu

Dla większej przejrzystości dalszych rozważań i wyników obliczeń przyjmiemy, że obiektem ruchomym jest samolot prototypowy, który wykonuje oscylacje szybkie



Rys. 2. Układ odniesienia i umowne zwroty dodatnie

po wejściu w podmuch o charakterze skoku jednostkowego. Ogranicza to, oczywiście, zakres zjawisk, ale nie istotę proponowanych możliwości. Model ten może być sformułowany przy następujących założeniach, por. [2,5]:

- masa samolotu jest stała,
- inercjalny układ odniesienia jest związany z ziemią,
- samolot posiada pionową płaszczyznę symetrii,
- płaszczyzna symetrii samolotu jest płaszczyzną jego ruchu,
- początek samolotowego układu odniesienia pokrywa się ze środkiem ciężkości samolotu (rys.2),
- samolot jest bryłą sztywną,
- wychylenia ze stanu równowagi są małe,
- obowiązuje aerodynamika ustalona,
- składowa wzdłużna prędkości jest stała.

Do sterowania samolotem posłużymy się sterem wysokości i klapami, pomijając ich dynamikę.⁴

Model matematyczny ma postać układu równań:

⁴Pominięcie dynamiki układów sterowania oznacza przyjęcie założenia o ich natychmiastowej odpowiedzi na wymuszenie. Układy sterowania czynnego odznaczają się rzeczywistością bardzo dużą szybkością działania, ale jest ona przecież ograniczona. Problem ten wymaga odrębnego potraktowania. Zainteresowanych nim autorzy niniejszego artykułu odsyła, do swojej pracy: Rola modelu dynamiki członów wykonawczych w zagadnieniu sterowania czynnego samolotem, VII Sympozjum Dynamiki Konstrukcji, Rzeszów 1989.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \dot{\alpha}(t) &= Z_{\alpha}\alpha(t) + Z_q q(t) + Z_{\delta_H}\delta_H(t) + Z_{\delta_k}\delta_k(t), \\ \text{b)} \quad \dot{q}(t) &= M_{\alpha}\alpha(t) + M_q q(t) + M_{\delta_H}\delta_H(t) + M_{\delta_k}\delta_k(t), \end{aligned} \quad (3.1)$$

z warunkiem początkowym :

$$\mathbf{x}_0 = [\alpha_0, q_0]^T = \left\{ \arctg \frac{w}{V}, 0 \right\}^T, \quad (3.2)$$

gdzie: α, q – zmiana, odpowiednio, kąta natarcia i prędkości pochylenia, δ_H, δ_k – zmiana kąta wychylenia, odpowiednio, steru wysokości i klap, $Z_{\alpha}, \dots, M_{\delta_k}$ – współczynniki aerodynamiczne i $Z_q \equiv 1, w, V$ – prędkość, odpowiednio, podmuchu pionowego i samolotu. Na rys. 2 zaznaczono zwroty dodatnie odpowiednich wielkości. Model ten można przedstawić w postaci (2.1), oznaczając:

$$\mathbf{x} = [\alpha, q]^T, \quad \mathbf{u} = [\delta_H, \delta_k]^T, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Z_{\alpha} & Z_q \\ M_{\alpha} & M_q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} Z_{\delta_H} & Z_{\delta_k} \\ M_{\delta_H} & M_{\delta_k} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Przyjęto następujące dane liczbowe, por. [5,6]:

$$\begin{aligned} m &= 5670 \text{ kg}, \quad S = 39 \text{ m}^2, \quad V = 109.0 \text{ m/s}, \quad h = 3048 \text{ m}, \quad Z_{\alpha} = -1.9690 \text{ s}^{-1}, \quad Z_{\delta_H} = \\ &= -0.1560 \text{ s}^{-1}, \\ Z_{\delta_k} &= -0.7460 \text{ s}^{-1}, \quad M_{\alpha} = 4.5970 \text{ s}^{-2}, \quad M_q = -2.0950 \text{ s}^{-1}, \quad M_{\delta_H} = \\ &= -20.0420 \text{ s}^{-2}, \quad M_{\delta_k} = 8.6720 \text{ s}^{-2}. \end{aligned}$$

Obliczenia przeprowadzono dla $\mathbf{x}_0 = [0.05, 0.0]$, co odpowiada podmuchiowi pionowemu o prędkości w $\cong 5.45 \text{ m/s}$.

4. Ustatecznianie samolotu niestatecznego

Jeśli obiekt jest stateczny, to wówczas zachodzi zależność:

$$\text{Re} \lambda_i(\mathbf{A}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n = \dim \mathbf{A}, \quad (4.1)$$

gdzie: $\text{Re} \lambda_i$ – części rzeczywiste wartości własnych macierzy stanu, zob. [3].

W dynamice lotu warunek (4.1) jest zbyt ogólnikowy. Konkretyzacja następuje często poprzez postawienie żądania, aby tak zwany "czas stłumienia amplitudy do połowy":

$$T_{1/2} = \frac{-\ln 2}{\text{Re} \lambda_i(\mathbf{A})} \cong \frac{-0.693}{\text{Re} \lambda_i(\mathbf{A})}, \quad (4.2)$$

Tablica 1.

N	β	P		F		λ	$T_{1/2}$
0	—	_____		_____		-4.1770	0.166
		_____		_____		0.1130	-6.135
1	5.0	0.3108	0.0589	0.2456	0.3578	-10.4251	0.066
		0.0589	0.0888	-0.0557	-0.1452	-2.0664	0.335
2	1.0	0.2519	0.0198	0.4354	0.8573	-22.1304	0.031
		0.0198	0.0426	0.0165	-0.3549	-2.2738	0.305
3	0.5	0.4759	0.0255	0.5853	1.2365	-31.0902	0.022
		0.0255	0.0615	0.1338	-0.5143	-2.4060	0.288
4	0.1	1.9605	0.0488	1.2837	2.8437	-69.1507	0.010
		0.0488	0.1415	1.0394	-1.1908	-3.2091	0.216
5	.05	0.3395	0.0065	1.8290	4.0494	-97.7287	0.007
		0.0065	0.0202	1.9703	-1.6994	-3.9843	0.174
6	.01	1.0311	0.0124	4.0924	9.1376	-218.4115	0.003
		0.0124	0.0455	6.6172	-3.8530	-7.7766	0.089

przybrał wymaganą wartość, por. [4].

Jeśli obiekt jest "z natury" niestateczny (takim go zbudowano), to wówczas zachodzi zależność

$$\operatorname{Re}\lambda_i(\mathbf{A}) \geq 0, \quad i \in \{1, \dots, n = \dim\}, \quad (4.3)$$

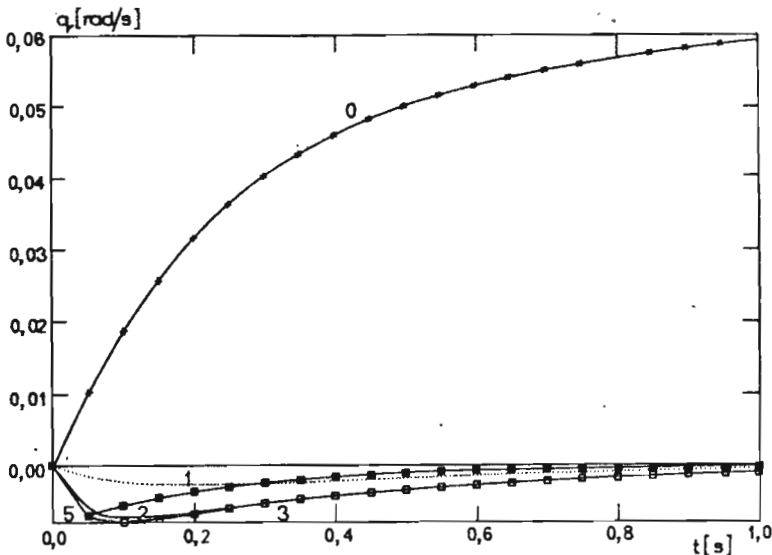
Celem sterowania czynnego jest wypracowanie takiego prawa sterowania (2.19), aby układ zamknięty (2.25) był stateczny, to znaczy, żeby zależność

$$\operatorname{Re}\lambda_j(\mathbf{L}) < 0, \quad (4.4)$$

zachodziła dla wszystkich $j = 1, \dots, m = \dim \mathbf{L}$.

Konkretyzację można tu osiągnąć poprzez postawienie żądania, aby czas

$$T_{1/2} = \frac{-\ln 2}{\operatorname{Re}\lambda_j(\mathbf{L})} \cong \frac{-0.693}{\operatorname{Re}\lambda_j(\mathbf{L})} \quad (4.5)$$



Rys. 3. Przebieg zmian prędkości kątowej podczas ustępczniana

przybrał wymaganą wartość.

W tabeli 1 zamieszczono wyniki obliczeń dla modelu samolotu niesterowanego ($N = 0$) oraz sterowanego czynnie (pozostałe).

Jedną z wartości własnych dla przypadku z zatrzymanymi sterami jest dodatnia. Zgodnie z warunkiem (4.3) świadczy to o niestępcznoci. Odpowiadający tej wartości "czas stłumienia amplitudy do połowy" (4.2) jest ujemny. Minus ma tutaj sens fizyczny: oznacza, że odchylenie od stanu równowagi narasta zamiast maleć (zob. rys. 3).

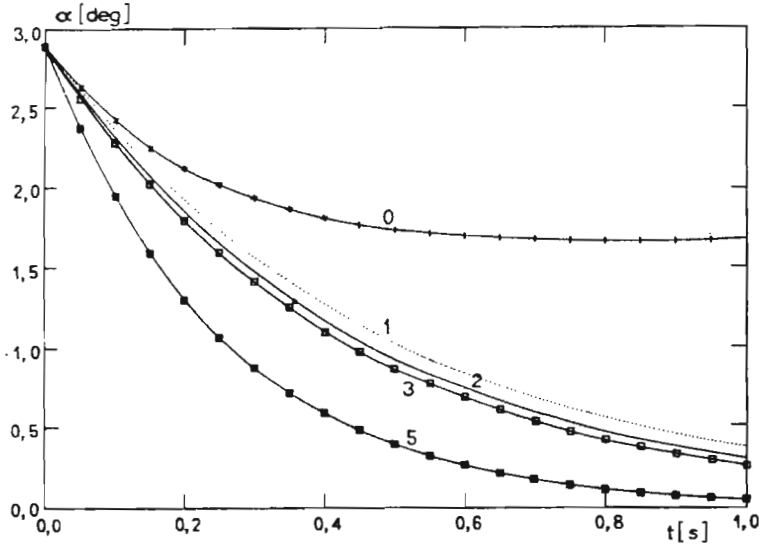
Obliczenia dotyczące modelu samolotu sterowanego przeprowadzono dla macierzy wagowych diagonalnych o stałych, jednakowych elementach, to znaczy wybrano

$$Q = w_q I, \quad R = w_r I, \quad w_q, w_r \neq 0, \quad (4.6)$$

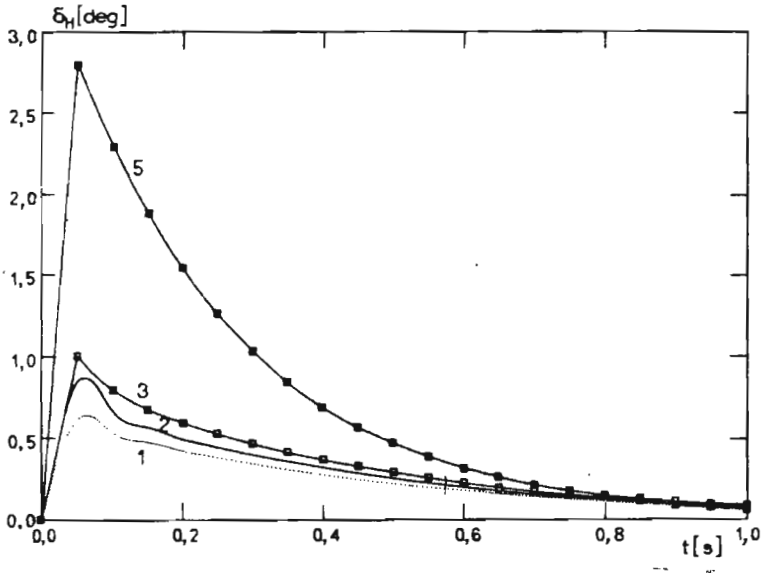
gdzie: I – macierz jednostkowa. W tym przypadku wystarczy wprowadzić jeden parametr $\beta = w_r / w_q$, będący pewną miarą oszczędności sterowania względem ograniczeń nakładanych na stan układu. Wskaźnik jakości może przyjąć, wobec tego, postać:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{x} + \beta \mathbf{u}^T \mathbf{u}) dt. \quad (4.7)$$

Zmniejszaniu parametru β – co oznacza zgodę na kosztowniejsze sterowanie –



Rys. 4. Przebieg zmian kąta natarcia podczas ustaleczania



Rys. 5. Praca steru wysokości podczas ustaleczania

towarzyszy wzrost, co do wartości bezwzględnej, elementów macierzy sprzężenia zwrotnego F i wartości własnych λ . Oznacza to otrzymywanie układów o coraz szybciej zmieniających się procesach przejściowych (zob. rys. 4) – potwierdza to zmniejszający się monotonicznie "czas tłumienia amplitudy do połowy" (4.5). Warto zauważyć, że we wszystkich przypadkach wartości własne są rzeczywiste, czyli ruch jest aperiodyczny.

W tabeli zamieszczono także rozwiązania P równania (2.24) służące do wyznaczenia sterowania optymalnego (2.19) na podstawie (2.20). Już na pierwszy rzut oka widać, że – zgodnie z wymaganiem i oczekiwaniem – są one dodatnio określone i symetryczne.

Na uwagę zasługuje fakt, że prawie wszystkie odpowiadające sobie elementy macierzy F mają ten sam znak. Odpowiada temu identyczne jakościowo zachowanie się organów sterowania (rys. 5, 6). Wyjątek stanowi drugi wiersz tej macierzy w przypadku najbardziej oszczędnego sterowania ($N = 1$) – w rezultacie kłapy mają wychylić się przeciwnie niż w przypadkach pozostałych (rys. 6).

Jak wynika z przytoczonych wykresów, wyznaczone sterowanie, które nazwiemy ustaleczającym realizuje wytyczony cel (rys. 3, 4). Ale na tym nie można poprzestać. Z przebiegu przyspieszeń (rys. 7, 8) wynika, że ustaleczanie może odbić się niekorzystnie na personelu i konstrukcji. Szczególnie zwraca uwagę gwałtowny wzrost przyspieszenia normalnego tuż po wejściu w podmuch. Rodzi się więc nowe zagadnienie: minimalizacja przyspieszenia normalnego.

5. Minimalizacja przyspieszenia normalnego

Zagadnienie to wymaga wprowadzenia nowego wskaźnika jakości o postaci:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (a^2 + \beta \mathbf{u}^T \mathbf{u}) dt, \quad (5.1)$$

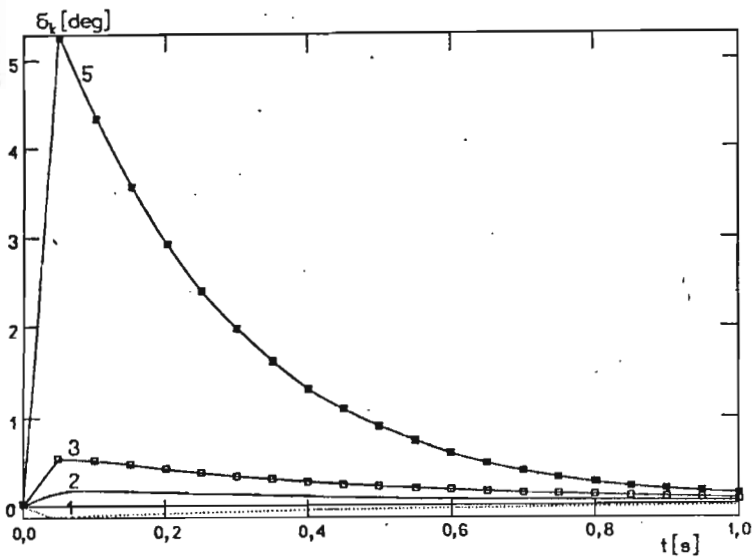
gdzie: a — przyspieszenie normalne środka ciężkości samolotu.

Przyspieszenie normalne nie jest zmienną stanu, zob. (3.3), więc wskaźnik (5.1) jest typu (2.11). Równanie własności ma w tym przypadku postać [5,6]:

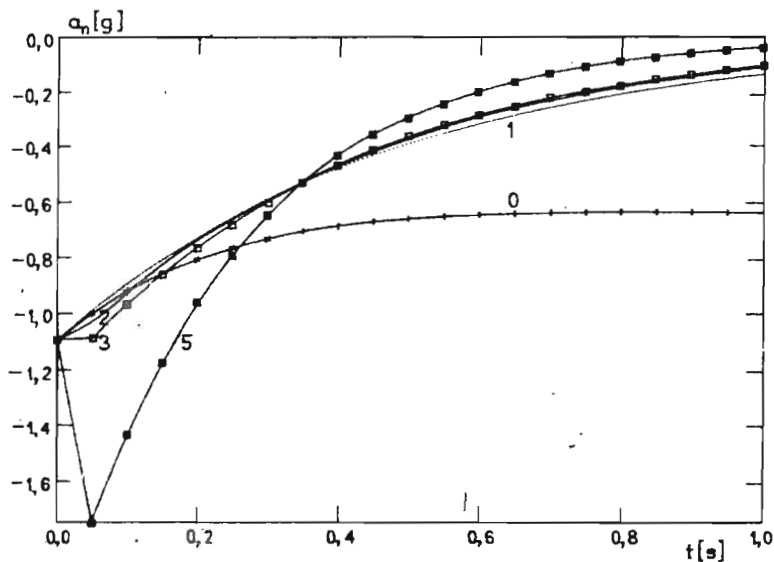
$$a = V(\dot{\alpha} - q). \quad (5.2)$$

Po podstawieniu równania (3.1a) do (5.2), unormowaniu przyspieszenia samolotu względem przyspieszenia ziemskiego ($g \cong 9.80665 \text{ m/s}^2$) i oznaczeniu $a_n = a/g$ otrzymujemy równanie własności w postaci:

$$a_n = \frac{V}{g} (Z_{\alpha} \alpha + Z_{\delta_H} \delta_H + Z_{\delta_k} \delta_k), \quad (5.3)$$



Rys. 6. Praca kłap podczas ustępczniana



Rys. 7. Przebieg zmian przyspieszenia normalnego podczas ustępczniana

Tablica 2.

N	β	F		λ	T	$T_{1/2}$
0	—	—————		-4.1770 0.1130	—————	0.166 -6.135
0	5.0	1.16385 -2.7831	0.3557 -0.0742	-5.0079±5.3623	1.172	0.138
2	0.01	1.7104 -2.9967	0.3668 -0.0767	-5.05665±5.4869	1.145	0.137

a wskaźnik jakości typu (5.1) możemy przyjąć jak niżej:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (a_n^2 + \beta_{\mathbf{u}}^T \mathbf{u}) dt. \quad (5.4)$$

Zależności (5.3) i (5.4) dołączone do równań (3.1) wraz z (3.2) stanowią zadanie typu (2.9) ÷ (2.11).

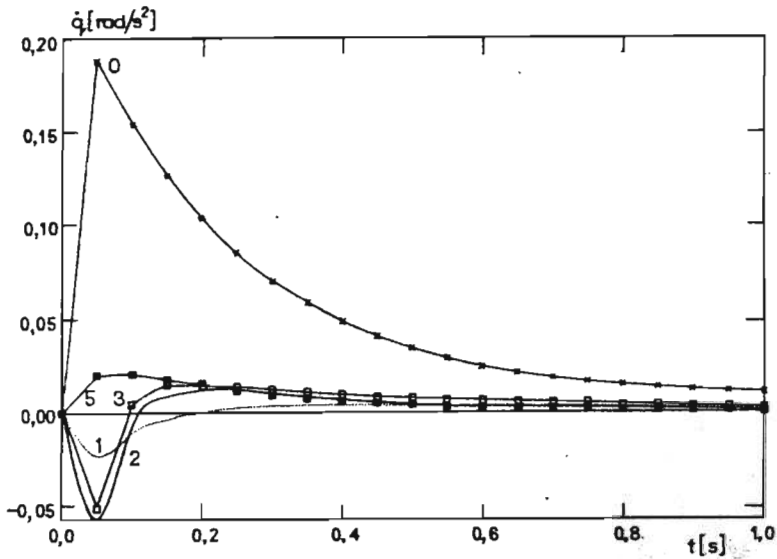
W tabeli 2 zamieszczono niektóre wyniki obliczeń przeprowadzonych dla tego zadania. Wartości własne są zespolone, co pozwoliło podać dodatkowo $T = 2\pi/|Im\lambda|$.

Uwzględniono tylko wyniki dla skrajnych wartości parametru β , ponieważ układ wykazuje małą wrażliwość modalną na zmiany tego parametru. W konsekwencji procesy przejściowe są prawie identyczne (rys. 9).

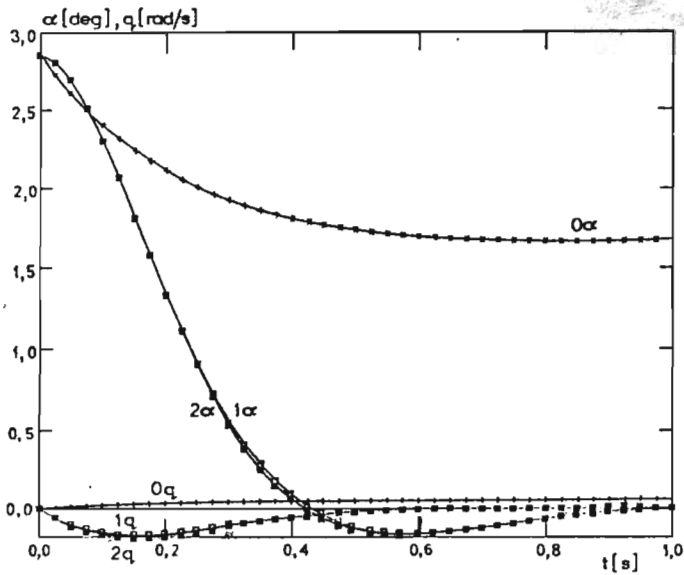
Cyfry występujące w oznaczeniach linii na rysunkach 8 ÷ 10 są zgodne z wartością N w tabeli 2, a litery oznaczają: a, \dot{q} — przyspieszenie, odpowiednio, liniowe i kątowe, s — ster wysokości, oraz k — klapy.

Zastosowanie kryterium (5.4) powoduje bardzo szybko prawie całkowitą redukcję przyspieszenia normalnego samolotu sterowanego, ($1a, 2a$), w porównaniu do samolotu niesterowanego, ($0a$). Powoduje to jednak gwałtowny przyrost przyspieszenia pochylania, ($1\dot{q}, 2\dot{q}$), które wielokrotnie przewyższa wartości dla samolotu niesterowanego (!), ($0\dot{q}$) — rys. 10.

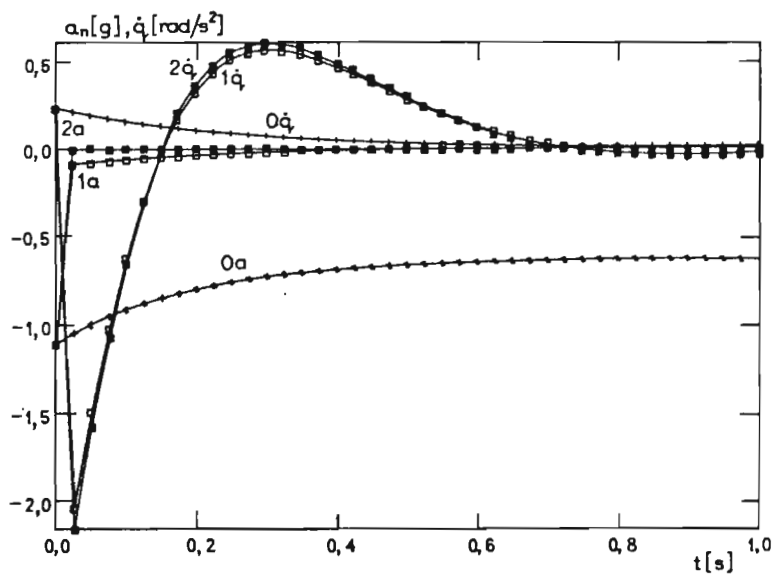
Przedstawione zachowanie się samolotu jest spowodowane nagłym wychyleniem powierzchni sterowych (rys.11).



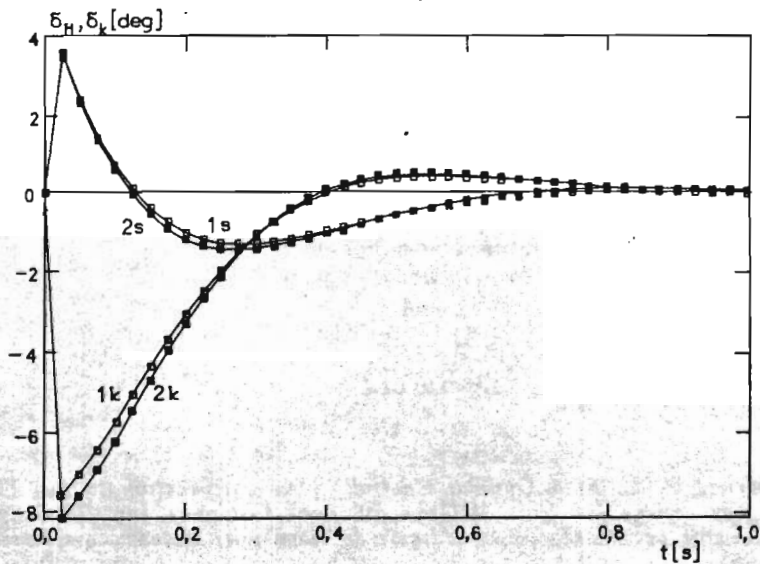
Rys. 8. Przebieg zmian przyspieszenia pochylania podczas ustępczania



Rys. 9. Przebieg procesu przejściowego podczas minimalizacji przyspieszenia normalnego



Rys. 10. Przebieg zmian przyspieszeń podczas minimalizacji przyspieszenia normalnego



Rys. 11. Praca organów sterowania podczas minimalizacji przyspieszenia normalnego

6. Wnioski i postulaty

Teoria sterowania optymalnego umożliwia uzyskanie sterowania zsyntezowanego, co jest jej zaletą. Sterowanie to jest jednak wrażliwe na współczynniki wagowe. Tymczasem ich wybór jest dość arbitralny, co stanowi wadę.⁵

Układy sterowania czynnego muszą szybciej działać i przenosić większe obciążenia niż układy konwencjonalne.

Synteza prawa sterowania oparta tylko na minimalizacji wskaźnika "stabilizującego" (2.7) zapewnia wprawdzie stabilizację stanu, ale może doprowadzić do pogorszenia się innych własności — na przykład do zwiększenia przyspieszenia. Potwierdza to znane z praktyki stwierdzenie: "samolot wykonał zadanie, ale pilot szkodę poniósł".

Wykazano, że wskaźnik jakości stosowany na ogół w pracach dotyczących zastosowań teorii sterowania w dynamice lotu (redukcja przyspieszenia normalnego środka ciężkości samolotu) powoduje wprawdzie zrealizowanie celu, ale kosztem znacznego pogorszenia w zakresie przyspieszenia kątownego (gorzej niż dla samolotu niesterowanego!). Należy wprowadzić wskaźnik jakości, dzięki któremu będzie można uzyskiwać redukcję zarówno przyspieszenia normalnego jak i kątownego, zob. [5].

Ponadto należy uwzględnić:

1. turbulencję i "wind shear",
2. odkształcalność,
3. dynamikę serwomechanizmów,
4. wzbogacenie modelu samolotu, a także przebadanie innych modeli uproszczonych (fugoida, holendrowanie, spirala, itp.),
5. model pilota,
6. inne wskaźniki jakości,
7. inne metody sterowania (modalne, l — momentów, itd.).

Literatura

1. M. ATHANS, P. L. FALB, *Optimal Control: An Introduction to the Theory and its Applications*, New York McGraw-Hill Book Company, Inc., 1966 Przekł. pol.: *Sterowanie optymalne. Wprowadzenie do teorii i jej zastosowania*, Warszawa WNT, 1969

⁵Sama możliwość wybierania wag jest uważana za zaletę gdyż umożliwia wpływanie na kształt rozwiązania optymalnego. Wadą jest natomiast brak skutecznych metod dobierania ich w celu osiągnięcia efektów zadanych z góry, czyli trudność rozwiązania tak zwanego zagadnienia odwrotnego

2. J. H. BLAKELOCK, *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, New York J. Wiley & Sons, Inc., 1965
3. R. GUTOWSKI, *Równania różniczkowe zwyczajne*, Warszawa WNT, 1971
4. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Praca habilitacyjna, Warszawa Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, 1975
5. W. J. J. MICHALSKI, *Badanie dynamiki liniowych obiektów sterowanych w warunkach losowych z kwadratowym wskaźnikiem jakości*, Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział MEiL, ITLiMS, Zakład Mechaniki, Warszawa 1987
6. W. I. OEHMAN, *Optimum Design Considerations of a Gust Alleviator for Aircraft*, NASA TN D-8152, March 1976
7. Я.Н. Ройтенберг, *Автоматическое управление*, Москва Наука, 1971. Przekł. pol.: J. N. Rojtenberg, *Teoria sterowania*, Warszawa PWN, 1978

Summary

The paper concerns a new method of dynamic properties improving controlled objects. Technologically important problems: stabilization of an unstable aircraft and minimization of its center of gravity acceleration are selected to illustrate the method. An aircraft is modelled as nonflexible-bodies system, flying in clear air, that motion after encountering of step gust is described by means of short-period model. The influence of control on a transient process, controls operations, normal acceleration and a pitch one is shown in comparison to an non-controlled aircraft characteristics.

Резюме

Настоящая работа относится к новому способу улучшения динамических свойств объектов управления. Для представления возможности этого способа, выбрано технически важные проблемы: стабилизацию неустойчивого самолета и минимизацию ускорения его центра тяжести. Самолет моделировано системой жестких тел летящих в спокойном воздухе, которых движение после возмущения ступенчатого типа описывается короткопериодической моделью. В сравнении с характеристиками неуправляемого самолета показано влияние управления на переходный процесс, работу органов управления, а также перпендикулярное ускорение и угловое ускорение тангажа.

Praca wpłynęła do Redakcji 12 kwietnia 1989 roku