

DYNAMIKA SAMOŁOTU PO SYMETRYCZNYM ZRZUCIE PODWIESZEN Z ZASTOSOWANIEM SYMULACJI NUMERYCZNEJ

WŁODZIMIERZ DŻYGADŁO

Wyższa Szkoła Inżynierska, Radom

JERZY MARYNIAK

Położna Warszawa

1. Wstęp

Celem tej pracy jest analiza wpływu zaburzenia jakie wywołuje zrzut zasobników na dynamikę samolotu [1]. Analizę tego zagadnienia podzielono na trzy etapy (rys.1).

1. Dynamika ruchu samolotu z podwieszeniami przed zrzutem. Uwzględniono w tym etapie wpływ sprzężeń aerodynamicznych i masowych występujących między samolotem-nosicielem a podwieszeniami.

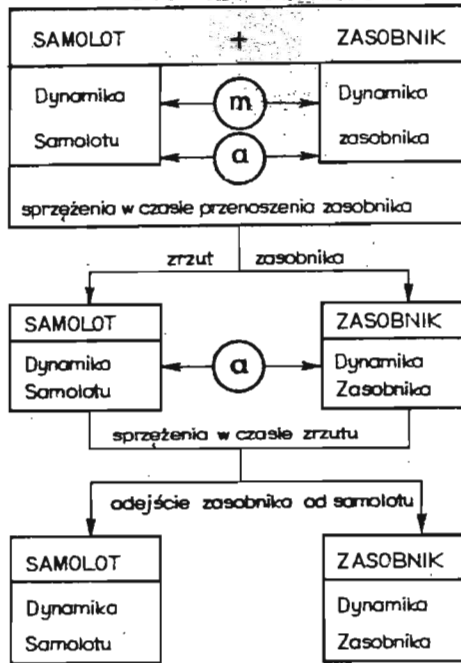
2. Dynamika ruchu samolotu bezpośrednio po zrzucie podwieszeń. W etapie tym uwzględnia się tylko sprzężenia aerodynamiczne występujące między nosicielem a podwieszeniami.

3. Dynamika ruchu samolotu po zrzucie podwieszeń. W etapie tym nie uwzględnia się sprzężeń aerodynamicznych i masowych.

2. Przyjęte układy odniesienia do opisu ruchu samolotu z podwieszeniami i samolotu bez podwieszeń

Do opisu dynamiki ruchu samolotu z podwieszeniami i bez podwieszeń, traktowanego jako obiekt ruchomy, składający się z idealnie sztywnych elementów zastosowano prostokątne, prawoskrętne układy współrzędnych (rys.2, rys.3):

— układ inercjalny $O_1X_1Y_1Z_1$, związany z Ziemią, względem którego rozpatrujemy ruch samolotu,



Rys. 1.

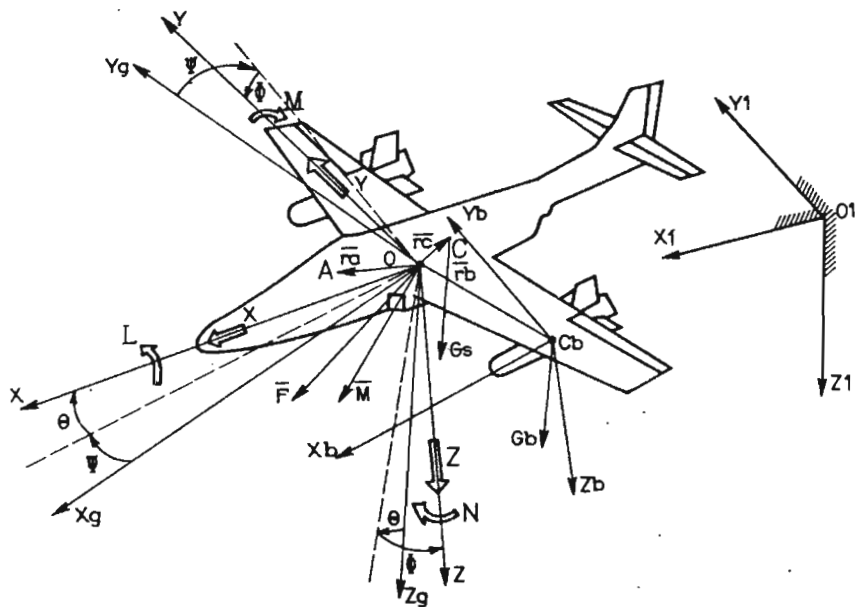
- układ nieinercjalny $0X_g Y_g Z_g$, równoległy do układu $0_1 X_1 Y_1 Z_1$, ale o początku w środku masy samolotu,
- układ samolotowy $0XYZ$,
- układ prędkościowy $0X_a Y_a Z_a$ związany z przepływem,
- układ $C_b X_b Y_b Z_b$ związany sztywno z podwieszeniem.

Chwilowe położenie bieguna układu odniesienia $0XYZ$ związanego z poruszającym się samolotem względem nieruchomego układu $0_1 X_1 Y_1 Z_1$ związanego z Ziemią opisuje wektor r_1 :

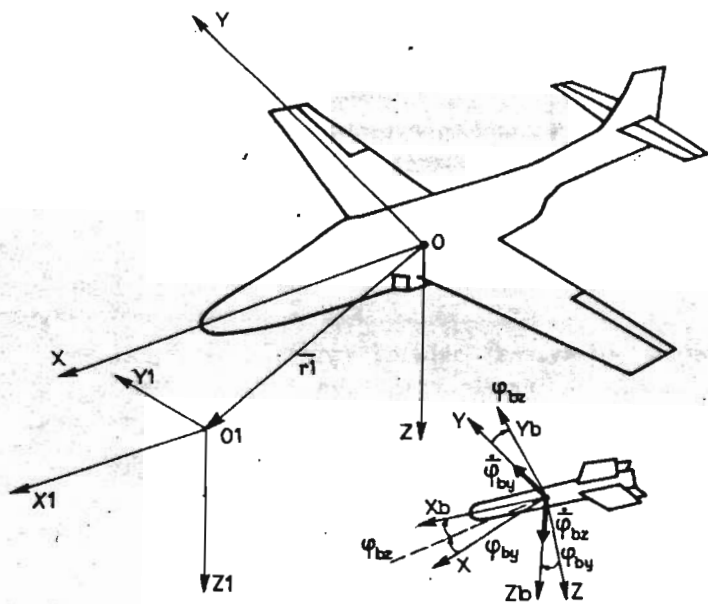
$$r_1 = x_1 i + y_1 j + z_1 k \quad (2.1)$$

oraz kąty obrotu samolotu (tzw. quasi-eulerowskie) Φ, Θ, Ψ określające jednoznacznie położenie układu odniesienia $0XYZ$ względem układu $0X_g Y_g Z_g$ równoległego do $0_1 X_1 Y_1 Z_1$.

Położenie podwieszenia jako ciała sztywnego wyznaczamy przez położenie jego środka masy $r_b(x_b, y_b, z_b)$ oraz kąty φ_{bx} i φ_{by} . Prędkości kąto- we P, Q, R które są liniowymi związkami prędkości uogólnionych $\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$ o współczynnikach zależnych



Rys. 2.



Rys. 3.

od współrzędnych uogólnionych Φ, Θ, Ψ mają następującą postać :

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \lambda_D \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

gdzie :

$$\lambda_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix}.$$

Związki kinematyczne między prędkościami liniowymi $\dot{X}_1, \dot{Y}_1, \dot{Z}_1$ mierzonymi względem układu nieruchomego $0X_1Y_1Z_1$ a składowymi prędkościami U, V, W w układzie samolotowym są następujące :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{Z}_1 \end{bmatrix} = \lambda_v \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

gdzie :

$$\lambda_v = \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \Theta & \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi - \sin \Psi \cos \Phi & \sin \Psi \sin \Phi + \cos \Psi \sin \Theta \cos \Phi \\ \sin \Psi \cos \Theta & \cos \Psi \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \cos \Phi - \cos \Psi \sin \Phi \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix}.$$

3. Dynamiczne równania ruchu samolotu

Dynamiczne równania ruchu samolotu wyprowadzono stosując równania Boltzmana - Hamela dla mechanicznych układów o więzach holonomicznych [2,4]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \omega_\mu} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \Pi_\mu} + \sum_{r=1}^k \sum_{\alpha=1}^k \gamma_{\alpha r}^r \frac{\partial T^*}{\partial \omega_r} \omega_\alpha = Q_\mu^*, \quad (3.1)$$

gdzie:

T^* — energia kinetyczna układu wyrażona w quasi-współrzędnych i quasi-prędkościach,

$\gamma_{\alpha r}^r$ — trójwskaźnikowe symbole Boltzmana,

Q_μ^* — siły uogólnione wyrażone w quasi-współrzędnych i quasi-prędkościach,

Uwzględniając zależności (2.1)-(2.3) i (3.1) otrzymano równania ruchu samolotu :

$$m(\dot{U} + QW - RV) - S_x(Q^2 + R^2) - S_y(\dot{R} - PQ) + S_z(RP + \dot{Q}) = X, \quad (3.2)$$

$$m(\dot{V} + RU - PW) + S_x(\dot{R} + PQ) - S_y(R^2 + P^2) - S_z(\dot{P} - RQ) = Y, \quad (3.3)$$

$$m(\dot{W} + PV - QU) - S_x(\dot{Q} - RP) + S_y(\dot{P} + QR) - S_z(P^2 + Q^2) = Z, \quad (3.4)$$

$$J_x \dot{P} - (J_y - J_x)QR - J_{xx}(\dot{R} + QP) - J_{xy}(\dot{Q} - RP) - J_{yz}(Q^2 - R^2) + \\ + S_y(\dot{W} + VP - QU) + S_x(WP - RU - \dot{V}) = L, \quad (3.5)$$

$$J_y \dot{Q} - (J_x - J_y)RP - J_{xy}(\dot{P} + RQ) - J_{yz}(R - PQ) - J_{xx}(R^2 - P^2) + \\ - S_x(\dot{W} + PV - UQ) + S_z(\dot{U} - RV + WQ) = M, \quad (3.6)$$

$$J_x \dot{R} - (J_x - J_y)PQ - J_{xy}(\dot{Q} + PR) - J_{xx}(\dot{P} - QR) - J_{zy}(P^2 - Q^2) + \\ + S_x(\dot{V} - PW + UR) - S_y(\dot{U} + QW - VR) = N. \quad (3.7)$$

Prawe strony równań (3.2)–(3.7) są siłami i momentami sił działającymi na samolot z podwieszeniami w locie i wyrażają się następująco dla dwóch podwieszeń rozmieszczonych symetrycznie :

$$X = -(m_g + 2m_b)g \sin \Theta + T - 0.05\rho SV_0^2(C_{xa} \cos \beta \cos \alpha + \\ + C_{ya} \sin \beta \cos \alpha - C_{xa} \sin \alpha) + X_Q Q - \rho S_b V_0^2(C_{xb} \cos \beta_b \cos \alpha_b + \\ + C_{yb} \sin \beta_b \cos \alpha_b - C_{xb} \sin \alpha_b) + 2X_Q^b Q, \quad (3.8)$$

$$Y = (m_g + 2m_b)g \cos \Theta \sin \Phi + 0.05\rho SV_0^2(-C_{xa} \sin \beta + C_{ya} \cos \beta) + \\ + Y_P P + Y_R R + \rho S_b V_0^2(-C_{xb} \sin \beta_b + C_{yb} \cos \beta_b) + \\ + 2(Y_P^b P + Y_R^b R), \quad (3.9)$$

$$Z = (m_g + 2m_b)g \cos \Theta \cos \Phi - 0.05\rho SV_0^2(C_{xa} \cos \beta \sin \alpha + \\ + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha + C_{xa} \cos \alpha) + Z_Q Q - \rho S_b V_0^2(C_{xb} \cos \beta_b \sin \alpha_b + \\ + C_{yb} \sin \beta_b \sin \alpha_b + C_{xb} \cos \alpha_b) + 2Z_Q^b Q + Z_{\alpha_h} \alpha_h + Z_{\delta_H} \delta_H, \quad (3.10)$$

$$L = m_g g(y_c \cos \Theta \cos \Phi - z_c \cos \Theta \sin \Phi) + 2m_b g(y_b \cos \Theta \cos \Phi + \\ - z_b \cos \Theta \sin \Phi) + 0.05\rho SV_0^2[-y_a(C_{xa} \cos \beta \sin \alpha + \\ + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha + C_{xa} \cos \alpha) - z_a(-C_{xa} \sin \beta + C_{ya} \cos \beta) + \\ - c_a(C_{m_{xa}} \cos \beta \cos \alpha + C_{m_{ya}} \sin \beta \cos \alpha - C_{m_{za}} \sin \alpha)] + \\ + L_P P + L_R R + \rho S_b V_0^2[-y_b(C_{xb} \cos \beta_b \sin \alpha_b + C_{yb} \sin \beta_b \sin \alpha_b + \\ + C_{xb} \cos \alpha_b) - z_b(-C_{xb} \sin \beta_b + C_{yb} \cos \beta_b - l_b(C_{m_{xb}} \cos \beta_b \cos \alpha_b + \\ + C_{m_{yb}} \sin \beta_b \cos \alpha_b - C_{m_{zb}} \sin \alpha_b))] + 2(L_P^b P + L_R^b R), \quad (3.11)$$

$$M = -m_g g(z_c \sin \Theta + x_c \cos \Theta \cos \Phi) - 2m_b g(z_b \sin \Theta + x_b \cos \Theta \cos \Phi) + \\ + 0.5\rho SV_0^2[-z_a(C_{xa} \cos \beta \cos \alpha + C_{ya} \sin \beta \cos \alpha - C_{xa} \sin \alpha) + \\ + x_a(C_{xa} \cos \beta \sin \alpha + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha - C_{xa} \cos \alpha) +$$

$$\begin{aligned}
 & +c_a(-C_{m_{x\alpha}} \sin \beta + C_{m_{y\alpha}} \cos \beta)] + M_Q Q + M_{\dot{W}} \dot{W} + \quad (3.12) \\
 & + \rho S V_0^2 [-z_b(C_{x_b} \cos \beta_b \cos \alpha_b + C_{y_b} \sin \beta_b \cos \alpha_b - C_{z_b} \sin \alpha_b) + \\
 & + x_b(C_{x_b} \cos \beta_b \sin \alpha_b + C_{y_b} \sin \beta_b \sin \alpha_b + C_{z_b} \cos \alpha_b) + \\
 & + l_b(-C_{m_{x_b}} \sin \beta_b + C_{m_{y_b}} \cos \beta_b)] + 2M_Q^b Q + M_{\alpha_{x_h}} \alpha_{x_h} + M_{\delta_H} \delta_H,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N = & m_g g(x_c \cos \theta \sin \Phi + y_c \sin \theta) + 2m_b g(x_b \cos \theta \sin \Phi + y_b \sin \theta) + \\
 & + 0.5 \rho S V_0^2 [x_a(-C_{x_a} \sin \beta + C_{y_a} \cos \beta) + y_a(C_{x_a} \cos \beta \cos \alpha + \\
 & + C_{y_a} \sin \beta \cos \alpha - C_{z_a} \sin \alpha) - c_a(C_{m_{x_a}} \cos \beta \sin \alpha + \\
 & + C_{m_{y_a}} \sin \beta \sin \alpha + C_{m_{z_a}} \cos \alpha)] + N_P P + N_R R + \quad (3.13) \\
 & + \rho S_b V_0^2 [x_b(-C_{x_b} \sin \beta_b + C_{y_b} \cos \beta_b) + y_b(C_{x_b} \cos \beta_b \cos \alpha_b + \\
 & + C_{y_b} \sin \beta_b \cos \alpha_b - C_{z_b} \sin \alpha_b) - l_b(C_{m_{x_b}} \cos \beta_b \sin \alpha_b + \\
 & + C_{m_{y_b}} \sin \beta_b \sin \alpha_b + C_{m_{z_b}} \cos \alpha_b)] + 2(N_P^b P + N_R^b R).
 \end{aligned}$$

4. Badanie dynamiki samolotu po zrzucie podwieszeń

Symulację numeryczną przeprowadzono dla trzech różnych prędkości lotu. Nie uwzględniano drugiego etapu zrzutu ze względu na brak danych. Obliczenia wykonano przy założeniach, że zrzut podwieszeń odbywa się po 15-tej sek. lotu poziomego. Charakterystyki aerodynamiczne zespołu samolot-podwieszenia uwzględniające wzajemną interferencję aerodynamiczną, oraz wpływ parametrów lotu i parametrów geometrycznych zostały wyznaczone na podstawie badań tunelowych.

Obliczenia przeprowadzono dla samolotu TS-11 "ISKRA", zgodnie ze schematem blokowym dynamiki ruchu samolotu (rys.4)¹ oraz zgodnie z organizacją programu przedstawioną na rys.5. Wyniki badań przedstawiono na rys.6 ÷ 17.

Na rys.6 i 7 przedstawiono wykresy zmiany kąta natarcia α w zależności od czasu lotu t . Widać występujący ruch krótkookresowy (rys.6), który jest silnie tłumiony przez usterzenie wysokości. Po zrzucie podwieszeń kąt natarcia przechodzi na wyższe wartości i ustala się po pewnym charakterystycznym czasie zależnym od prędkości początkowej lotu V_{0p} . Rys.8 i 9 przedstawiają wykresy zmiany kąta θ w zależności od czasu lotu t . Nie występuje tutaj wyraźny ruch krótkookresowy, ale wyraźnie widać zanikający ruch długookresowy-fugoidalny. Można zaobserwować, że kąt θ zachowuje się podobnie jak kąt natarcia α , z tym, że amplituda ruchów fugoidalnych jest większa i także zależna od początkowej prędkości lotu V_{0p} . Na rys.10 i 11 przedstawiono wykresy zmiany prędkości kątowej Q w zależności od czasu lotu t . Widać wyraźnie występujący

¹Rysunki na końcu pracy

ruch krótkookresowy (rys.10), który jest silnie tłumiony przez usterzenie wysokości. Zanikający ruch długookresowy-fugoidalny jest tutaj wyraźnie zależny (jego amplituda i częstotliwość) od początkowej prędkości lotu V_{0p} i widać, że oscyluje wokół wartości początkowej $Q = 0$.

Rys.12 i 13 przedstawiają wykresy zmiany wysokości lotu H w zależności od czasu lotu t . Po zrzucie podwieszeń samolot zmienia wysokość lotu H (zanikający ruch fugoidalny) z tendencją do zniżania zależną od początkowej prędkości lotu V_{0p} .

Na rys. 14 i 15 przedstawiono wykresy zmiany wypadkowej prędkości lotu V_0 w zależności od czasu lotu t . Prędkość lotu po zrzucie podwieszeń maleje i ustala się na pewnej wartości zależnej od początkowej prędkości lotu V_{0p} . Widać wyraźne zanikające ruchy fugoidalne.

Rys.16 i 17 przedstawiają wykresy zmiany prędkości wznoszenia V_z w zależności od czasu lotu t . Widać, że po zrzucie podwieszeń prędkość wznoszenia V_z ustala się po pewnym czasie (zależnym jak w poprzednich parametrach lotu, od prędkości początkowej lotu V_{0p}) na wartościach ujemnych, co jest skutkiem zniżania się samolotu.

Podsumowując samolot po zrzucie podwieszeń ustala się na większym kącie natarcia i ujemnym kącie pochylenia toru lotu $\gamma(\gamma = \theta - \alpha)$ i samolot zniża się ze stałą prędkością i stałym kątem pochylenia toru lotu zależnym od prędkości początkowej lotu.

Na podstawie tych wyników można próbować dobierać sposób sterowania samolotem przy różnych manewrach.

5. LITERATURA

1. W.DŻYGADŁO, *Analiza dynamiki samolotu niesterowanego po symetrycznym zrzucie podwieszeń*, Praca dyplomowa, magisterska, ITLiMS PW W-wa 1986r (nie publikowana)
2. R.GUTOWSKI, *Mechanika analityczna*, wyd.PWN 1971r
3. W.FISZDON, *Mechanika lotu*, tom I i II, wyd.PWN 1961r
4. J.MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Mechanika nr.32-PW 1975r
5. J.MARYNIAK, B.TARKA, *Modelowanie matematyczne ruchu zasobnika w pobliżu nosiciela*, konferencja naukowo-techniczna, W-wa 1978r
6. J.MARYNIAK, *Ogólny model symulacji samolotu*, sprawozdanie nr.140/85.

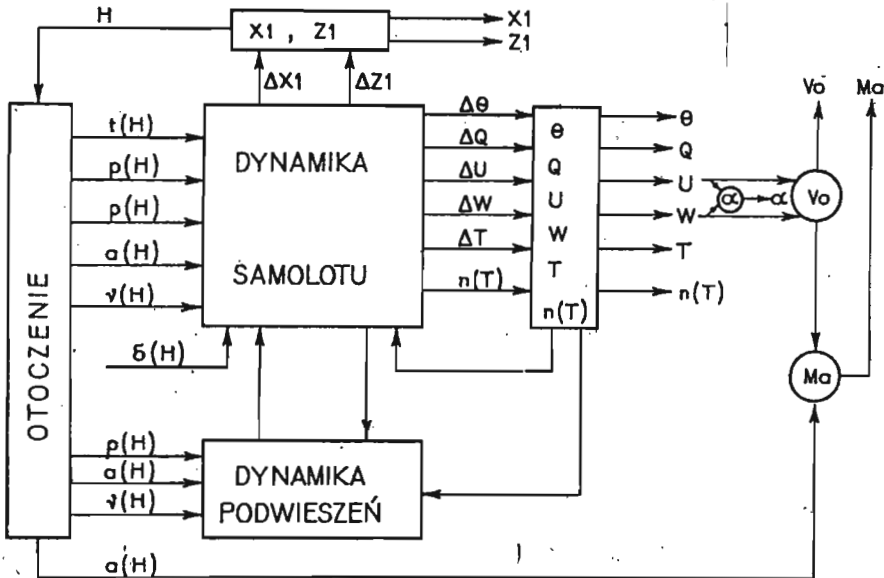
Summary

The dynamics of longitudinal motion of a jet aeroplane perturbed by a drop of suspended loads has been studied. The complete set of nonlinear equations of motion has been applied. Programs have been prepared for numerical integration of equations of motion by the Runge - Kutta method. A series of calculations have been performed. Calculation results demonstrate the character of perturbations of the aeroplane motion after a drop of loads.

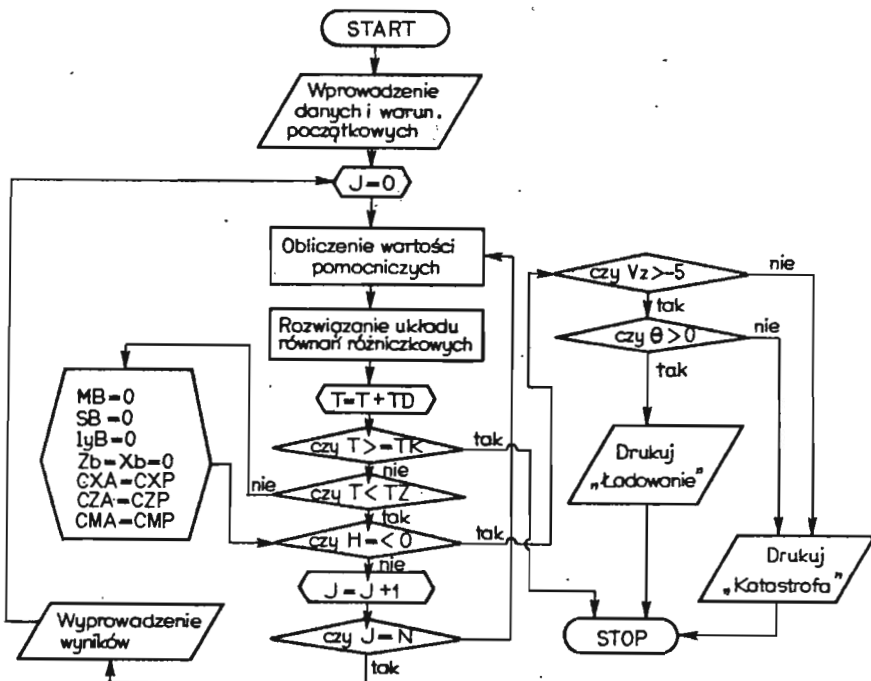
Резюме

Рассмотрена динамика продольного движения самолёта с реактивным приводом, которое возмущено сбросом подвешенных грузов. Применена полная нелинейная система уравнений продольного движения самолёта. Разработаны программы для численного интегрирования уравнений движения на цифровой вычислительной машине. Проведены примерные расчёты, результаты которых показывают характер возмущений параметров движения самолёта после сброса грузов.

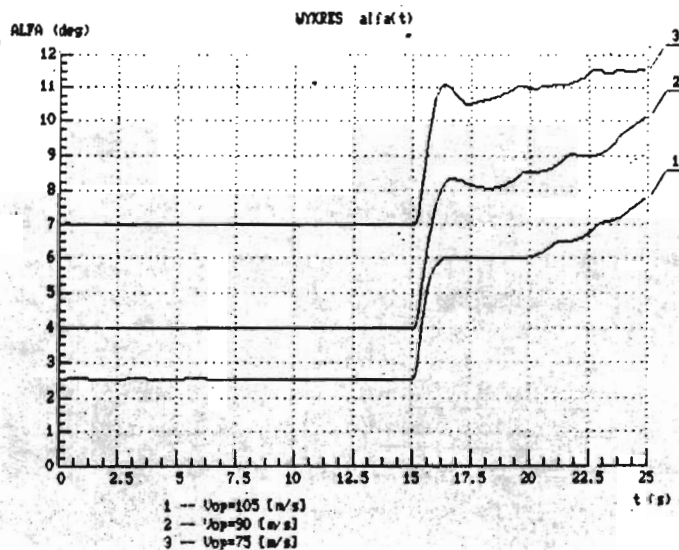
Praca wpłynęła do Redakcji dnia 12 października 1988 roku



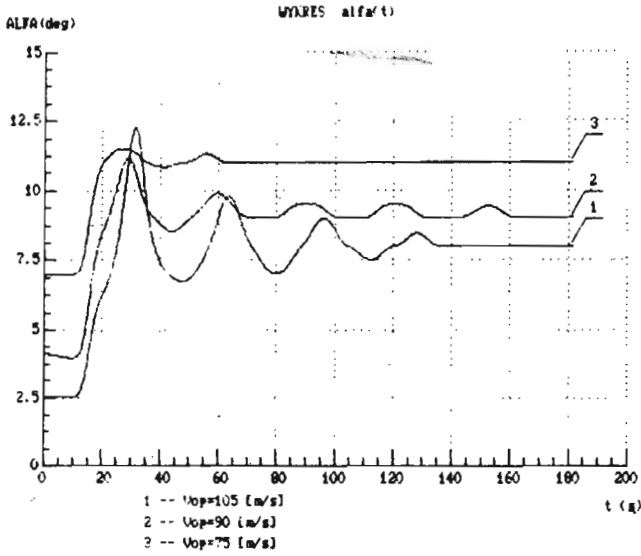
Rys. 4. Schemat blokowy dynamiki samolotu z podwieszzeniami



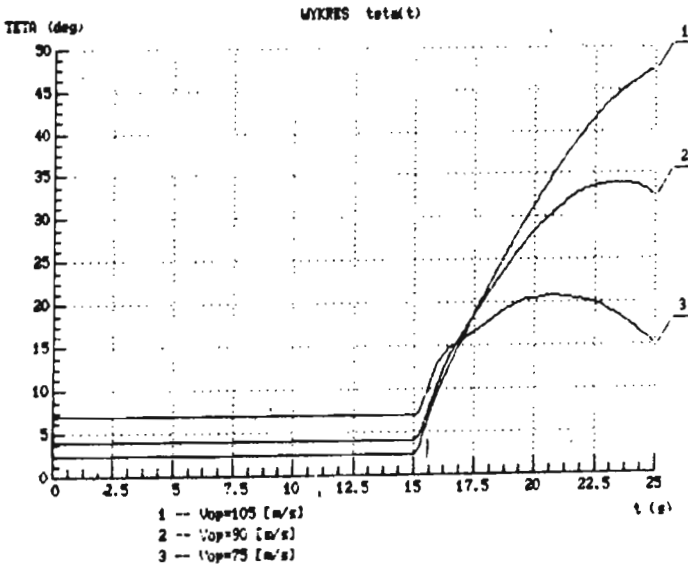
Rys. 5. Operacyjny schemat blokowy programu symulacji dynamiki lotu samolotu z podwieszeniami



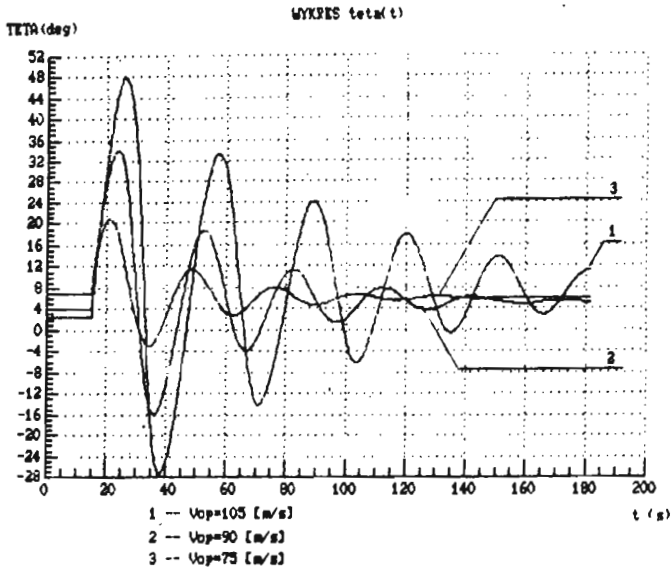
Rys. 6.



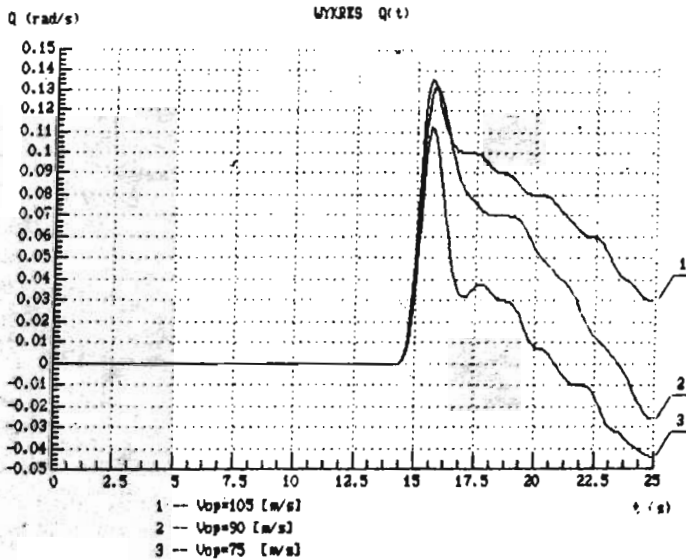
Rys. 7.



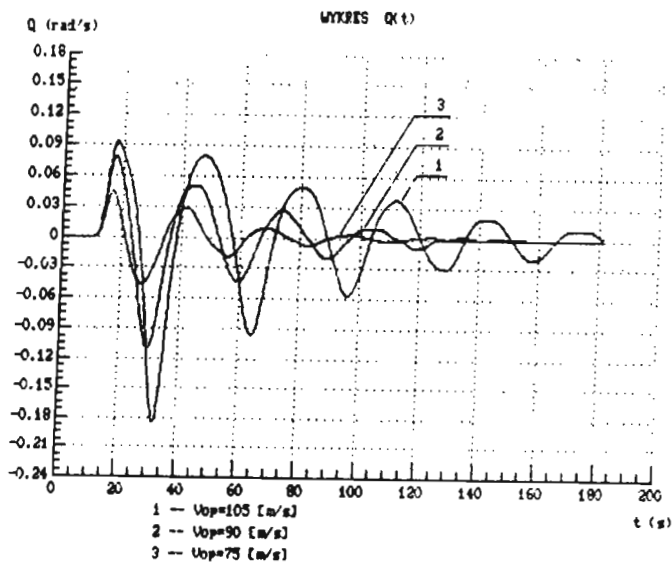
Rys. 8.



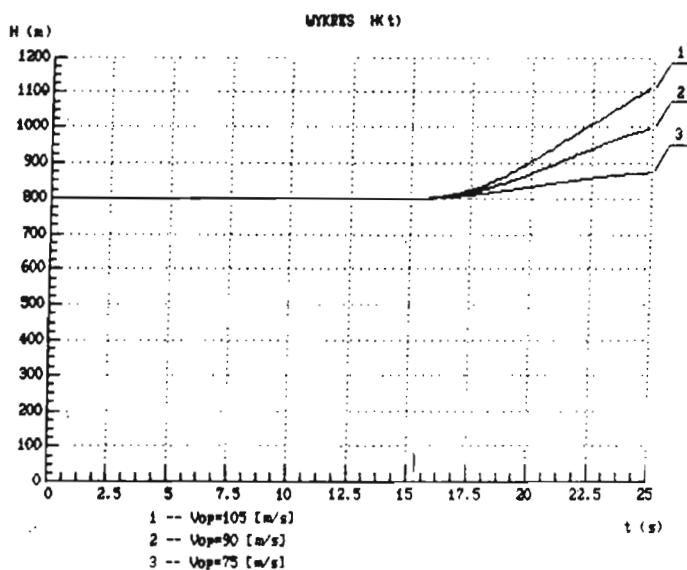
Rys. 9.



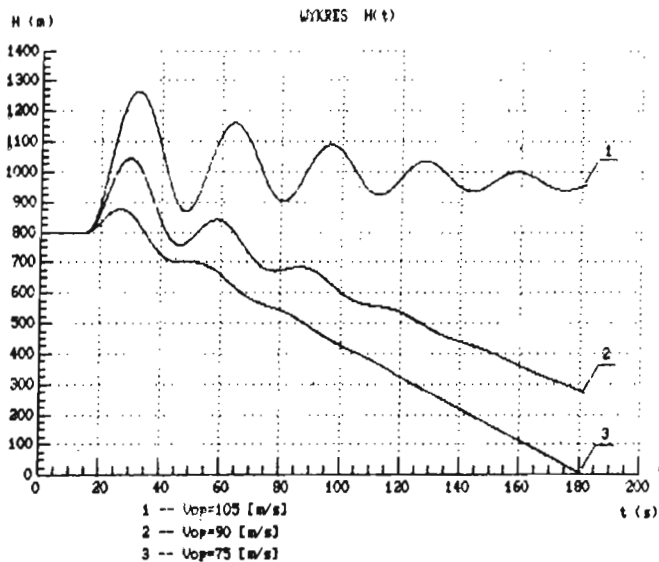
Rys. 10.



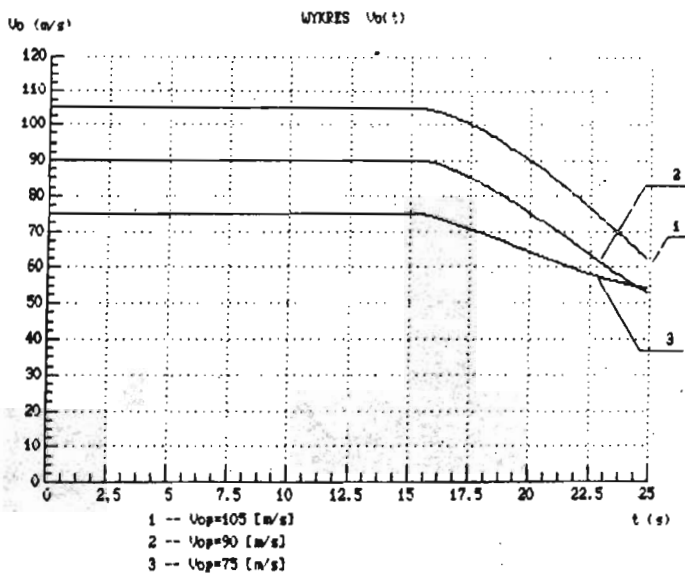
Rys. 11.



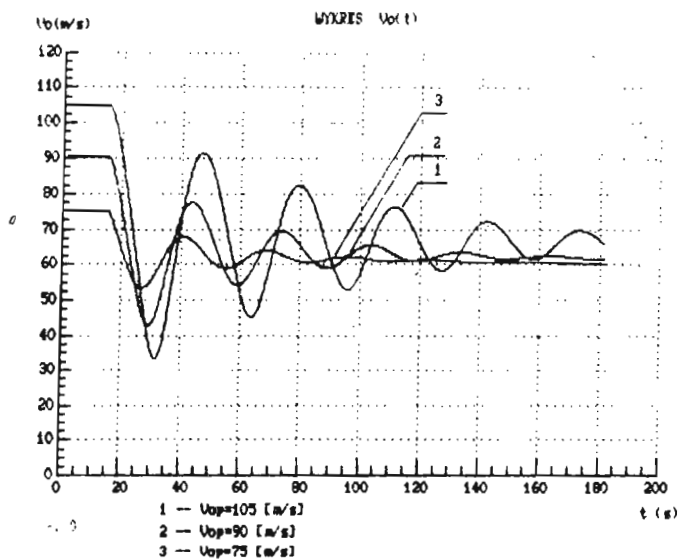
Rys. 12.



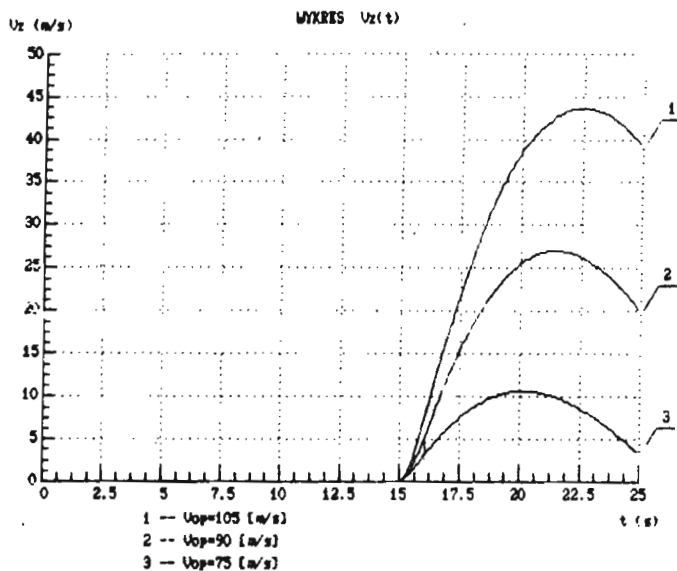
Rys. 13.



Rys. 14.

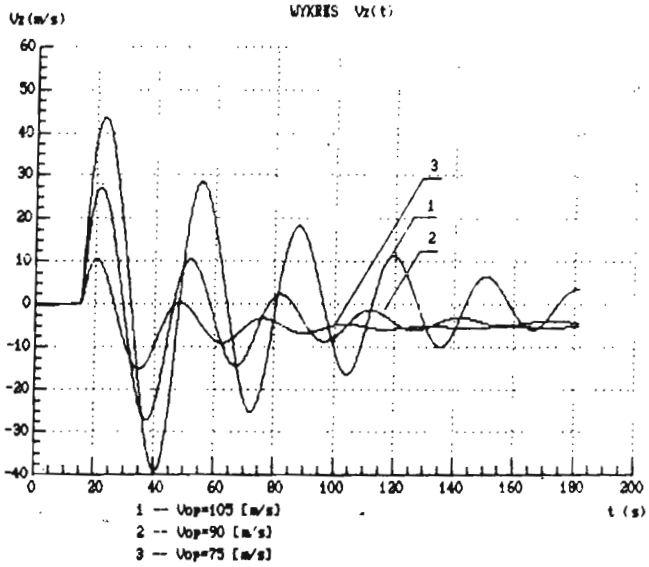


Rys. 15.



Rys. 16.

DYNAMIKA SAMOLOTU PO ZRZUCIE



Rys. 17.