

ZASTOSOWANIE METODY PROSTYCH W ANALIZIE PROCESU WTRYSKU PALIWA

MACIEJ SOBIESZCZAŃSKI
STANISŁAW WOJCIECH

Politechnika Łódzka, Filia w Bielsku-Białej

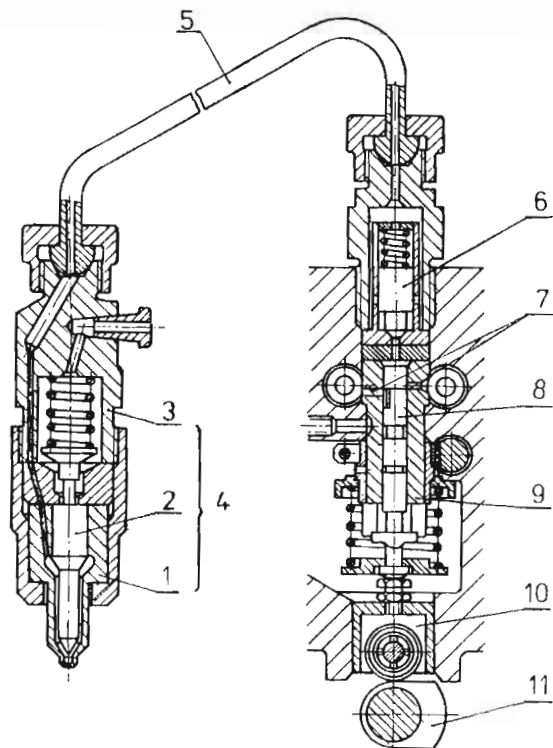
1. Wstęp

Jednym z głównych układów silnika o zapłonie samoczynnym jest układ zasilania w paliwo. Odpowiedni dobór parametrów tego układu ma podstawowe znaczenie przy opracowywaniu nowych i modyfikacji istniejących silników. Dobór parametrów układu wtryskowego może być dokonywany na drodze badań empirycznych, bądź badań modelowych. Zweryfikowany doświadczalnie model matematyczny, umożliwia numeryczną symulację procesu wtrysku, na podstawie której można określać wpływ parametrów konstrukcyjnych na przebieg wtrysku, bez potrzeby prowadzenia kosztownych badań doświadczalnych.

W niniejszej pracy omówiono wykorzystanie metody prostych do numerycznego rozwiązywania sprzężonych układów równań różniczkowych hiperbolicznych i zwyczajnych, stanowiących matematyczny model procesu wtrysku paliwa w klasycznym układzie wtryskowym. Układ ten przedstawiony na rys. 1, składa się z rzędowej pompy, przewodu wtryskowego oraz wtryskiwacza z rozpylaczem otworowym.

Przy tworzeniu modelu matematycznego przyjęto następujące założenia:

1. Ciecz roboczą (paliwo) potraktowano jako ośrodek ściśliwy scharakteryzowany wielkościami E , ρ , α będącymi znanymi funkcjami ciśnienia i temperatury;
2. Ruch paliwa w przewodzie opisano przyjmując jednowymiarowy model przepływu;
3. Efekty tarcia cieczy o ścianki przewodu opisano formułą Darcy'ego, pomijając straty wynikające z wewnętrznego tarcia cieczy;
4. Przyjęto, że ciecz jest ośrodkiem rozciągliwym i może przenosić naprężenia ujemne. Wobec konieczności liczenia się ze zjawiskiem kawitacji przyjęto również, że minimalne ciśnienie cieczy wpływające na ruch elementów mechanicznych jest równe ciśnieniu wrzenia paliwa;
5. Opory ruchu elementów mechanicznych uwzględniono poprzez przyjęcie modelu tarcia kinematycznego;



Rys. 1. Układ wtryskowy silnika o zapłonie samoczynnym

- | | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------------|---------------------|
| 1 — rozpylacz, | 2 — iglica rozpylacza, | 3 — oprawa wtryskiwacza, | 4 — wtryskiwacz, |
| 5 — przewód wtryskowy, | 6 — zawór tłoczący, | 7 — przestrzeń napienia- | 8 — tłok pompy, |
| 9 — cylinder pompy, | 10 — popychacz pompy, | jąca cylindra, | 11 — krzywka pompy. |

6. Nie uwzględniono: przecieków paliwa, zjawisk uderzenia elementów mechanicznych i ugięcia wałka krzywkowego pompy.

Szczegółowe uzasadnienie przyjmowanych związków i uproszczeń przedstawiono w pracach [3], [4], [5].

2. Równania różniczkowe zagadnienia

W pracy [4] podano równania różniczkowe opisujące zjawiska występujące w procesie wtrysku paliwa, które dla układu wtryskowego zilustrowanego na rys. 1, można przedstawić w postaci następujących zespołów równań:

I. Równania zespołu pompy:

$$\frac{V_p}{E_p} \cdot \frac{dpp}{dt} = A_p \cdot \frac{dhp}{dt} - A_{tc} \cdot \frac{dht}{dt} - \text{sign}(pp - pd) \cdot \mu_d \cdot A_d \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |pp - pd|} +$$

$$- \text{sign}(pp - pt) \cdot \mu_t \cdot A_t \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |pp - pt|} \quad (1.1)$$

$$\frac{Vt}{Ep} \cdot \frac{dpt}{dt} = Atc \cdot \frac{dht}{dt} + \text{sign}(pp-pt) \cdot \mu t \cdot At \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |pp-pt|} - AL \cdot u0 \quad (1.2)$$

$$mt \cdot \frac{d^2ht}{dt^2} = Atc \cdot (pp-pt) - kt \cdot (ht+ht0) - ft \cdot \frac{dht}{dt} \quad (1.3)$$

II. Równania opisujące ruch cieczy w przewodzie wtryskowym:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + a^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2 \cdot dL} \cdot u \cdot |u| = 0 \quad (2.2)$$

III. Równania zespołu wtryskiwacza:

$$\begin{aligned} \frac{Vw}{Ew} \cdot \frac{dpw}{dt} = AL \cdot uL \cdot \text{sign}(pw-ps) \cdot \mu w \cdot Aw \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |pw-ps|} - \frac{dVn}{dt} + \\ - (Ai - An) \cdot \frac{dhw}{dt} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{Vs}{Es} \cdot \frac{dps}{dt} = \text{sign}(pw-ps) \cdot \mu w \cdot Aw \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |pw-ps|} - \frac{dVg}{dt} + \\ - \text{sign}(ps-pk) \cdot \mu As \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |ps-pk|} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$mw \cdot \frac{d^2hw}{dt^2} = ps \cdot An + pw \cdot (Ai - An) - kw \cdot (hw - hw0) - fw \cdot \frac{dhw}{dt} \quad (3.3)$$

gdzie szukanymi wielkościami są:

- $pp(t)$ — ciśnienie w cylindrze pompy,
- $pt(t)$ — ciśnienie w komorze zaworu tłoczącego,
- $ht(t)$ — wznios zaworu,
- $p(x, t)$ — ciśnienie w przewodzie wtryskowym,
- $u(x, t)$ — prędkość przepływu paliwa w przewodzie, $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} x \in \langle 0, L \rangle$
- $u0 = u|_{x=0}$
- $uL = u|_{x=L}$
- $pw(t)$ — ciśnienie w komorze wtryskiwacza,
- $ps(t)$ — ciśnienie w studzience,
- $hw(t)$ — wznios iglicy.

Wielkością zmienną niezależną jest skok tłoka pompy $hp(t)$ oraz ciśnienie w komorze spalania pk . To ostatnie może być przyjmowane również jako stałe w całym procesie wtrysku.

Wielkościami stałymi są:

- ciśnienie paliwa na dopływie do pompy — pd
- masy zaworu tłoczącego i iglicy wtryskiwacza — mt, mw
- stałe sprężyn zaworu i wtryskiwacza — kt, kw
- współczynniki tarcia wiskotycznego — ft, fw

- współczynniki oporów przepływu przez otworki cylindra, zawór tłoczący i gniazdo rozpylacza — $\mu d, \mu t, \mu w$
- czynny przekrój otworków rozpylających — μA_s
- oraz powierzchnie:
- otworów dopływowych pompy — $A_d,$
- tłoka pompy — A_p
- otworów zaworu tłoczącego — $A_t,$
- tłoka zaworu — $A_{tc},$
- przepływu przewodu wtryskowego — $A_L,$
- przekroju części prowadzącej i zwężonej iglicy — $A_i, A_n,$
- gniazda iglicy rozpylacza — A_w

Pozostałe współczynniki występujące w równaniach (1.1) - (3.3) są w ogólnym przypadku funkcjami szukanych wielkości:

- moduł sprężystości paliwa $E = E(p),$
- prędkość dźwięku w paliwie $a = a(p),$
- gęstość paliwa $\rho = \rho(p),$
- współczynnik strat przepływu $\lambda = \lambda(p),$
- objętość przestrzeni pompy $V_p = V_p(h_p, h_t),$
- objętość przestrzeni zaworu $V_t = V_t(h_t),$
- objętość komory wtryskiwacza $V_w = V_w(h_w),$
- objętość studzienki $V_s = V_s(h_w),$
- objętości przestrzeni powstających w wyniku unoszenia iglicy wtryskiwacza $V_n = V_n(h_w), V_g = V_g(h_w).$

Równania (1.1 - 1.3) oraz (3.1 - 3.3) stanowią układy nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych, natomiast równania (2.1 - 2.2) są układem dwu równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Układy równań powiązane są warunkami:

$$\begin{aligned} (px, t)|_{x=0} &= pt(t), \\ (px, t)|_{x=L} &= pw(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Podstawowym problemem numerycznym przy rozwiązywaniu równań różniczkowych podanych wyżej jest potrzeba sprowadzenia równań różniczkowych cząstkowych (2.1 - 2.2) do układu równań różniczkowych zwyczajnych, lub do układu równań algebraicznych. Metodę charakterystyk zastosowano między innymi w pracach [5], [6], a metodę elementów skończonych w pracy [1]. Poniżej przedstawione zostanie postępowanie sprowadzające układ równań (1.1 - 3.3) do układu równań różniczkowych zwyczajnych poprzez wykozystanie metody prostych.

3. Metoda prostych

W metodzie prostych [2] pochodne funkcji i względem w równaniach (2.1 - 2.2) zastępuje się przez różnice skończone.

Niech $[x]_i = 0, 1, \dots, n+1$ będzie ciągiem wybranych punktów przedziału $\langle 0, L \rangle$.

Po oznaczeniu tych punktów jak na poniższej osi:

$$\begin{array}{cccccccc} x_0 & x_1 & x_{i-1} & x_i & x_{i+1} & x_n & x_{n+1} & L \\ \hline 0 & h_1 & & h_i & h_{i+1} & & h_{n+1} & L \end{array}$$

$$p_i(t) = p(x_i, t) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$p_0(t) = p(0, t)$$

$$p_{n+1}(t) = p(L, t)$$

$$u_i(t) = u(x_i, t) \quad i = 0, 1, \dots, n+1$$

i przyjęciu, że równanie (2.1) jest spełnione jeżeli jest spełnione dla:

$$x = x_1, x_2, \dots, x_n$$

a równanie (2.2) jest spełnione jeżeli jest spełnione dla:

$$x = x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}$$

równania (2.1) i (2.2) można zapisać w postaci:

$$\dot{p}_i = -a_i \cdot \varrho_i \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=x_i} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

$$\dot{u}_i = -\frac{1}{\varrho} \cdot \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=x_i} - \frac{\lambda_i \cdot u_i \cdot |u_i|}{2 \cdot dL} \quad i = 0, 1, \dots, n, n+1, \quad (7)$$

gdzie: $a_i = a(p_i, T)$,

$\varrho_i = \varrho(p_i, T)$,

$\lambda_i = \lambda(p_i, u_i)$,

T — temperatura paliwa.

Pochodne funkcji u względem zmiennej x w punktach: $x_i (i = 1, \dots, n)$ występujące w równaniu (6) można zastąpić różnicami skończonymi według wzoru:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=x_i} = \frac{h_{i+1}^2 \cdot (u_i - u_{i-1}) + h_i^2 \cdot (u_{i+1} - u_i)}{h_i \cdot h_{i+1} \cdot (h_i + h_{i+1})} \quad (8)$$

dla: $i = 1, 2, \dots, n$.

Natomiast pochodne funkcji p względem zmiennej x w punktach $x_i (i = 0, 1, \dots, n, n+1)$ można wyrazić przez różnice skończone następująco:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{p_1 - p_0}{h_1},$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=x_i} = \frac{h_{i+1}^2 \cdot (p_i - p_{i-1}) + h_i^2 \cdot (p_{i+1} - p_i)}{h_i \cdot h_{i+1} \cdot (h_i + h_{i+1})}, \quad (9)$$

dla $i = 1, 2, \dots, n$,

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=L} = \frac{p_{n+1} - p_n}{h_{n+1}}.$$

W przypadku gdy punkty X_i są równoodległe pochodne funkcji p i u w wewnętrznych punktach przedziału $\langle 0, L \rangle$ są przybliżane przez różnice centralne.

Po wykorzystaniu zależności (6) - (9), można równania zagadnienia (1.1) - (3.3) przed-

stawić w postaci układu $2n+10$ równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu, postaci:

$$\dot{X} = F(X, t), \quad (10)$$

gdzie:

$$X = [ht, vt, pp, p0, \dots, p_i, \dots, p_{n+1}, u_0, \dots, u_i, \dots, u_{n+1}, ps, hw, vw]^T,$$

$$F = [f_1, f_2, f_3, f_4, \dots, f_{i+4}, \dots, f_{n+5}, f_{n+6}, \dots, f_{n+6+i}, \dots, f_{2n+7}, f_{2n+8}, f_{2n+9}, f_{2n+10}]^T,$$

$$vt = \dot{h}t,$$

$$vw = \dot{h}w,$$

$$f_1 = vt,$$

$$f_2 = \frac{1}{mt} \cdot [Atc \cdot (pp - p0) - kt \cdot (ht + ht0) - ft \cdot vt],$$

$$f_3 = \frac{Ep}{Vp} \cdot \left[Ap \cdot \dot{h}p - Atc \cdot vt - \text{sign}(pp - pd) \cdot \mu d \cdot Ad \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho} \cdot |pp - pd|} + \right. \\ \left. - \text{sign}(pp - p0) \cdot \mu t \cdot At \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho} \cdot |pp - p0|} \right],$$

$$f_4 = \frac{Et}{Vt} \cdot \left[Atc \cdot vt + \text{sign}(pp - p0) \cdot \mu t \cdot At \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho} \cdot |pp - p0|} - AL \cdot u0 \right],$$

$$f_{i+4} = a_i \cdot \varrho_i \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$f_{n+5} = \frac{Ew}{Vw} \cdot \left[AL \cdot u_{n+1} - \text{sign}(p_{n+1} - ps) \cdot \mu w \cdot Aw \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho} \cdot |p_{n+1} - ps|} + \right. \\ \left. - (A_i - A_n) \cdot vw - \dot{V}_n \right],$$

$$f_{n+6+i} = -\frac{1}{\varrho_i} \cdot \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=x_i} - \frac{\lambda_i \cdot u_i \cdot |u_i|}{2 \cdot dL}, \quad i = 0, 1, \dots, n, n+1,$$

$$f_{2n+8} = \frac{Es}{Vs} \cdot \left[\text{sign}(p_{n+1} - ps) \cdot \mu w \cdot Aw \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho} \cdot |p_{n+1} - ps|} + \right. \\ \left. - \dot{V}g - \text{sign}(ps - pk) \cdot \mu As \cdot \sqrt{\frac{2}{\varrho} \cdot |ps - pk|} \right],$$

$$f_{2n+90} = \frac{1}{mw} \cdot [An \cdot ps - kw \cdot (hw + hw0) - fw \cdot vw + (A_i - A_n) \cdot p_{n+1}],$$

$$f_{2n+10} = vw.$$

Wyrażenia:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=x_i},$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=x_i},$$

należy przybliżyć wg. formuły (8) i (9).

Przedstawione wyżej postępowanie pozwoliło więc sprowadzić początkowy układ równań różniczkowych zwyczajnych (1.1 - 1.3) i (3.1 - 3.3) oraz równań różniczkowych cząstkowych (2.1 - 2.2) do układu $2n+10$ równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu postaci (10).

4. Obliczenia numeryczne

Do rozwiązania zagadnienia początkowego postaci:

$$\dot{X} = F(t, X), \quad X|_{t=0} = X_0, \quad (11)$$

gdzie: X, F — określone jak w (10),

X_0 — wektor znanych przemieszczeń, ciśnienia i prędkości początkowych, zastosowano metodę Rungego — Kutty 4 rzędu.

Przy rozwiązywaniu tego zagadnienia konieczne jest uwzględnianie warunków sterujących, wynikających z fizycznej interpretacji przebiegu zjawisk w procesie wtrysku paliwa. W szczególności należy uwzględnić następujące przypadki:

1. Zamknięcie zaworka:

$$ht = 0 \quad i \quad pp < \frac{pt \cdot Atc + kt \cdot ht0}{Ak}$$

Należy wówczas rozwiązywać równania (10) przyjmując $ht = vt = 0$. W tym przypadku zjawiska w pompie (równanie (1.1)) oraz w układzie komora zaworu — przewód — zespół wtryskiwacza przebiegają niezależnie.

2. Maksymalne otwarcie zaworka:

$$ht = htm \quad i \quad pp > \frac{pt \cdot Atc + kt \cdot (ht0 + htm)}{Atc}$$

Należy wówczas przyjmować $vt = 0$

3. Zamknięcie studzienki wtryskiwacza:

$$hw = 0 \quad i \quad pw > \frac{k_w \cdot hw0 - ps \cdot As}{Ai - An}$$

W tym przypadku można nie rozwiązywać ostatnich trzech równań układu (10), bowiem zarówno hw , vw jak i ps nie zmieniają się.

4. Maksymalne podniesienie iglicy:

$$hw = hwm \quad i \quad pw > \frac{k_w \cdot (hw0 + htm) - ps \cdot An}{Ai - An}$$

Należy wówczas przyjmować $vw = 0$.

Wstępne obliczenia wykazały, że poszczególne z równań układu (10) wymagają różnych wartości kroku całkowania h zapewniających wystarczającą praktycznie dokładność wyników. W równaniach (10) wyodrębniono trzy grupy:

1. Równania 1, 2, 3, 4, $5+n$ (zespół pompy) — wystarczającą dokładność uzyskuje się przy kroku całkowania h_1 ,

II. Równania $6 \div 4 + n$, $6 + n \div 7 + 2n$ (przewód wtryskowy) — wystarczającą dokładność wyników uzyskuje się przy kroku całkowania h_{II} ,

III. Równania $8 + 2n$, $9 + 2n$, $10 + 2n$ (zespół wtryskiwacza) — wystarczającą dokładność wyników uzyskuje się przy kroku całkowania h_{III} .

Wielkości h_1 , h_{II} , h_{III} spełniają relacje:

$$h_{III} < h_1 \leq h_{II} \quad (12)$$

i wobec tego można by przyjąć jako krok całkowania najmniejszą z wymienionych wyżej wielkości, a więc h_{III} . Spowodowałoby to jednak znaczne zwiększenie czasu i kosztów obliczeń, bowiem wspomniane już obliczenia wstępne wykazały, że h_{III} powinno być co najmniej dwadzieścia razy mniejsze od h_1 i h_{II} (wynika to z małej objętości studzienki wtryskiwacza). Wobec powyższego w niniejszej pracy zastosowano inne postępowanie. Jeśli oznaczyć:

$$\begin{aligned} X_I &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_{5+n}]^T, \\ F_I &= [f_1, f_2, f_3, f_4, f_{5+n}]^T, \\ X_{II} &= [x_5, \dots, x_{4+n}, x_{6+n}, \dots, x_{7+2n}]^T, \\ F_{II} &= [f_5, \dots, f_{4+n}, f_{6+n}, \dots, f_{7+2n}]^T, \\ X_{III} &= [x_{8+2n}, x_{9+2n}, x_{10+2n}]^T, \\ F_{III} &= [f_{8+2n}, f_{9+2n}, f_{10+2n}]^T, \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie: $x_1 \div x_{10+2n}$, $f_1 \div f_{10+2n}$ określone jak w (10), to układ (10) można zapisać następująco:

$$\dot{X}_I = F_I(t, X_I, X_{II}, X_{III}) \quad (14)$$

— równanie należy całkować z krokiem h_1 ,

$$\dot{X}_{II} = F_{II}(t, X_I, X_{II}) \quad (15)$$

— równanie należy całkować z krokiem h_{II} ,

$$\dot{X}_{III} = F_{III}(t, X_I, X_{II}, X_{III}) \quad (16)$$

— równanie należy całkować z krokiem h_{III} .

Jeśli oznaczyć:

$$h = h_{II}, \quad h_1 = \frac{h}{n_I}, \quad h_{III} = \frac{h}{n_{III}}, \quad (17)$$

gdzie n_I i n_{III} oznaczają krotność zmniejszenia podstawowego kroku całkowania h , to równania (10), bądź (14), (15), (16) można rozwiązywać stosując postępowanie interpolacyjno-ekstrapolacyjne opisane poniżej.

Znając:

$$X_I(t_0 - h), \quad X_I(t_0),$$

$$X_{II}(t_0 - h), \quad X_{II}(t_0),$$

$$X_{III}(t_0 - h), \quad X_{III}(t_0),$$

wyznaczenie $X(t_0 + h)$ sprowadza się do wykonania następujących czynności:

1° Wyznaczenie $X_I(t_0+h)$ jako rozwiązanie równania

$$(14) \text{ przy kroku całkowania } h_I = \frac{h}{n_I} \quad (n_I \geq 1).$$

Wartości X_{II} i X_{III} dla $t \in \langle t_0, t_0+h \rangle$ potrzebne przy obliczaniu F_I , wyznaczając ze wzorów ekstrapolacyjnych:

$$X_{II}(t)|_{t \in \langle t_0, t_0+h \rangle} = A_{II} \cdot t + B_{II},$$

$$X_{III}(t)|_{t \in \langle t_0, t_0+h \rangle} = A_{III} \cdot t + B_{III},$$

gdzie:

$$A_{II} = \frac{[X_{II}(t_0) - X_{II}(t_0-h)]}{h},$$

$$B_{II} = X_{II}(t_0) - A_{II} \cdot t_0,$$

$$A_{III} = \frac{[X_{III}(t_0) - X_{III}(t_0-h)]}{h},$$

$$B_{III} = X_{III}(t_0) - A_{III} \cdot t_0.$$

2° Wyznaczenie $X_{II}(t_0+h)$ jako rozwiązania równania (15) przy kroku całkowania h . Wartości X_I dla $t \in \langle t_0, t_0+h \rangle$ potrzebne przy obliczeniu F_{II} , wyznaczając ze wzoru interpolacyjnego:

$$X_I(t)|_{t \in \langle t_0, t_0+h \rangle} = A_I \cdot t + B_I,$$

gdzie:

$$A_I = \frac{[X_I(t_0+h) - X_I(t_0)]}{h},$$

$$B_I = X_I(t_0) - A_I \cdot t_0.$$

3° Wyznaczenie $X_{III}(t_0+h)$ jako rozwiązanie równania

$$(16) \text{ przy kroku całkowania } h_{III} = \frac{h}{n_{III}} \quad (n_{III} > 1).$$

Wartości X_I i X_{II} dla $t \in \langle t_0, t_0+h \rangle$ wyznaczając ze wzorów interpolacyjnych:

X_I jak w punkcie 2°,

oraz

$$X_{II}(t)|_{t \in \langle t_0, t_0+h \rangle} = A_{II} \cdot t + B_{II},$$

gdzie:

$$A_{II} = \frac{[X_{II}(t_0+h) - X_{II}(t_0)]}{h},$$

$$B_{II} = X_{II}(t_0) - A_{II} \cdot t_0.$$

Przedstawione postępowanie pozwala więc rozwiązywać:

5 równań (14) z krokiem całkowania $h_I \leq h$,

3 równania (16) z krokiem całkowania $h_{III} < h$,

$2n+2$ równanie (15) z krokiem całkowania h .

Zastosowane wyżej wzory liniowej ekstrapolacji i interpolacji, łatwo uogólnić tak aby były wzorami wyższego rzędu, co mogłoby zwiększyć dokładność uzyskiwanych wyników.

5. Niektóre wyniki obliczeń i uwagi końcowe

W celu oceny przydatności wyżej omówionej metody prostych dla zastosowań technicznych, przeprowadzono szereg obliczeń numerycznych oraz wykonano pomiary doświadczalne.

Obliczenia numeryczne zaprogramowano w języku TURBO Pascal i wykonano na mikrokomputerze IBM PC-XT oraz AMSTRAD CPC464. Parametry techniczne pompy, przewodu, wtryskiwacza oraz paliwa przyjęto jak dla układu wtryskowego silnika SW-680, na którym wykonano badania doświadczalne [5]. Ruch tłoka pompy (wielkość $hp(t)$ w równaniu 1.1), który wymusza proces wtrysku, określono na podstawie pomiarów doświadczalnych [5]. Procesy wtrysku obliczono dla obrotu wałka krzywkowego pompy o 56° , począwszy od położenia odpowiadającego wejściu rolki popychacza na wznoszący zarys krzywki. Wartość ciśnienia pk przyjęto równą ciśnieniu otoczenia, gdyż badania doświadczalne przeprowadzono na stole probierczym dla pomp wtryskowych, na którym wtrysk odbywał się do otwartej menzurki pomiarowej.

Obliczone i pomierzone procesy wtrysku porównywano i oceniano w oparciu o:

- wartość całkowitej dawki paliwa wtrysniętej przez wtryskiwacz,
- przebieg ciśnienia w przewodzie wtryskowym, na wejściu do wtryskiwacza, w miejscu pomiaru doświadczalnego odpowiadającym 43 punktowi dyskretyzacji,
- przebieg wzniosu iglicy wtryskiwacza,
- przy porównywaniu procesów obliczonych numerycznie brano również pod uwagę czas trwania obliczeń.

Porównywanie przebiegów ciśnienia lub wzniosu iglicy, przeprowadzano wzrokowo posiłkując się wielkością średniego błędu procentowego, oznaczonego na rysunkach symbolem „E” i zdefiniowanego zależnościami:

$$E = \left| \frac{S_2 - S_1}{S_2} \right| \cdot 100\%, \quad (18)$$

gdzie:

$$S_1 = \int_{t_0}^{t_k} f_1(t) dt, \quad S_2 = \int_{t_0}^{t_k} f_2(t) dt.$$

Dla zilustrowania przydatności metody prostych oraz wpływu parametrów tej metody na jakość wyników, w Tablicy 1 i na rys. 2, 3, 5, 6a i 6b, przedstawiono niektóre procesy wtrysku uzyskane z obliczeń i pomiarów, przy nominalnej dawce wtrysku 102 mm^3 i prędkości obrotowej wałka krzywkowego pompy wtryskowej 1080 obr/min.

Do parametrów metody prostych należy zaliczyć wielkości:

- liczba punktów wewnętrznych przedziału $\langle 0, L \rangle$ (dyskretyzacji przewodu wtryskowego),
- wartość kroku całkowania (podstawowego — dla przewodu wtryskowego),
- krotność zmniejszenia kroku całkowania dla pompy i wtryskiwacza w stosunku do wielkości podstawowej dla przewodu.

Na rys. 2 i 3 przedstawiono wpływ liczby punktów dyskretyzacji (n) przewodu wtryskowego na przebieg ciśnienia, obliczony w miejscu przewodu odpowiadającym punktowi

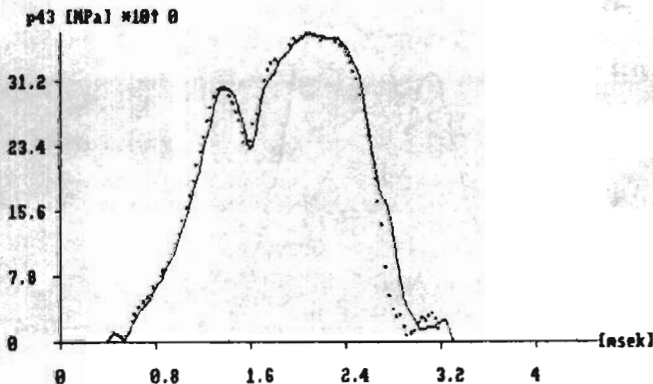
Tablica 1

Symbol wariantu —	Prędkość obrotowa obr/min	Dyskret. przewodu n	Krok całkow. —	Dawka wtrysku mm^3	Czas na IBM min
Wyniki obliczeń.					
51043	1080	48	tk/1000	102,16	54
51043tn1	1080	30	tk/1000	102,04	38
51043tn2	1080	10	tk/1000	98,42	20
51043te1	1080	48	tk/1500	102,15	81
51043te2	1080	48	tk/500	84,42	27
Wyniki pomiaru.					
55043	1080	—	—	102,0	—

43 (przy $n = 48$). Z kolei w Tablicy 1 podano odpowiednie wartości uzyskanych dawek wtrysku i czasu obliczeń.

Jak wynika z przedstawionych danych, omawiany wpływ liczby punktów dyskretyzacji jest niewielki dla ich większych wartości ($n = 30 \div 48$), natomiast dla $n = 10$ występuje zmniejszenie dawki wtrysku o około 4% w stosunku do wartości nominalnej oraz pojawiają się wyraźne zafalowania przebiegu ciśnienia wtrysku o amplitudzie około 5%. Wiąże się to ze wzrostem średniego błędu procentowego, określającego różnicę powierzchni pól zawartych pod krzywymi ciśnienia. Wzrost liczby punktów dyskretyzacji pociąga za sobą wzrost czasu obliczeń.

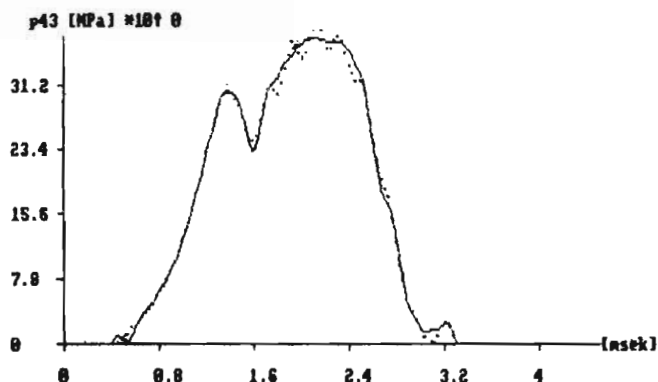
W poprzednim rozdziale wspomniano, że na podstawie wstępnych obliczeń przyjęto zmniejszenie kroku całkowania dla pompy $n_1 = 2$ krotnie i dla zespołu wtryskiwacza

Rys. 2. Wpływ liczby punktów dyskretyzacji na przebieg p_{43} [MPa]

— $n = 48$ — wariant 51043.p43

..... $n = 30$ — wariant 51043tn1.p43

Średni błąd procentowy $E = 0.09$ [%]



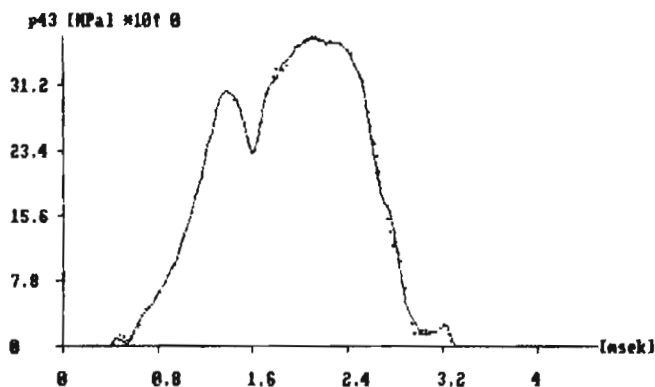
Rys. 3. Wpływ liczby punktów dyskretyzacji na przebieg p_{43} [MPa]

— $n = 48$ — wariant 51043.p43
 $n = 10$ — wariant 51043tn2.p43
 Średni błąd procentowy $E = 0.64$ [%]

$n_{III} = 25$ krotnie. Wpływ podstawowego kroku całkowania na wyniki obliczeń zilustrowano w Tabelcy 1 i na rys. 4 i 5.

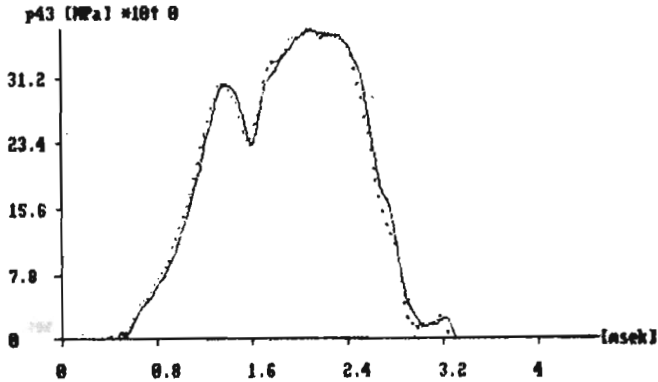
Jak łatwo zauważyć, niekorzystne wyniki uzyskuje się przy zbyt dużych wartościach kroku całkowania ($tk/500$), dla których obliczona wartość dawki wtrysku zmniejsza się o około 15%. Przebieg ciśnienia jest zróżnicowany głównie w swojej opadającej części i świadczy o zmniejszeniu wartości kąta trwania wtrysku.

W zakresie mniejszych wartości kroku całkowania ($tk/1000 \div tk/1500$), rozpatrywane parametry wtrysku zmieniają się w granicach praktycznie pomijalnych. Istotnym staje się więc czas obliczeń, który zwiększa się wprost proporcjonalnie do odwrotności kroku całkowania.



Rys. 4. Wpływ kroku całkowania na przebieg p_{43} [MPa]

— $h = tk/1000$ — wariant 51043.p43
 $h = tk/1500$ — wariant 51043te1.p43
 Średni błąd procentowy $E = 0.16$ [%]



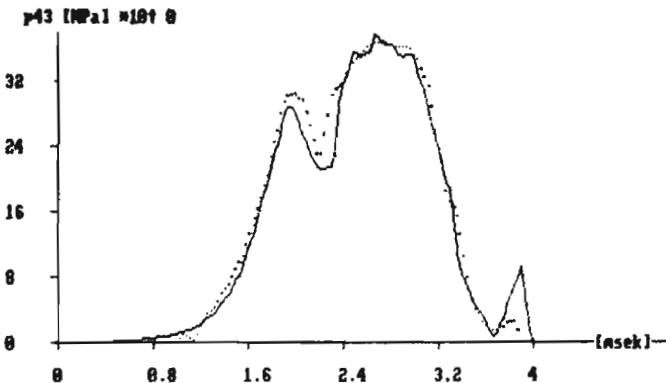
Rys. 5. Wpływ kroku całkowania na przebieg p_{43} [MPa]

— $h = tk/1000$ — wariant 51043.p43
 $h = tk/500$ — wariant 51043te2.p43
 Średni błąd procentowy $E = 0.26$ [%]

O przydatności omawianej metody prostych dla celów technicznych decyduje zgodność parametrów wtrysku obliczonych numerycznie z parametrami uzyskanymi z pomiarów doświadczalnych.

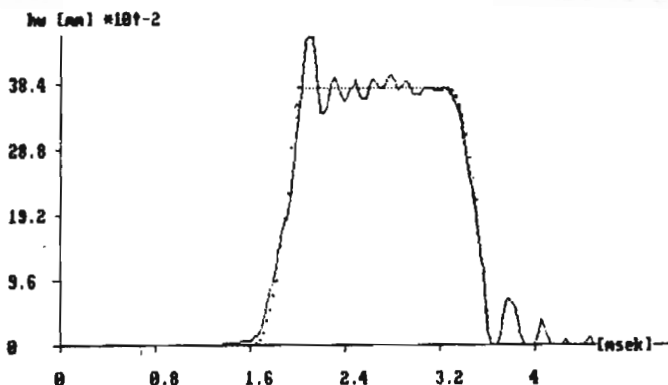
Na rys. 6a i 6b przedstawiono porównanie przebiegów ciśnienia wtrysku i wzniosu iglicy wtryskiwacza uzyskanych na drodze wcześniej wspomnianych pomiarów, z wynikami obliczeń wykonanymi dla $n = 48$ i kroku całkowania $tk/1000$. Różnica w uzyskanych w ten sposób dawkach wtrysku (Tablica 1) jest pomijalnie mała i nie przekracza wartości 0,2%.

Przebiegi ciśnienia (rys. 6a) mają bardzo zbliżony charakter i wartości. Różnice około 4,5% dotyczą wartości ciśnienia w miejscu interferencyjnego zafalowania wywołanego nakładaniem się fali dopływającej z pompy, z falą powrotną wywołaną unoszeniem iglicy wtryskiwacza.



Rys. 6a. Porównanie doświadczalnych i numerycznych przebiegów p_{43} [MPa]

— doświadczalny — wariant 55043p43
 numeryczny $n = 48$ $h = tk/1000$ — wariant 51043.p43
 Średni błąd procentowy $E = 4.46$ [%]



Rys. 6b. Porównanie doświadczalnych i numerycznych przebiegów h_w [mm]

— doświadczalny — wariant 55043hw
 numeryczny $n = 48$ $h = tk/1000$ — wariant 51043.hw
 Średni błąd procentowy $E = 1.35$ [%]

Przebiegi wzniosu iglicy wtryskiwacza (rys. 6b) są praktycznie jednakowe, jeżeli pominąć sprężyste odbicia iglicy od zderzaka i gniazda, które zostały świadomie pominięte w modelu fizycznym i matematycznym procesu wtrysku (patrz: Wstęp pkt. 6).

Średnie błędy procentowe pól pod krzywymi obu wykresów (odpowiednio 4,46% i 1,35%), w świetle powyższych uwag można przyjąć za dopuszczalne.

Przedstawione wyżej rozważania i wyniki oraz szereg dodatkowych obliczeń, które ze względu na ograniczone miejsce nie zostały zaprezentowane, pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Metoda prostych jest wygodnym sposobem sprowadzania równań hiperbolicznych do równań różniczkowych zwyczajnych.

2. Wystarczającą praktycznie dokładność wyników uzyskuje się przy podziale przewodu $\langle 0, L \rangle$ na $n+1 = 31$ podprzedziałów o równej długości oraz przy kroku całkowania o wartości równej $tk/1000$.

3. Zastosowanie postępowania iteracyjno-ekstrapolacyjnego przedstawionego w rozdziale 4 pozwala na znaczne skrócenie czasu obliczeń.

Autorzy niniejszego artykułu prowadzą aktualnie dalsze prace związane z poszukiwaniem innych, bardziej efektywnych algorytmów, służących numerycznemu modelowaniu rozważanego procesu wtrysku.

Literatura

1. K. KUMAR, R. R. GAUR, R. D. GARG, M. K. GAJENDRA BABU, *A Finite Difference Scheme for the Simulation of a Fuel Injection System*, S.A.E. 831337, 1983.
2. J. LEGRAS, *Praktyczne metody analizy numerycznej*, WNT Warszawa, 1974.
3. M. SOBIESZCZAŃSKI, *Równania ruchu cieczy dla obliczeń przepływu paliwa przez przewód wtryskowy silnika o zaplonie samoczynnym*, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej Nr 18, 1981.
4. M. SOBIESZCZAŃSKI, *Metoda analitycznego odwzorowania procesu wtrysku w układzie paliwowym silnika o zaplonie samoczynnym*, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej Nr 18, 1981.

5. M. SOBIESZCZAŃSKI, K. BARTCZAK, A. ZALEŚNA, *Program obliczeń numerycznych procesu wtrysku paliwa* Załącznik do opracowania Politechniki Łódzkiej Filii w Bielsku Białej Nr ITS 058/048s/2 — RPBR IV.1, 1984.
6. E. B. WYLIE, J. A. BOLT, M. F. EL-ERIAN, *Diesel Fuel Injection System Simulation and Experimental Correlation*, S.A.E. Transaction, 710569, Vol. 80, 1971.

Резюме

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРЯМЫХ В АНАЛИЗЕ ПРОЦЕССА ВТРЫСКА ТОПЛИВА

В работе представлено применение метода прямых в численном решении системы дифференциальных обыкновенных и гиперболических уравнений, описывающих процесс течения топлива в системе насоса, провода высокого давления и форсунки в двигателях с воспламенением от сжатия.

Представлено также решение, которое дало возможность вести расчёты с различным шагом интегрирования для выделенных групп обыкновенных дифференциальных уравнений полученных в результате дискретизации.

Сравнено результаты расчётов с результатами измерений, получая хорошее совпадение.

Summary

APPLICATION OF STRAIGHT LINES METHOD TO ANALYSIS OF FUEL INJECTION PROCESS

In the paper the application of the straight lines method to numerical solution of conjugate systems of ordinary and hyperbolic-type differential equations is presented. The equations are describe the fuel flow process in systems of pump, pipe and atomizing in compression — ignition engine. A procedure has been presented which enables to conduct the calculations at different integration steps for separated groups of ordinary differential equations obtained by discretization. The results of calculation are in good agreement with the results of experimental measurements.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 28 maja 1987 roku