

MECHANIZM ZNISZCZENIA MATERIAŁÓW Z USZKODZENIAMI*

ANDRZEJ LITEWKA
EWA ROGALSKA

Politechnika Poznańska

1. Wprowadzenie

Liczne badania doświadczalne wykazały, że nośność elementów konstrukcji, pracujących w podwyższonej temperaturze lub poddanych obciążeniom cyklicznym, zależy od czasu ich eksploatacji. Jest to wynikiem stopniowej degradacji struktury materiału wyraźnie widocznej przykładowo podczas próby pełzania. Obserwujemy wówczas stopniowy spadek wytrzymałości materiału prowadzący do zniszczenia elementu po czasie, który określa tak zwaną wytrzymałość czasową. Metalograficzne badania struktury metali poddanych próbie pełzania w podwyższonej temperaturze przeprowadzone przez Hayhursta [1] oraz Dysona i McLeana [2] wykazały, że degradacja struktury materiału, nazywana jego uszkodzeniem, spowodowana jest powstawaniem na granicy ziaren pustek oraz mikro-
pęknięć. Badania te wykazały również, że uszkodzenie struktury materiału ma charakter kierunkowy, a jego uprzywilejowane kierunki są ściśle związane z kierunkami głównych naprężeń rozciągających. Na tej podstawie można stwierdzić, że rozwój uszkodzenia prowadzi do obniżenia sztywności oraz wytrzymałości materiału a także powoduje, że materiał początkowo izotropowy nabiera cech materiału anizotropowego.

Problem racjonalnego opisu zachowania się materiału uszkodzonego w fazie poprzedzającej jego zniszczenie oraz określenie czasu do zniszczenia w warunkach pełzania lub liczby cykli do zniszczenia w przypadku uszkodzenia w warunkach zmęczenia, był przedmiotem licznych prac, które podsumowane zostały w szeregu opracowaniach o charakterze przeglądowym [3, 4, 5, 6, 7]. Z prac tych jednakże wynika, że brak jest ogólnej teorii uszkodzenia materiału, a wyprowadzone zależności, które w większości przypadków są półempirycznymi wzorami, mogą służyć do opisu tylko wąskiej klasy zagadnień. Z tego względu wydaje się celowym poszukiwanie takiego sposobu opisu uszkodzenia materiału, który uwzględniałby wszystkie stwierdzone doświadczalnie zjawiska obserwowane w procesie uszkodzenia, a także dawałby możliwości dalszych uogólnień na przypadek nieproporcjonalnego i cyklicznego obciążenia. Próbę taką, w której konsekwentnie uwzględniono tensorowy charakter uszkodzenia oraz wykorzystano teorię reprezentacji funkcji tensorowych, przedstawiono w dalszym ciągu niniejszej pracy.

*¹) Praca niniejsza została wykonana w ramach C.P.B.P.02.01 temat 1.10.

2. Kryterium zniszczenia

W mechanice uszkodzenia stan materiału opisuje się zwykle wprowadzając do klasycznych związków konstytutywnych dodatkową zmienną stanu uwzględniającą degradację struktury materiału. W niniejszej pracy przyjęto, że zmienną reprezentującą uszkodzenie materiału jest symetryczny tensor drugiego rzędu \mathbf{D} zdefiniowany zależnością:

$$\mathbf{D} = D_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + D_2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + D_3 \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{n}_3, \quad (1)$$

gdzie D_i są składowymi głównymi tensora \mathbf{D} , a \mathbf{n}_i są wektorami jednostkowymi osi symetrii materiału, które pokrywają się z osiami prostokątnego kartezjańskiego układu współrzędnych x_1, x_2, x_3 . Zapisana równaniem (1) postać tensora \mathbf{D} jest podobna do tensora $\mathbf{\Omega}$ zdefiniowanego przez Wakulenkę i Kaczanowa [8] oraz Murakamiego i Ohno [9], a wartości główne D_i, Ω_i tensorów \mathbf{D} i $\mathbf{\Omega}$ wiąże zależność:

$$D_i = \frac{\Omega_i}{1 - \Omega_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Wartości główne D_i tensora \mathbf{D} zdefiniowano w pracy [10] jako stosunek pola powierzchni szczelin do pola przekroju materiału matrycy pozostającego na płaszczyźnie o normalnej \mathbf{n}_i . W pracy [11] wykazano, że tensor \mathbf{D} prawidłowo opisuje obniżenie wytrzymałości i sztywności materiału ortotropowego, tak więc uwzględnia wszystkie skutki jakie wywołuje w materiale regularne uszkodzenie jego struktury wewnętrznej.

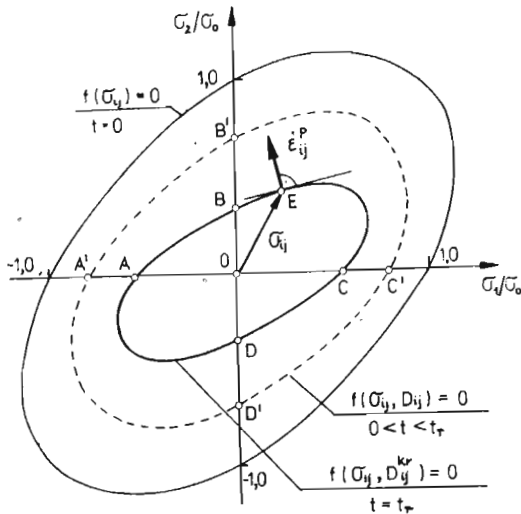
W niniejszej pracy do opisu stanu materiału wykorzystano oba tensory uszkodzenia \mathbf{D} i $\mathbf{\Omega}$. Tensor \mathbf{D} stosowano przy opisie efektów uszkodzenia, a tensor $\mathbf{\Omega}$ posłużył do opisu ewolucji uszkodzenia. Jak już wspomniano oba tensory mają takie same kierunki główne, a ich wartości główne łączy związek (2) stąd istnieje możliwość zamiennego ich stosowania.

Podstawowym równaniem mechaniki uszkodzenia jest równanie ewolucji, które opisuje rozwój uszkodzenia. W niniejszej pracy, podobnie jak u Murakamiego i Sanomury [12], przyjęto je w postaci funkcji tensorowej:

$$\dot{\mathbf{\Omega}} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{\Omega}), \quad (3)$$

gdzie $\dot{\mathbf{\Omega}}$ wyraża pochodną czasową tensora uszkodzenia $\mathbf{\Omega}$, a $\boldsymbol{\sigma}$ jest tensorem naprężenia. Kaczanow w swej teorii [13] postulował, że zniszczenie materiału nastąpi, gdy przekrój materiału w wyniku uszkodzenia zredukuje się do zera. Założenie to odpowiada osiągnięciu przez jedną ze składowych Ω_i wartości równej 1. Badania doświadczalne [1, 2, 3, 14, 15] wykazały, że zniszczenie materiału następuje przy wartości skalarne parametru uszkodzenia zawartej w granicach $0,2 \div 0,8$. Uogólniając to na przypadek, gdy stan materiału jest opisany tensorem uszkodzenia można stwierdzić, że zniszczenie materiału nastąpi wówczas, gdy składowe tensora uszkodzenia $\mathbf{\Omega}$ osiągną konfigurację krytyczną $\mathbf{\Omega}^{kr}$.

W dalszym ciągu niniejszej pracy przyjmuje się, że zniszczenie materiału przy osiowym rozciąganiu nastąpi w chwili t_r , gdy granica plastyczności lub wytrzymałości, malejąca wraz ze wzrostem uszkodzenia, osiągnie wartość aktualnego naprężenia. Proces ten dla złożonego stanu naprężenia ilustruje rys. 1, gdzie kolejne powierzchnie plastycznego płynięcia począwszy od elipsy Hubera-Misesa $f(\sigma_{ij}) = 0$ dla $t = 0$ poprzez krzywą $A'B'C'D'$ dla $0 < t < t_r$ reprezentują obniżenie wytrzymałości materiału wynikające



Rys. 1. Powierzchnie plastycznego płynięcia materiału uszkadzającego się

z ewolucji tensora efektów uszkodzenia D_{ij} od $D_{ij} = 0$ do $D_{ij} = D_{ij}^{kr}$. Początek zniszczenia materiału w złożonym stanie naprężenia, który na rys. 1 przedstawia wektor naprężeń σ_{ij} ma miejsce wówczas, gdy rozmiary powierzchni plastycznego płynięcia zostaną tak zredukowane, że dotyka ona końca wektora σ_{ij} w punkcie E. Odpowiada to chwili czasowej $t = t_r$, gdyż wówczas pojawiają się bardzo szybko narastające odkształcenia plastyczne. Ich prędkość $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ obliczona przykładowo ze stowarzyszonego prawa płynięcia jest o kilka rzędów wyższa od prędkości ustabilizowanego pełzania w drugim etapie, stąd uzasadnione wydaje się założenie, że składowe tensora D_{ij} odpowiadające krzywej ABCD na rys. 1 tworzą konfigurację krytyczną.

Tak przyjęte kryterium zniszczenia wymaga znajomości składowych tensora D_{ij}^{kr} , przy których zgodnie z Hayhurstem [1], spełniony jest warunek zniszczenia zdegradowanej struktury materiału. W przypadku materiałów ciągłych uzasadnionym wydaje się utożsamianie tego warunku z warunkiem plastyczności sformułowanym dla materiału uszkadzającego się, który opisywałby redukcję wytrzymałości materiału przedstawioną na rys. 1. W pracy [16] wyprowadzony został taki warunek dla materiału ortotropowego w formie izotropowej funkcji skalarnej tensora naprężenia σ i tensora efektów uszkodzenia \mathbf{D} :

$$f(\sigma, \mathbf{D}) = 0. \tag{4}$$

Postać warunku plastyczności (4) zgodnie z teorią niezmienników skalarnych [17] została przyjęta w formie wielomianu:

$$C_1 \text{tr}^2 \sigma + C_2 \text{tr} \mathbf{S}^2 + C_3 \text{tr} \mathbf{D} \sigma^2 - \sigma_0^2 = 0, \tag{5}$$

gdzie C_1, C_2, C_3 są stałymi materiałowymi ośrodka z mikropełnięciami, σ_0 jest granicą plastyczności materiału bez uszkodzenia, a \mathbf{S} jest dewiatorem naprężenia.

Występujące w równaniu (5) stałe materiałowe można obliczyć analizując takie stany naprężenia jak: osiowe rozciąganie wzdłuż dwóch osi symetrii materiału określonych

przez kierunki osi x_1 i x_2 oraz równomierne dwukierunkowe rozciąganie. Otrzymuje się wówczas układ równań:

$$C_1 + \frac{2}{3} C_2 + D_1 C_3 = (\sigma_0/\sigma_{10})^2,$$

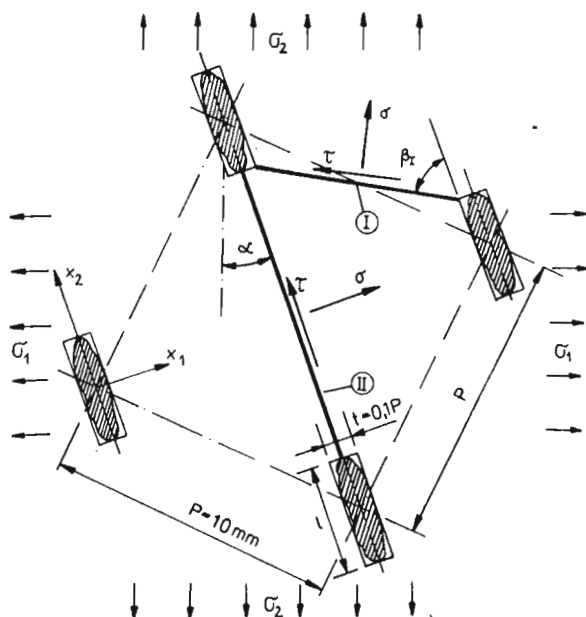
$$C_1 + \frac{2}{3} C_2 + D_2 C_3 = (\sigma_0/\sigma_{20})^2, \quad (6)$$

$$C_1 + \frac{2}{3} C_2 + (D_1 + D_2) C_3 = (\sigma_0/T_0)^2,$$

a występujące w nim granice plastyczności dla wymienionych wyżej stanów naprężenia σ_{10} , σ_{20} , T_0 powinny być wyznaczone na drodze doświadczalnej lub teoretycznej. Wyznaczenie powyższych granic plastyczności stanowi kluczowy problem jaki napotyka się podczas posługiwania się proponowanym kryterium zniszczenia wyrażonym równaniami (3) i (4). Z tego względu wydaje się celowym podanie sposobu umożliwiającego szybkie i dostatecznie dokładne ich wyznaczenie. W niniejszej pracy wykorzystano do tego doświadczalne i teoretyczne modele materiału uszkadzającego się.

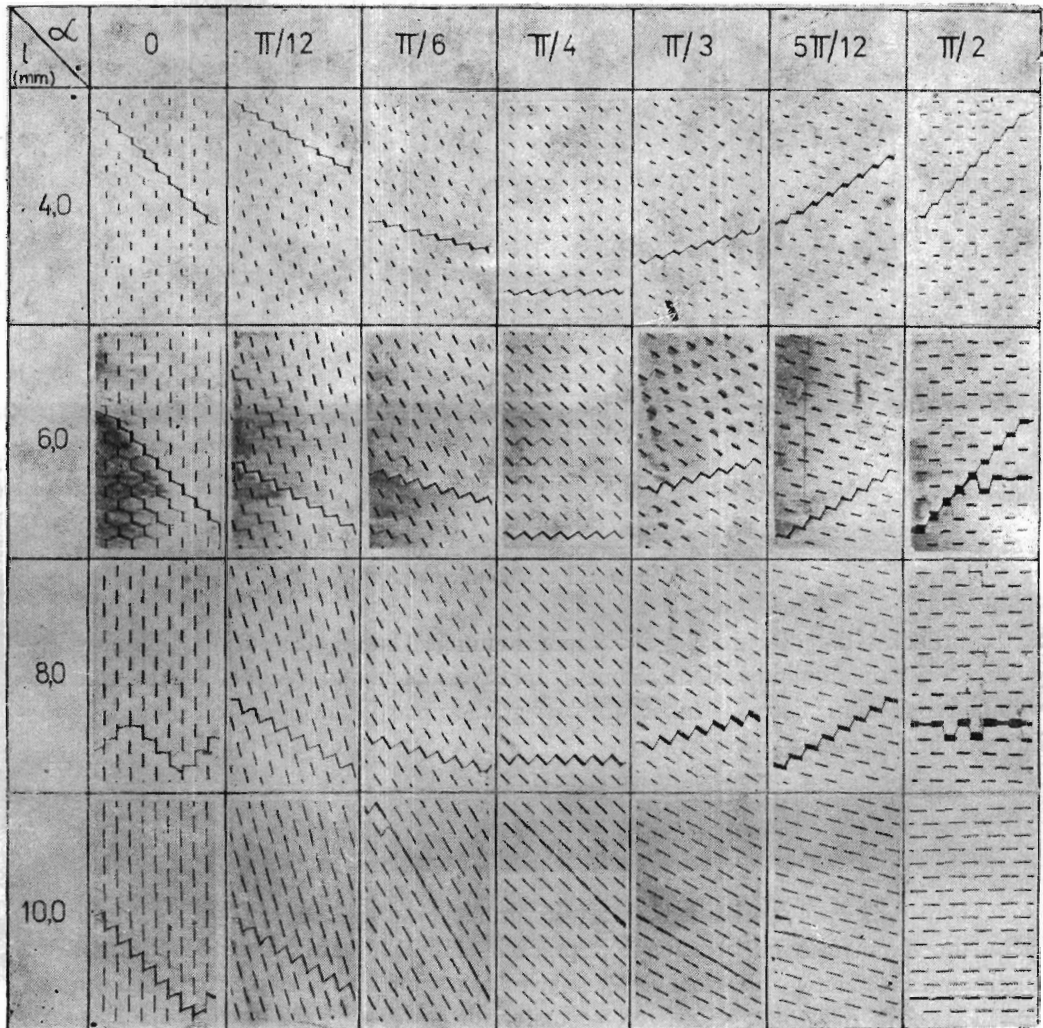
3. Badania doświadczalne

Wstępem do rozważań teoretycznych nad modelami zniszczenia materiałów z uszkodzeniem były badania doświadczalne [18, 19], które pozwoliły określić zależności granic plastyczności σ_{10} , σ_{20} od długości szczelin w materiale uszkadzającym się. Materiał taki

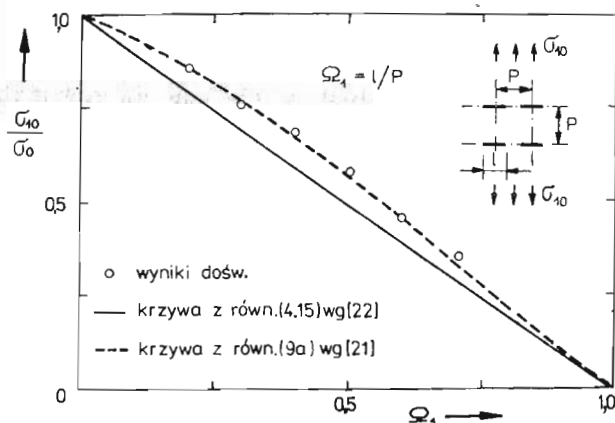


Rys. 2. Model materiału uszkadzającego się z szachownicowym układem szczelin

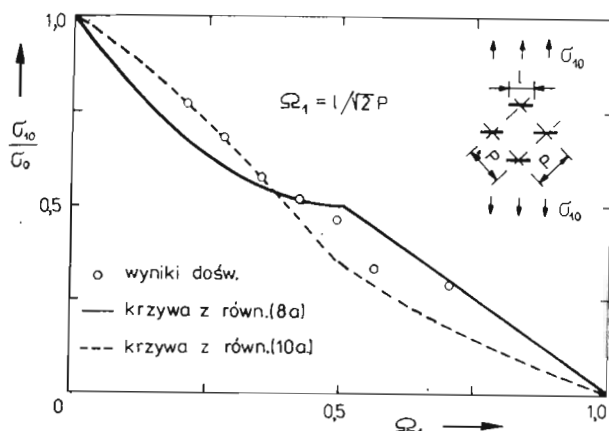
był modelowany przy użyciu płaskich próbek z otworami w kształcie wąskich prostokątnych szczelin rozmieszczonych szachownicowo oraz na siatce kwadratu. Całość wyników doświadczalnych dotyczących kwadratowego układu otworów można znaleźć w pracach [10, 20, 21], natomiast w niniejszej pracy przedstawione zostaną wyniki badań uzupełniających, które przeprowadzono dla szachownicowego układu otworów przedstawionego na rys. 2. Badania te, prowadzone przy osiowym rozciąganiu pod różnymi kątami w stosunku do osi otworów wykazały, że strefy plastyczne rozwijające się pomiędzy sąsiednimi pęknięciami mają charakter wąskich pasm poślizgu, zaznaczonych na rys. 2., których układ I lub II zależy od kierunku obciążenia oraz od długości szczelin. Na rys. 3 zestawiono zdjęcia próbek o długościach szczelin 4, 6, 8 i 10 mm, rozciąganych osiowo pod różnymi kątami w stosunku do osi symetrii układu szczelin. Na zdjęciach widoczne są linie przelomu, które odpowiadają strefom uplastycznionym. Można zaobserwować,



Rys. 3. Zdjęcia próbek modelujących materiał uszkadzający się o długości szczelin 4, 6, 8 i 10 mm.



Rys. 4. Zależność granicy plastyczności przy osiowym rozciąganiu σ_{10} od rozmiarów uszkodzenia Ω_1 dla układu kwadratowego



Rys. 5. Zależność granicy plastyczności przy osiowym rozciąganiu σ_{10} od rozmiarów uszkodzenia Ω_2 dla układu szachownicowego

że dla próbek o długości szczeliny $l < 8$ mm dominuje I mechanizm, a dla szczeliny o długości $l > 8$ mm dominuje II mechanizm uplastycznienia. Na rys. 4 i 5 przedstawiono wyniki badań obrazujące zależność wartości granicy plastyczności σ_{10} od długości szczeliny dla obu układów otworów.

4. Modele teoretyczne

Podjęto także próbę określenia wartości granic plastyczności σ_{10} , σ_{20} i T_0 dwoma metodami teoretycznymi, opisanymi w pracach [11, 21]. Pierwsza metoda polegała na analizie mechanizmów zniszczenia związanych z rozwojem stref plastycznych między szczelinami (rys. 3). Założono, że zniszczenie materiału następuje wskutek rozwoju tych stref mających charakter pasm ścinania oraz, że materiał matrycy uplastycznia się zgodnie

z warunkiem Hubera-Misesa, przy czym w obrębie pasma ścinania występują tylko naprężenia normalne σ i styczne τ . Warunki równowagi pojedynczego ogniwa struktury materiału pokazanego na rys. 2 dają w efekcie warunek plastyczności w postaci:

$$A_1 \sigma_1^2 + B_1 \sigma_2^2 + C_1 \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_0^2 = 0, \quad (7)$$

gdzie mnożniki A_1 , B_1 , C_1 są funkcjami kąta α określającego kierunek obciążenia oraz zależą od wymiarów l , t , P charakteryzujących geometrię układu szczelin. Mnożniki te mają ponadto postać zależną od przyjętego układu stref plastycznych. Szczegółową postać tych zależności można znaleźć w pracach [22, 23]. Z warunku plastyczności (7) uzyskuje się następujące zależności określające σ_{10} , σ_{20} i T_0 :

$$\sigma_{10} = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{2} t/P}{\sin \beta_1 \sqrt{1 + 2 \sin^2 \beta_1}} \cdot \sigma_0 & \text{dla } l < 0,7131P \\ (1 - l/\sqrt{2} P) \cdot \sigma_0 & \text{dla } l > 0,7131P, \end{cases} \quad (8a)$$

$$\sigma_{20} = \frac{1 - \sqrt{2} t/P}{\sin \beta_1 \sqrt{1 + 2 \cos^2 \beta_1}} \cdot \sigma_0, \quad (8b)$$

$$T_0 = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}/2 - t/P}{\sin \beta_1 \sqrt{1 + 2 \cdot \cos^2 \beta_1}} \cdot \sigma_0 & \text{dla } l < 0,8502P \\ (1 - l/\sqrt{2} P) \cdot \sigma_0 & \text{dla } l > 0,8502P \end{cases} \quad (8c)$$

Podwójne wartości σ_{10} i T_0 wynikają stąd, że dla różnych długości szczelin l może pojawić się I lub II mechanizm uplastycznienia.

Druga metoda teoretycznego wyznaczenia granic plastyczności σ_{10} , σ_{20} i T_0 nazywana metodą energetyczną bazuje na założeniu, że uplastycznienie materiału następuje w chwili, gdy energia odkształcenia sprężystego zgromadzona w materiale osiąga wartość krytyczną. Obliczono więc energię sprężystą materiału matrycy Φ_m i energię sprężystą ujednorodnionego materiału zastępczego Φ_z . W chwili uplastycznienia energie **te muszą** być równe wartości krytycznej, której wartość nie jest znana, jednak do obliczenia σ_{10} , σ_{20} i T_0 wystarczy porównanie Φ_m z Φ_z . Energię sprężystą ujednorodnionego materiału zastępczego wyprowadzono w pracy [21] w postaci funkcji skalarnej:

$$\Phi_z = \frac{1-2\nu}{6E} \text{tr}^2 \boldsymbol{\sigma} + \frac{1+\nu}{2E} \text{tr} \mathbf{S}^2 + \frac{D_1}{2(1+D_1)E} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}^2 \mathbf{D}, \quad (9)$$

gdzie ν i E są stałymi sprężystości materiału przed uszkodzeniem. Znacznie trudniejsze jest zapisanie energii odkształcenia sprężystego zgromadzonej w materiale matrycy Φ_m . Posłużono się w tym celu metodą przybliżoną, ponieważ ściśle rozwiązanie wymaga określenia rozkładu naprężeń wewnątrz ogniwa struktury materiału. Metoda ta polegała na analizie statycznie dopuszczalnych pól naprężeń, a jej szczegółowy opis zawierają prace [11, 16, 21]. Porównanie otrzymanych wyrażeń na Φ_m i Φ_z prowadzi do związków określających poszukiwane granice plastyczności:

$$\sigma_{10} = \sqrt{\frac{\Phi_{m\text{sr}}}{1/2E + 2D_1\gamma}},$$

$$\sigma_{20} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{2} \, t/P}{1 + 4E\gamma D_2}} \cdot \sigma_0, \quad (10)$$

$$T_0 = \sqrt{\frac{\Phi_{m\dot{s}r}}{(1-\nu)/E + 2\gamma(D_1 + D_2)}}.$$

Wartość stałej γ , jak pokazano w pracy [10], wynosi:

$$\gamma = \frac{D_1}{4E(1 + D_1)}.$$

Wartość $\Phi_{m\dot{s}r}$ jest średnią z dwóch wartości granicznych Φ_{md} i Φ_{mg} zapisanych następującymi równaniami:

— dla osiowego rozciągania w kierunku x_1 :

$$\Phi_{md} = \begin{cases} (1 - \sqrt{2} \, l/P) \sigma_0^2 / 2E & \text{dla } 0 < l < \sqrt{2} \, P/2 \\ 0 & \text{dla } P\sqrt{2}/2 < l < \sqrt{2} \, P \end{cases}$$

$$\Phi_{mg} = (1 - l/\sqrt{2} \, P) \sigma_0^2 / 2E \quad \text{dla } 0 < l < \sqrt{2} \, P,$$

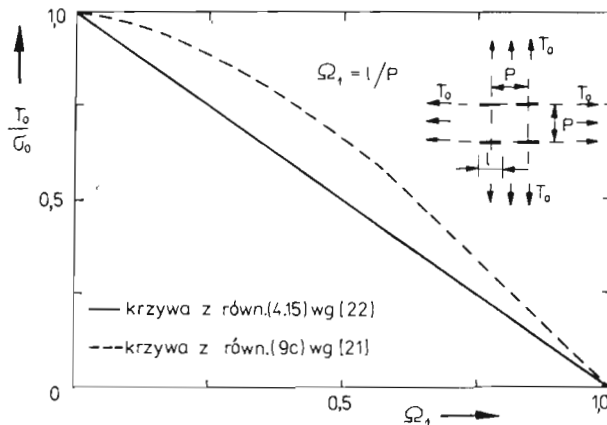
— dla równomiernego dwukierunkowego rozciągania:

$$\Phi_{md} = \begin{cases} (1 - \sqrt{2} \, l/P)(1 - \nu + \sqrt{2} \, lv/P) \cdot \sigma_0^2 / E & \text{dla } 0 < l < \sqrt{2} \, P/2 \\ 0 & \text{dla } \sqrt{2} \, P/2 < l < \sqrt{2} \, P \end{cases}$$

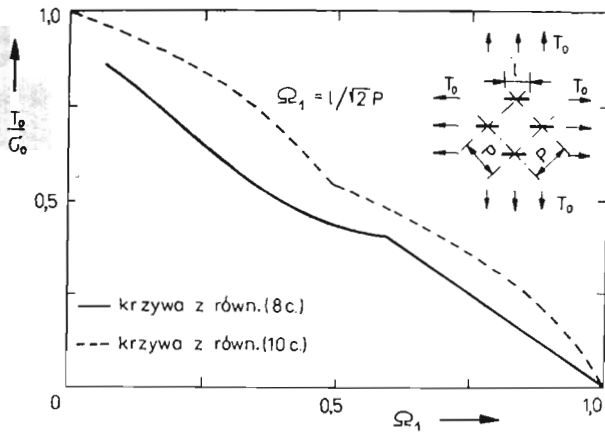
$$\Phi_{mg} = (1 - \sqrt{2} \, t/P)(1 - \nu + \sqrt{2} \, tv/P) \sigma_0^2 / E \quad \text{dla } 0 < l < 2P.$$

Odpowiednie krzywe na rys. 4, 5, 6 i 7 przedstawiają wyniki teoretyczne otrzymane z obu metod ze wzorów (8) i (10) oraz wyniki doświadczalne. Zgodność tych wyników wskazuje na poprawność przyjętych założeń przy wyznaczaniu teoretycznych wartości granic plastyczności.

Przedstawione wyniki mogą być wykorzystane do określania ze wzorów (5) i (6) krytycznej konfiguracji składowych tensora uszkodzenia Ω^{kr} . Z rys. 4, 5, 6 i 7 wynika, że



Rys. 6. Zależność granicy plastyczności przy dwukierunkowym równomiernym rozciąganiu T_0 od rozmiarów uszkodzenia Ω_1 dla układu kwadratowego



Rys. 7. Zależność granicy plastyczności przy dwukierunkowym równomiernym rozciąganiu T_0 od rozmiarów uszkodzenia Ω_1 dla układu szachownicowego

istnieją proste zależności wiążące granice plastyczności materiału uszkodzonego z granicą plastyczności materiału przed uszkodzeniem w postaci:

$$\begin{aligned}\sigma_{10} &= T_0 = (1 - \Omega_1)\sigma_0, \\ \sigma_{20} &= (1 - \Omega_2)\sigma_0.\end{aligned}\quad (11)$$

Związki (11) mają podobną budowę do związków wyrażających naprężenia efektywne materiału uszkodzonego.

5. Zastosowanie proponowanego kryterium zniszczenia

Omówione kryterium zniszczenia może być zastosowane w różnych przypadkach uszkodzenia materiału o ile znana będzie postać prawa ewolucji uszkodzenia (3). Wydaje się iż najlepiej zbadane zostały dotychczas zjawiska towarzyszące uszkodzeniu materiału przy pelzaniu metali w podwyższonej temperaturze. Na podstawie badań przeprowadzonych przez Johnsona, Hendersona i Mathura [24], Hayhursta [1], Dysona oraz McLeana [2] można sformułować następujące zasady rządzące rozwojem uszkodzenia materiału:

1. Uszkodzenie w postaci mikropełnięć i pustek rozwija się w płaszczyznach nachylonych pod kątem 90° do kierunków głównych naprężeń rozciągających.
2. Naprężenie ściskające nie wywołuje uszkodzenia materiału.
3. Wielkość uszkodzenia wzrasta wraz ze wzrostem naprężeń głównych rozciągających i jest zależna od ilości energii doprowadzonej do ciała z zewnątrz na skutek podwyższenia jego temperatury oraz jego obciążenia.

Z czysto matematycznego punktu widzenia najogólniejsza postać prawa ewolucji uszkodzenia (3) może być zapisana w formie równania:

$$\dot{\Omega} = \sum_i \alpha_i \mathbf{G}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 9, \quad (12)$$

gdzie G_i jest zbiorem dziewięciu generatorów tensorowych:

$$\mathbf{I}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}^2, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}^2, \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\sigma}^2, \\ \boldsymbol{\Omega}^2\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Omega}^2, \boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{\Omega}^2 + \boldsymbol{\Omega}^2\boldsymbol{\sigma}^2,$$

a α_i są funkcjami wielomianowymi niezmienników skalarnych:

$$\text{tr}\boldsymbol{\sigma}, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^2, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^3, \text{tr}\boldsymbol{\Omega}, \text{tr}\boldsymbol{\Omega}^2, \text{tr}\boldsymbol{\Omega}^3, \\ \text{tr}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Omega}, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\Omega}^2, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{\Omega}, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^2\boldsymbol{\Omega}^2.$$

Uwzględniając zależność (12) oraz przedstawione powyżej doświadczalnie stwierdzone prawa rozwoju uszkodzenia można przyjąć następującą postać równania (3):

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = B\Phi_e\boldsymbol{\sigma}^*, \quad (13)$$

gdzie $\boldsymbol{\sigma}^*$ jest zmodyfikowanym tensorem naprężenia wyrażonym przez jego wartości główne przyjęte w taki sposób, że naprężenia główne rozciągające pozostają niezmienione, natomiast naprężenia główne ściskające przyjmuje się równe zero. Mnożnik B jest stałą zależną od temperatury i rodzaju materiału, a Φ_e przedstawia energię odkształcenia sprężystego, nagromadzoną w materiale w wyniku jego obciążenia. Rozpisując w równaniu (13) wyrażenie na Φ_e zgodnie z zależnością (9) prawo ewolucji uszkodzenia przybiera postać:

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \left[\frac{1-2\nu}{6E} \text{tr}^2\boldsymbol{\sigma} + \frac{1+\nu}{2E} \text{tr}\mathbf{S}^2 + \frac{D_1}{2(1+D_1)E} \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^2\mathbf{D} \right] \cdot B\boldsymbol{\sigma}^*. \quad (14)$$

Weryfikację zaproponowanego kryterium zniszczenia i prawa ewolucji uszkodzenia przeprowadzono wykorzystując wyniki badań doświadczalnych dla osiowego rozciągania stali Cr — Mo — V w temperaturze 873°K podane przez Conwaya w pracy [25]. Prawo ewolucji uszkodzenia (14) po jego zapisaniu dla osiowego rozciągania przyjmuje postać równania różniczkowego:

$$\frac{1-\Omega_1}{1-\Omega_1+\Omega_1^2} d\Omega_1 = K\sigma^3 dt, \quad (15)$$

gdzie $K = B/2E$, a σ jest naprężeniem rozciągającym. Po scałkowaniu równania (15) można obliczyć czas do zerwania elementu:

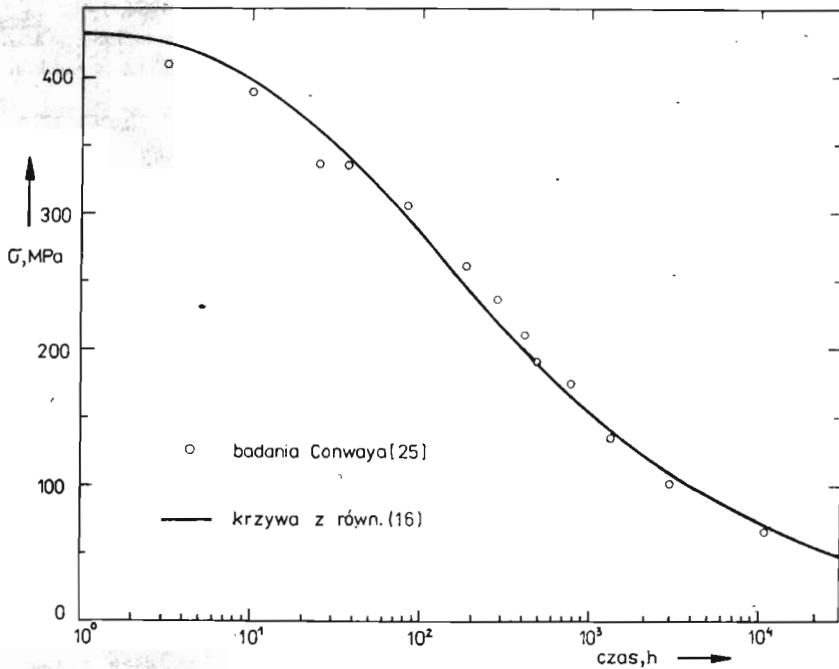
$$t_r = \left[-\frac{1}{2} \ln|\Omega_1^2 - \Omega_1 + 1| + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2\Omega_1 - 1}{\sqrt{3}} + 0,30230 \right] \frac{1}{K\sigma^3}, \quad (16)$$

gdzie w miejsce Ω_1 należy podstawić składową krytyczną tensora uszkodzenia Ω_{1j} obliczoną ze związku:

$$\Omega_{1j}^k = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad (17)$$

który wynika bezpośrednio z równania (11).

Na rys. 8 zestawione są wyniki badań doświadczalnych Conwaya [25] oraz rezultaty teoretyczne obliczone z równań (16) i (17) dla $k = 1.49 \cdot 10^{-10} \text{ 1/MPa}^5\text{h}$ oraz $\sigma_0 = 440 \text{ MPa}$. Dobra zgodność wyników wskazuje na to, że przyjęty model zniszczenia poprawnie opisuje proces pełzania stali Cr — Mo — V w temperaturze 873°K.



Rys. 8. Zależność czasu do zniszczenia od naprężeń przy osiowym rozciąganiu dla stali Cr-Mo-V w temperaturze 873°K

6. Podsumowanie

Sformułowane w pracy kryterium zniszczenia obejmuje warunek plastyczności materiału uszkadzającego się (5), układ równań prowadzący do obliczenia stałych materiałowych (6) oraz równanie ewolucji uszkodzenia (13). Z zaproponowanego kryterium zniszczenia można skorzystać pod warunkiem, że znane są wartości **granic** plastyczności materiału uszkodzonego σ_{10} , σ_{20} i T_0 . Omówione w niniejszej **pracy** metody teoretyczne i doświadczalne wyznaczania tych granic plastyczności dały w rezultacie wzory (11) przybliżające z dostateczną dokładnością wartości tych granic plastyczności. Sformułowane kryterium zniszczenia posłużyło do stworzenia teoretycznego **modelu** dla zniszczenia metali w III fazie pełzania. Dobra zgodność wyników badań doświadczalnych uzyskanych dla osiowego rozciągania potwierdziła poprawność przyjętego kryterium zniszczenia. Kryterium to może być jednak z powodzeniem wykorzystane dla dowolnego złożonego stanu naprężenia.

Literatura

1. D. R. HAYHURST, *Creep rupture under multi-axial states of stress*, J. Mech. Phys. Solids, 20, 1972, 381 - 390.
2. B. F. DYSON, D. MCLEAN, *Creep of Nimonic 80A in torsion and tension*, Met. Sci., 11, 2, 1977, 37 - 45.
3. J. LEMAITRE, *How to use damage mechanics*, Nucl. Eng. Design, 80, 1984, 233 - 245.

4. D. KRAJČINOVIC, *Continuum damage mechanics*, Appl. Mech. Rev., 37, 1, 1984, 1 - 6.
5. M. BASISTA, *O kontynualnych modelach uszkodzenia materialu*, Prace IPPT, 40/1984, Warszawa 1984.
6. R. ŻUCHOWSKI, *Analiza procesu zniszczenia podczas zmęczenia cieplnego metali*, Prace Nauk. Inst. Mater. i Mech. Tech. PWr, Nr 46, Monografie nr 18, Wrocław 1986.
7. S. MURAKAMI, *Progress of continuum damage mechanics*, JSME Int. Journal, 30, 263, 1987. 701 - 710.
8. А. А. ВАКУЛЕНКО, Л. М. КАЧАНОВ, *Континуальная теория сред с трещинами*, Мех. Тв. Тела, 4, 1971, 159 - 166.
9. S. MURAKAMI, N. OHNO, *A continuum theory of creep and creep damage*, w: Creep of Structures, red.: A. R. S. Pontar, D. R. Hayhurst, Springer, Berlin 1981, 422 - 444.
10. A. LITEWKA, *Effective material constants for orthotropically damaged elastic solid*, Arch. Mech., 37, 6, 1985, 631 - 642.
11. A. LITEWKA, J. MORZYŃSKA, E. ROGALSKA, *Teoretyczno-doświadczalne badania własności mechanicznych dla materiałów z pęknięciami*, Rozprawy Inż., 35, 4, 1987, 705 - 719.
12. S. MURAKAMI, Y. SANOMURA, *Creep and creep damage of copper under multiaxial state of stress*, w: Plasticity Today, red.: A. Sawczuk, G. Bianchi, Elsevier Appl. Sci, London 1985. 535 - 551.
13. Л. М. КАЧАНОВ, *О времени разрушения в условиях ползучести*, И. А. Н. СССР ОТН, 8, 1958.
14. J. L. ШАВОШЕ, *Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope*, w: Mechanical Behaviour of Anisotropic Solids, red.: J. P. Boehler, Edit. C.N.R.S., Paris 1982. 737 - 760.
15. J. L. ШАВОШЕ, *Continuous damage mechanics — a tool to describe phenomena before crack initiation*, Nucl. Eng. Design, 64, 1981. 233 - 247.
16. A. LITEWKA, E. ROGALSKA, *Yield criteria for materials with oriented structure*, Proc. 5th Nat. Congr. Theor. Appl. Mech., Warna—Sofia 1985, t. 2, 378 - 383.
17. А. J. М. СПЕНСЕР, *Theory of Invariants*, red.: C. Eringen, w: Continuum Physics, t. 1, Academic Press, New York 1971, 239 - 353.
18. A. LITEWKA, J. STANISŁAWSKA, *Experimental simulation of anisotropic damage*, Mech. Teoret. Stos., 21, 2/3, 1983. 361 - 370.
19. A. LITEWKA, A. SAWCZUK, *Experimental evaluation of the overall anisotropic material response on continuous damage*, w: Mechanics of Material Behavior, The Daniel C. Drucker Anniversary Volume, red.: G. J. Dvorak, R. T. Shield, Elsevier, Amsterdam 1984, 239 - 252.
20. A. LITEWKA, J. MORZYŃSKA, *Modelowanie zniszczenia materialu z anizotropowym uszkodzeniem*, Rozpr. Inż., 33, 1/2, 1985, 81 - 99.
21. A. LITEWKA, *On stiffness and strength reduction of solids due to crack development*, Eng. Fract. Mech., 25, 5/6, 1986, 637 - 643.
22. J. MORZYŃSKA, *Uplastycznienie i zniszczenie materiałów z anizotropowym uszkodzeniem*, Rozprawa doktorska, Poznań 1985.
23. A. LITEWKA, J. MORZYŃSKA, *On yielding and fracture of damaged materials*, Trans. SMIRT-8, Bruksela 1985, North-Holland, Amsterdam 1985, t. L, L6/2, 281 - 286.
24. А. Е. JOHNSON, J. HENDERSON, V. D. MATHUR, *Combined stress creep fracture of a commercial copper at 250 deg Centigrade*, The Engineer, 202, 1956, 261 - 265.
25. J. B. CONWAY, *Pre-analysis assessment of creep-rupture data*, w: Characterization of materials for Service at Elevated Temperatures, ASME, 1978, 267 - 298.

Р е з ю м е

МЕХАНИЗМ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ С ПОВРЕЖДЕНИЕМ

В работе формулируется условие разрушения для материалов с повреждением. Для этого применяется теорию репрезентаций тензорных функций и тензор повреждения, который описывает состояние поврежденного материала. Это условие, составляющиеся из условия пластичности для поврежденного материала и закона эволюции повреждения, используется для опи-

сания разрушения металлов в третьем этапе ползучести в повышенной температурѐ. Это правильность проверяется с использованием экспериментальных результатов для стали Cr-Mo-V в температуре 873° К.

S u m m a r y

RUPTURE MECHANISM FOR DAMAGING SOLIDS

The aim of the paper is to formulate the fracture criterion for damaging solids. To this end the theory of tensor function representations was utilised together with the tensorial damage variable describing the state of the material with the deteriorated structure. This criterion, consisting of the yield criterion for damaging solids and damage evolution law, was used to describe the third stage of creep of metals at elevated temperature. Its validity was verified by employing the experimental results for uniaxial tension of Cr-Mo-V steel et temperature 873°K.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 17 lutego 1988 roku.
