

MODELOWANIE WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH HYDRAULICZNYCH PRZEWODÓW ZAMKNIĘTYCH. PORÓWNANIE MODELI O PARAMETRACH ROZŁOŻONYCH Z MODELAMI O PARAMETRACH SKUPIONYCH

ZBIGNIEW ZARZYCKI

Politechnika Szczecińska

1. Wstęp

Niestacjonarne procesy związane z przepływem cieczy w zamkniętych przewodach ciśnieniowych maszyn i układów hydraulicznych, powstające wskutek wymuszonego lub przypadkowego działania elementów układu, wywierają często istotny wpływ nie tylko na charakterystyki dynamiczne układów, ale i na ich własności eksploatacyjno użytkowe [1, 2]. Charakter **tych** procesów zależy od niektórych własności fizycznych cieczy (w przypadku przepływu izotermicznego od lepkości, gęstości i ściśliwości cieczy), sprężystości materiału przewodu i jego wymiarów geometrycznych.

Wymienione wielkości tworzą następujące, jednostkowe parametry przewodu [3, 4, 5]:

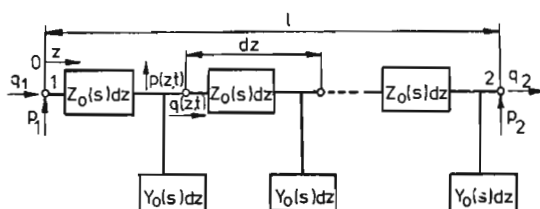
- rezystancję R_0 (opór czynny), która uwzględnia wpływ lepkości cieczy,
- inertancję M_0 (opór bierny), która uwzględnia wpływ bezwładności cieczy,
- pojemność C_0 , charakteryzującą wpływ ściśliwości cieczy i sprężystości materiału przewodu.

W dynamicznych warunkach pracy połączone efekty rezystancji, inertancji i pojemności powodują zniekształcenia i opóźnienia przebiegów zachodzących w układach, wpływając tym samym na zmianę ich własności dynamicznych. Przewody hydrauliczne, w których efekty wymienionych parametrów wywierają istotny wpływ na własności dynamiczne układów przyjęto nazywać hydraulicznymi liniami długimi [4]:

Własności dynamiczne przewodów hydraulicznych modelowane są w dwojaki sposób:

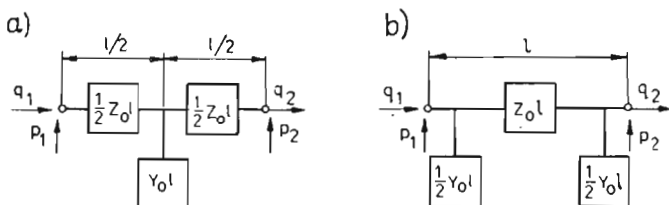
- za pomocą parametrów rozłożonych
- za pomocą parametrów skupionych.

Przy pierwszym sposobie własności dynamiczne przewodu hydraulicznego modeluje się przy użyciu łańcucha połączonych w szereg nieskończenie wielu mikroelementów [4, 5]: jednostkowej impedancji szeregowej Z_0 (uwzględniającej wpływ rezystancji R_0 i inertancji M_0) oraz jednostkowej admitancji bocznikowej Y_0 (uwzględniającej wpływ pojemności C_0). Pokazuje to poglądowo rys. 1. W tym przypadku ruch cieczy opisują równania różniczkowe cząstkowe typu hiperbolicznego, a więc ten sposób modelowania uwzględnia zjawiska falowe związane z przepływem cieczy w przewodzie.



Rys. 1. Schemat modelu matematycznego hydraulicznej linii długiej o parametrach rozłożonych

Przy drugim sposobie modelowania własności dynamicznych przewodów hydraulicznych zakłada się, że stałe parametry przewodu (R_0 , M_0 , C_0) są skupione w odpowiednich miejscach wzdłuż jego osi, a więc do opisu matematycznego zjawisk dynamicznych prowadzą równania różniczkowe zwyczajne. W tym przypadku najlepsze wyniki dają modele symetryczne [4, 7] model *T* i model *II*, przedstawione na rys. 2. W przedstawionych gra-



Rys. 2. Modele symetryczne o parametrach skupionych: rys. 2a — model „T”, rys. 2b — model „II”.

ficznie na rys. 1 i 2 modelach p oznacza ciśnienie, q — natężenie przepływu, s — operator przekształcenia Laplace'a, l — długość przewodu, z — współrzędną poosiową przewodu.

Omówione wyżej modele, zarówno o parametrach rozłożonych, jak i skupionych, są dwuwrotnymi elementami układu [10] (mają postać czwórnikową) o macierzowej funkcji przejścia:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}(s) \begin{bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

gdzie: $\mathbf{H}(s)$ — operatorowa macierz transmitancji, $P = \mathcal{L}\left(\frac{\tilde{p}}{p_0}\right)$, $Q = \mathcal{L}\left(\frac{\tilde{q}}{q_0}\right)$, \tilde{p} , \tilde{q} — odchyłki ciśnienia i natężenia przepływu od ich wartości średnich w czasie; p_0 i q_0 , \mathcal{L} — oznacza proste przekształcenia Laplace'a.

Stosowanie modeli o parametrach rozłożonych jest praktycznie przydatne przy analizie częstotliwościowej (charakterystyki częstotliwościowe) układów, natomiast zawodzi przy badaniu przebiegów przejściowych. Wyznaczanie przebiegów przejściowych w wyniku odwrotnego przekształcenia Laplace'a jest w takich przypadkach bardzo czasochłonne ze względu na występujące funkcje hiperboliczne w transmitancjach operatorowych, których argumentami są z kolei funkcje Bessela, a czasami — w przypadku bardziej złożonych warunków brzegowych — jest wręcz niemożliwe. W takich przypadkach celowe staje się zastąpienie modeli o parametrach rozłożonych modelami o parametrach skupionych. W literaturze [7, 8, 9] spotykane są różne rodzaje modeli o parametrach skupio-

nych, jednakże brak jest porównania ich z modelami o parametrach rozłożonych, jak i zakresu ich stosowalności. Tym zagadnieniom poświęcona jest w głównej mierze niniejsza praca.

2. Modele o parametrach rozłożonych

W dalszych rozważaniach zakłada się, że nieustalony przepływ lepkiej, ściślej ciecchy w sztywnym przewodzie jest w pełni rozwinięty, laminarny i izotermiczny. Wówczas wyrażenia określające jednostkową impedancję szeregową Z_0 i jednostkową admitancję bocznikową Y_0 (wynikające z dwuwymiarowego równania ruchu i równania ciągłości) mają postać [3, 4, 6]:

$$Z_0(s) = \frac{M_0 s}{1 - \frac{2J_1(\eta)}{\eta J_0(\eta)}}, \quad (2)$$

$$Y_0(s) = C_0 s, \quad (3)$$

gdzie: $M_0 = \frac{\rho_0}{\pi R^2}$ — jednostkowa inertancja, $C_0 = \frac{\pi R^2}{\beta_c}$ — jednostkowa pojemność, J_0, J_1 — funkcje Bessela pierwszego rodzaju rzędu 0 i 1 argumentu $\eta = j \sqrt{\frac{sR^2}{\nu}}$, j — jednostka urojona.

Występująca w wyrażeniu (1) operatorowa macierz transmitancji \mathbf{H} ma postać [3, 4]:

$$\mathbf{H}(s) = \begin{bmatrix} \cosh(l\Gamma) & Z_c \sinh(l\Gamma) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(l\Gamma) & \cosh(l\Gamma) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

W powyższej macierzy wielkość Γ jest operatorem propagacji, natomiast Z_c przedstawia impedancję falową (charakterystyczną) linii długiej. Wielkości te określone są następująco:

$$\Gamma(s) = \sqrt{Z_0 Y_0}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}. \quad (5)$$

Jeżeli rozpatruje się stan ustalony układu przy wymuszeniu harmonicznym, tj. $s = j\omega$, wówczas macierz transmitancji (4) przyjmuje postać widmową, którą można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{H}(j\Omega) = \begin{bmatrix} \cosh(\chi\psi) & \left(-j\varepsilon \frac{\psi}{\Omega}\right) \sinh(\chi\psi) \\ \left(j \frac{\Omega}{\varepsilon\psi}\right) \sinh(\chi\psi) & \cosh(\chi\psi) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

gdzie: χ, ε i Ω są bezwymiarowymi wielkościami:

$$\chi = \frac{\nu l}{R^2 c_0}, \quad \varepsilon = \frac{q_0}{p_0} \frac{\rho_0 c_0}{\pi R^2}, \quad \Omega = \frac{\omega R^2}{\nu}, \quad (7)$$

natomiast ψ jest bezwymiarowym, zespolonym wyrażeniem zależnym od częstotliwości bezwymiarowej Ω :

$$\psi = \left(\sqrt{1 - \frac{2J_1(j\sqrt{\Omega})}{j\sqrt{\Omega} J_0(j\sqrt{\Omega})}} \right)^{-1} = \alpha + j\delta. \quad (8)$$

Jego część rzeczywista α jest współczynnikiem tłumienia amplitudy sinusoidalnej fali ciśnienia, natomiast część urojona δ związana jest z prędkością fazową fali. Dokładną postać wyrażen α i δ można spotkać w [5]. Występująca w wyrażeniach (7) wielkość c_0 jest prędkością dźwięku w cieczy. Jeżeli uwzględnić wpływ sprężystości materiału przewodu w zakresie prawa Hooke'a to wielkość ta wyraża się wzorem Żukowskiego [9]:

$$c_0 = \sqrt{\frac{\beta_c}{\rho_0}} \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \left(\frac{\beta_c}{E} \right) \left(\frac{R}{g} \right)}}. \quad (9)$$

Tak więc wyrazy macierzy transmitancji (6) zależą od współczynników bezwymiarowych: χ , ε i Ω , które są kombinacją siedmiu parametrów hydraulicznej linii długiej (lepkości kinematycznej cieczy ν , gęstości cieczy ρ_0 , modułu sprężystości objętościowej cieczy β_c , długości przewodu l , promienia wewnętrznego przewodu R , grubości ścianki g , modułu Younga materiału przewodu E) oraz trzech parametrów roboczych (ciśnienia p_0 , natężenia przepływu q_0 oraz częstotliwości wymuszeń ω).

3. Przejście od modeli o parametrach rozłożonych do modeli o parametrach skupionych

Wiadomo (np. [10]), że modele o parametrach rozłożonych mogą być aproksymowane modelami o parametrach skupionych w przypadku niskich częstotliwości sygnałów przenoszonych przez układ; mniejszych od częstotliwości pierwszego rezonansu. Częstotliwość pierwszego rezonansu zachodzi przy stosunku długości przewodu do długości fali ciśnienia równym:

$$\frac{l}{\lambda_f} = \frac{1}{4}. \quad (10)$$

Długość fali λ_f może być określona, jeżeli znana jest prędkość fazowa (prędkość propagacji) fali c , którą charakteryzuje — jak już wspomniano — część urojona operatora propagacji.

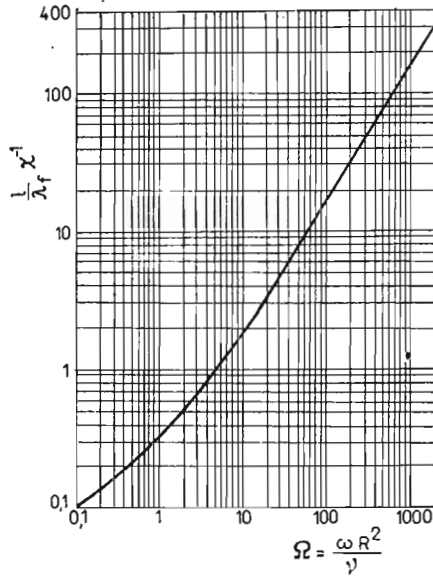
Tak więc:

$$\lambda_f = \frac{2\pi}{\omega} c, \quad c = \frac{\omega}{\text{Im}\Gamma(j\omega)}, \quad (11)$$

gdzie: Im — oznacza część urojoną.

Korzystając z zależności (8) otrzymuje się:

$$\frac{l}{\lambda_f} = \frac{\chi \delta(\Omega)}{2\pi}. \quad (12)$$



Rys. 3. Przebieg **zmiennosci** stosunku długości przewodu do długości fali w funkcji częstotliwości bezwymiarowej

Na rys. 3 przedstawiono wykres zależności $\frac{l}{\lambda_f} \chi^{-1}$ w funkcji Ω , który jest pomocny do określania częstotliwości pierwszego rezonansu ω_1 , mianowicie: znając parametry cieczy (ν, ϱ_0, β_c) oraz przewodu (R, l, g, E) oblicza się bezwymiarowy współczynnik $\chi = \frac{\nu l}{R^2 c_0}$ (c_0 — wg. (9)), następnie dla $\frac{l}{\lambda_f} = \frac{1}{4}$ określa się z wykresu bezwymiarową częstotliwość $\Omega_1 = \frac{R^2 \omega_1}{\nu}$, co pozwoli określić częstotliwość ω_1 , do której to można traktować hydrauliczną linię długą jako element układu o parametrach skupionych.

4. Modele o parametrach skupionych

W pracy [6] pokazano, że dla niskich częstotliwości bezwymiarowych ($\Omega \leq 10$) impedancja Z_0 określona zależnością (2) aproksymuje się do postaci:

$$Z_0(s) = R_0 + \frac{4}{3} M_0 s. \tag{13}$$

Współczynnik $4/3$ przy inercyjności M_0 jest współczynnikiem ilości ruchu, uwzględniającym nierównomierny profil pola prędkości w przekroju poprzecznym przewodu, który w tym przypadku jest paraboliczny. W cytowanych pracach dotyczących modeli o parametrach skupionych nie był on uwzględniony. Natomiast rezystancja R_0 w zależności (13) jest ta sama co uzyskana z prawa Hagen-Poiseuille'a tj:

$$R_0 = \frac{8\nu\varrho_0}{\pi R^4}. \tag{14}$$

Otrzymany model jest modelem o stałej rezystancji.

Oznaczmy całkowitą impedancją i admitancją na długości przewodu przez Z i Y , tj:

$$Z = Z_0 l, \quad Y = Y_0 l.$$

Korzystając z podanych w pracy [10] związków dla modeli układów mechanicznych o parametrach skupionych otrzymuje się następujące macierze transmitancji \mathbf{H} , które występują w zależności (1):

— dla modelu T (rys. 2a):

$$\mathbf{H}_T = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{1}{2} YZ\right) & \frac{q_0}{p_0} \left(Z + \frac{1}{4} YZ^2\right) \\ \frac{p_0}{q_0} Y & \left(1 + \frac{1}{2} YZ\right) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

— dla modelu II (rys. 2b):

$$\mathbf{H}_{II} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{1}{2} YZ\right) & \frac{q_0}{p_0} \cdot Z \\ \frac{p_0}{q_0} \left(Y + \frac{1}{4} Y^2 Z\right) & \left(1 + \frac{1}{2} YZ\right) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Analiza teoretyczna w dziedzinie częstotliwości pokazała, że niektóre wyrazy tych macierzy niezbyt dobrze aproksymują wyrazy macierzy o parametrach rozłożonych (tj. macierzy (6)) do częstotliwości pierwszego rezonansu. Dobre wyniki daje połączenie szeregowo modelu T i modelu II , tj. model o macierzy transmitancji równej.

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_T \mathbf{H}_{II}. \quad (17)$$

Przy wykorzystaniu zależności (3) i (13) wyrazy macierzy (17) mają postać (po pominięciu małych wyrazów):

$$h_{11} = h_{22} = 1 + \frac{1}{2} K\chi(sT_0) + \frac{1}{2} \beta(sT_0)^2, \quad (17.1)$$

$$h_{12} = \varepsilon K\chi \left[1 + \frac{\beta}{K\chi} (sT_0) \right] \left[1 + \frac{5}{32} K\chi(sT_0) + \frac{5}{32} \beta(sT_0)^2 \right], \quad (17.2)$$

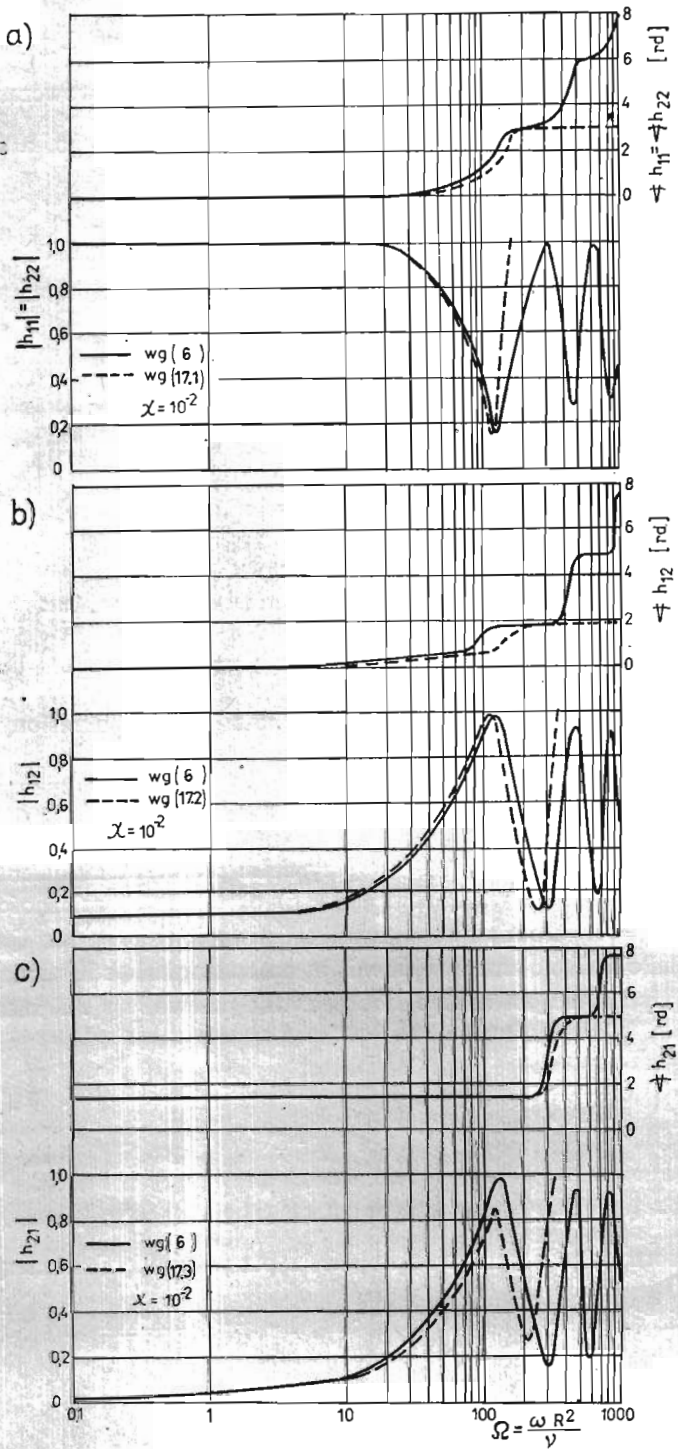
$$h_{21} = \frac{1}{\varepsilon} (sT_0) \left[1 + \frac{5}{32} K\chi(sT_0) + \frac{5}{32} \beta(sT_0)^2 \right]. \quad (17.3)$$

gdzie: $K = 8$, $\beta = 4/3$, $T_0 = \frac{l}{c_0}$; natomiast ε i χ określone jest zależnością (7).

W przypadku przepływu pulsującego harmonicznie ($s = j\omega$) otrzymuje się: $sT_0 = j\chi\Omega$ i wyrazy macierzy transmitancji (17) są podobnie jak macierzy (6) — funkcją trzech współczynników bezwymiarowych, tj.: χ , ε i Ω ,

Wyrazy macierzy (17) porównano z odpowiednimi wyrazami macierzy (6) w dziedzinie częstotliwości. Do obliczeń przyjęto wartość $\chi = 10^{-2}$ ($l = 10$ m, $R = 0.007$ m, $c_0 = 1000$ ms $^{-1}$, $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ m 2 s $^{-1}$).

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 4. Wyniki te pokazują, że wyrazy macierzy (17) dobrze aproksymują wyrazy macierzy (6) do częstotliwości pierwszego rezonansu, która jak wynika z rys. 3 występuje przy $\Omega_1 \approx 130$, co odpowiada $\omega_1 \approx 132$ s $^{-1}$.



Rys. 4. Porównanie elementów h_{ik} macierzy transmitancji modeli o parametrach rozłożonych i o parametrach skupionych.

Jeżeli przepływ cieczy w przewodzie ma charakter turbulentny, tj. gdy liczba Reynoldsa związana z prędkością średnią w przekroju $Re_0 = \frac{2Rv_0}{\nu} > 2300$, wówczas profil rozkładu pola prędkości w przekroju przewodu jest zbliżony do walcowego, a stałą rezystancję R_0 można określić [11] z zależności:

$$R_0 = \frac{d}{dq} \left(\frac{dp}{dz} \right); \quad (18)$$

dla relacji wiążącej gradient ciśnienia ze współczynnikiem strat tarcia:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{1}{(\pi R^2)^2} \left(\frac{\rho_0}{4R} \lambda q^2 \right). \quad (19)$$

Korzystając z funkcji uniwersalnego rozkładu pola prędkości w przekroju poprzecznym przewodu [12], słusznej dla dowolnie dużych liczb Re_0 tj.:

$$v_z(r) = v^* \left[2,5 \ln \left(\frac{R-r}{\nu} v^* \right) + 5,5 \right], \quad (20)$$

gdzie v^* oznacza prędkość dynamiczną, na podstawie zależności (18) i (19) otrzymuje się stałą rezystancję w przypadku przepływu turbulentnego. Wynosi ona:

$$R_{0t} = K_t \frac{\nu \rho_0}{\pi R^4}, \quad K_t = \frac{\lambda Re_0}{4(1+0,869\sqrt{\lambda})}. \quad (21)$$

Współczynnik strat tarcia λ występujący w zależności (21) jest określony w postaci uwikłanej następująco [12]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,869 \ln(Re_0 \sqrt{\lambda}) - 0,8. \quad (22)$$

Wyrazy macierzy transmitancji (17) w przypadku przepływu turbulentnego mają taką samą postać jak dla przepływu laminarnego, tj. określone są zależności (17.1), (17.2), (17.3), z tym, że $\beta = 1$, natomiast współczynnik K zastąpiony jest przez K_t (zależność (21)).

Jako przykład określono zmiany ciśnienia p_2 na końcu przewodu zamkniętego ($q_2 = 0$) w przypadku, gdy zadane jest ciśnienie na początku przewodu p_1 . Transmitancja układu ma postać:

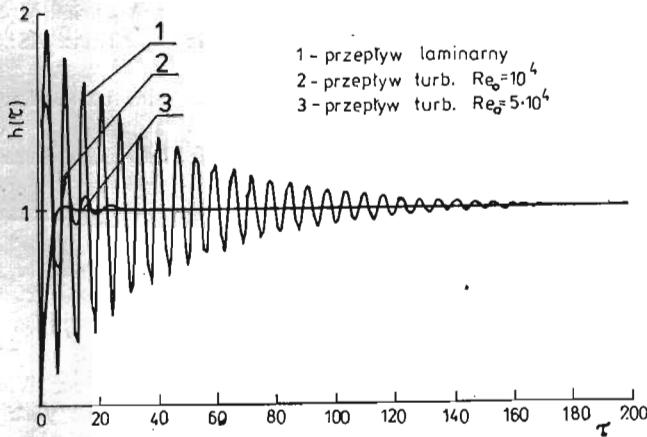
$$\frac{p_2(s)}{p_1(s)} = \frac{1}{h_{11}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} K \chi (sT_0) + \frac{1}{2} \beta (sT_0)^2}. \quad (23)$$

Jeżeli na początku przewodu ciśnienie zmienia się skokowo, tj. $p_1(s) = \frac{1}{s}$, wówczas w wyniku odwrotnego przekształcenia Laplace'a otrzymuje się charakterystykę czasową:

$$h(\tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{h_{11}(s)} \frac{1}{s} \right] = 1 - e^{-\eta \tau} \left[\cos \sqrt{1-\eta^2} \tau + \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \sin(\sqrt{1-\eta^2} \tau) \right], \quad (24)$$

gdzie: $\tau = \frac{tc_0}{l} \sqrt{\frac{2}{\beta}}$ — bezwymiarowy czas,

$\eta = \frac{1}{4} K \chi \sqrt{\frac{2}{\beta}}$ — bezwymiarowy współczynnik tłumienia.



Rys. 5. Przebiegi przejściowe ciśnienia na końcu przewodu zamkniętego.

Na rys. 5 przedstawiono przebieg zmian ciśnienia wg (24) w funkcji czasu τ dla przepływu laminarnego oraz wybranych liczb $Re_0 = 10^4$, $5 \cdot 10^4$ w przypadku przepływu turbulentnego. Widać, że tłumienie oscylacji ciśnienia następuje szybciej w przypadku przepływu turbulentnego i wzrasta dodatkowo ze wzrostem liczby Reynoldsa. Jest to oczywiście związane ze wzrostem oporów hydraulicznych podczas przepływu turbulentnego.

5. Uwagi końcowe

Przedstawiony w pracy model matematyczny hydraulicznej linii długiej o parametrach skupionych o postaci czwórnikowej, może być stosowany do częstotliwości pierwszego rezonansu, która może być określona na podstawie rys. 3 w przypadku gdy znane są parametry linii długiej (ν , ρ_0 , β_0 , g , l , R , E), które łatwo określić. Model ten o macierzy transmitancji (17) posiada prostą strukturę matematyczną i może być łatwo włączony do schematu blokowego analizowanego układu hydraulicznego. Elementy macierzy (17) jawią się jako typowe człony dynamiczne, co znacznie upraszcza analizę własności dynamicznych układów. Jest to szczególnie istotne przy badaniu odpowiedzi czasowych układów, jak i w przypadkach, gdy w układzie występuje kilka przewodów, a warunki brzegowe na ich końcach są złożone (np. na końcu linii znajduje się silnik hydrauliczny, obciążony momentem bezwładności, momentem tarcia lepkiego oraz momentem oporu technologicznego). Przykładem układów przy analizie których mogą być stosowane modele o parametrach skupionych, mogą być układy napędu i sterowań hydraulicznych, w których częstotliwość sygnałów przeznaczonych jest niewielka, jak i nie duża jest średnica wewnętrzna przewodów hydraulicznych.

Literatura

1. R. ROHATYŃSKI, *Wpływ dynamicznych własności przewodów zasilających na działanie napędów hydraulicznych*, Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Pol. Wrocław, Napęd i Sterowanie Hydrauliczne, Wrocław 1971

2. Л. ТАРКО, *Волновые процессы в трубопроводах гидромеханизмов*, Машгиз, Москва 1963
3. F. BROWN, *The transient response of fluid lines*, Journ. of Basic Eng., Trans. ASME, s. D, Vol. 84, Nr 4, December 1962
4. A. SERWACH, *Własności dynamiczne hydraulicznej linii długiej*, Archiwum Budowy Maszyn, t. XVI, z. 1, 1969
5. Z. ZARZYCKI, *Własności częstotliwościowe układów z hydrauliczną linią długą*, Praca doktorska w Politechnice Szczecińskiej, Szczecin 1979
6. Z. ZARZYCKI, *Modele częstotliwościowe hydraulicznej linii długiej*, Zeszyty Naukowe Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku. 28/916/77
7. Б. КОРОБОЧКИН, М. КОМИТОВСКИ, *О передаточных функциях трубопроводов гидросистем в сосредоточенных и распределенных параметрах*, Машиноведение, 4, 1968
8. V. ZYMAK, *Přenosové matice hydraulické ho potrubí*, Automatizace XIII, s. 6, 1970
9. Б. ГЛИКМАН, *Математические модели пневмогидравлических систем*, Наука, Москва 1986
10. Y. TAKAHASHI, M. RABINS, D. AUSLANDER, *Sterowanie i systemy dynamiczne*, WNT, Warszawa 1976
11. F. BROWN, D. MARGOLIS, R. SHAN, *Small amplitude frequency behaviour of fluid lines with turbulent flow*, Journ. of Basic Eng., Trans. ASME, s. D, Nr 4, December 1969
12. Л. Лойцянский, *Механика жидкости и газа*, Москва 1973

Резюме

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЗАМКНУТЫХ ГИДРОПРОВОДОВ. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА МОДЕЛЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ И СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В работе представлены математические модели длинных трубопроводов в виде четырехполюсника. Для моделей так с распределенными как и с сосредоточенными параметрами свойственна строго определенная передаточная матрица, безразмерные элементы которой являются комбинацией из семи параметров жидкости и трубы, а также из трёх рабочих параметров.

Модель с сосредоточенными параметрами применяется для отображения движения жидкости в пределах частоты первого резонанса системы с распределенными параметрами так для ламинарного как и для турбулентного движения.

Summary

MODELLING OF THE DYNAMIC PROPERTIES OF HYDRAULIC SHUT CONDUITS. COMPARISON OF LUMPED AND DISTRIBUTED PARAMETERS MODELS

The paper deals with the mathematical models of the hydraulic long line regarded as a two-port element of the system. Both lumped parameters models and distributed parameters ones are characterized by the strictly determined transfer matrix possessing dimensionless terms which are the combination of seven fluid and conduit parameters and three working ones.

Special regard was paid to the lumped parameters models — both for laminar and turbulent flow — which may be applied to the first resonance frequency.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 30 maja 1988 roku.