

## ZAGADNIENIE RÓWNOWAŻNEJ AMPLITUDY NAPRĘŻEŃ W OCENIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH

JÓZEF SZALA

*Akademia Techniczno-Rolnicza, Bydgoszcz*

W artykule przedstawiono metodę wyznaczania amplitudy naprężeń sinusoidalnych równoważnych z punktu widzenia trwałości zmęczeniowej — naprężeniom stochastycznym. Wykazano, że w zakresie nieograniczonej trwałości zmęczeniowej zawodzą dotychczas znane sposoby wyznaczania amplitudy zastępczej oparte na zastosowaniu hipotezy Palmgren — Minera. Dla tego zakresu wykorzystano koncepcję linii stałych uszkodzeń zmęczeniowych opartą na analizie przebiegu zjawisk zmęczeniowych w metalach. Artykuł zilustrowano analizą wyników badań zmęczeniowych.

### Wykaz ważniejszych oznaczeń

- $C$  — stała w opisie wykresu zmęczeniowego,  
 $C_i$  — stała w opisie wykresu trwałości zmęczeniowej,  
 $m_i$  — wykładnik potęgi w opisie wykresu zmęczeniowego,  
 $m'$  — wykładnik potęgi wtórnego wykresu zmęczeniowego,  
 $m_i$  — wykładnik potęgi w opisie wykresu trwałości zmęczeniowej,  
 $N$  — trwałość zmęczeniowa elementu konstrukcyjnego przy obciążeniu sinusoidalnym wyrażona liczbą cykli,  
 $N_c$  — trwałość zmęczeniowa elementu konstrukcyjnego przy obciążeniu stochastycznym lub programowanym wyrażona liczbą cykli,  
 $N_0$  — liczba cykli odpowiadająca punktowi załamania wykresu zmęczeniowego,  
 $n_c$  — sumaryczna liczba cykli w widmie obciążeń,  
 $n_c P(\sigma_a)$  — widmo obciążeń,  
 $n_i$  — liczba cykli na  $i$ -tym stopniu
- $$\sum n_i = n_c$$
- $P(\sigma_a)$  — rozkład amplitud,  
 $p(\sigma_a)$  — funkcja gęstości rozkładu amplitud,  
 $Z_G$  — granica zmęczenia (oznaczenie ogólne) w MPa,  
 $\alpha_i = \frac{n_i}{n_c}$  — względna liczba cykli na  $i$ -tym stopniu,

- $\zeta$  — współczynnik wypełnienia widma,  
 $\lambda$  — liczba powtórzeń widma obciążeń,  
 $\lambda_c$  — liczba powtórzeń widma obciążeń do zniszczenia zmęczeniowego

$$N_c = \lambda_c \cdot n_c$$

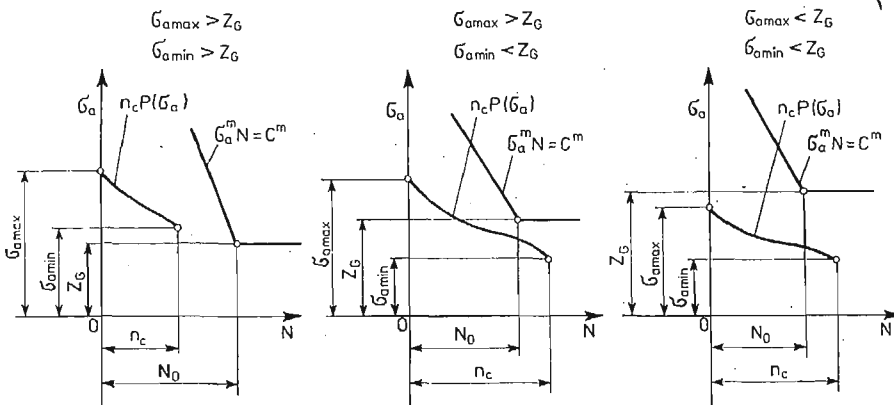
- $\sigma_a$  — amplituda naprężeń (oznaczenie ogólne) w MPa,  
 $\sigma_{ai}$  — amplituda  $i$ -tego stopnia (w widmie stopniowym  $i = 1, 2 \dots k$ , gdzie  $k$  — liczba stopni),  
 $\sigma_{amax}$  — maksymalna amplituda naprężeń w widmie obciążeń w MPa,  
 $\sigma_a(N)$  — wykres zmęczeniowy (Wöhlera),  
 $\sigma_{amax}(N_c)$  — wykres trwałości zmęczeniowej,  
 $\sigma_{amin}$  — minimalna amplituda naprężeń w widmie obciążeń w MPa,  
 $\sigma_{ar}$  — równoważna amplituda naprężeń w MPa.

## 1. Wprowadzenie

Analiza zagadnienia równoważnej amplitudy naprężeń, pod względem trwałości zmęczeniowej ekwiwalentnej obciążeniu stochastycznemu lub programowanemu, przedstawiona w prezentowanym artykule dotyczy zakresów: wysokocyklowej ograniczonej i nieograniczonej trwałości.

Znaczenie tego zagadnienia polega na tym, że szczególnie w zakresie nieograniczonej trwałości, wyznaczenie amplitudy równoważnej umożliwia obliczenie — w tradycyjnych metodach — współczynnika bezpieczeństwa lub w probabilistycznym ujęciu — prawdopodobieństwa zniszczenia zmęczeniowego. Podkreślić należy, że w zakresie nieograniczonej trwałości ze względów oczywistych wartości trwałości się nie wyznacza. Z drugiej strony — ilościowa analiza obciążeń elementów konstrukcyjnych (szczególnie elementów maszyn), które mogą ulec zniszczeniu zmęczeniowemu wykazała, że ponad 95% tych elementów konstruuje się na nieograniczoną trwałość.

Możliwe przypadki położenia widma obciążeń w stosunku do wykresu zmęczeniowego pokazano na rys. 1 [1]. W przypadku (a) wszystkie amplitudy w widmie obciążeń



Rys. 1. Wzajemne położenie wykresu zmęczeniowego  $\sigma_a(N)$  i widma obciążeń  $P(\sigma_a) n_c$

są większe od granicy zmęczenia ( $\sigma_{amax} > Z_G$  oraz  $\sigma_{amin} > Z_G$ ), a trwałość zmęczeniowa jest ograniczona. W przypadku (b) zachodzi  $\sigma_{amax} > Z_G$  natomiast  $\sigma_{amin} < Z_G$ . W zależności od wartości parametrów widma obciążeń w przypadku tym otrzymuje się ograniczoną (wysokie wartości  $\sigma_{amax}$  i  $\zeta$ ) lub nieograniczoną trwałość (niskie wartości  $\sigma_{amax}$  i  $\zeta$ ). Ze znanych parametrów natężenia obciążeń zmiennych (postaci widma) opisanych m.in. w pracy [2] w tej pracy wybrano współczynnik wypełnienia widma  $\zeta$ , ponieważ bezpośrednio związany jest z rozkładem amplitud naprężeń stochastycznych:

$$\zeta = \int_{\sigma_{amin}}^{\sigma_{amax}} \frac{1}{A} \sigma_a p(\sigma_a) d\sigma_a, \quad (1)$$

gdzie:

$$A = \int_{\sigma_{amin}}^{\sigma_{amax}} p(\sigma_a) d\sigma_a,$$

lub dla widma stopniowego

$$\zeta = \frac{1}{\sigma_{amax}} \sum_{i=1}^k \sigma_{ai} \alpha_i. \quad (2)$$

W przypadku (c) rys. 1 zachodzi  $\sigma_{amax} < Z_G$  i  $\sigma_{amin} < Z_G$ . Element konstrukcyjny nie ulega zniszczeniu w pojęciu deterministycznym, natomiast w materiale zachodzą zgodnie z wynikami badań opublikowanymi w pracy [3] zjawiska zmęczeniowe do mikropeknięć włącznie. W badaniach przeprowadzonych na różnych metalach i ich stopach opisanych w pracach [4] i [5] potwierdzono spostrzeżenia, że kumulacja uszkodzeń zmęczeniowych zachodzi także poniżej granicy zmęczenia.

Można w tym przypadku przyjęc założenie, że obciążenie sinusoidalne o amplitudzie równoważnej powoduje ten sam stopień uszkodzenia zmęczeniowego, jak obciążenie stochastyczne o określonym widmie (np. rozwinięte mikropeknięcia).

W literaturze m.in. [1], [2] i [6] spotyka się zależności na obliczenie zastępczej amplitudy oparte na założeniach hipotezy sumowania uszkodzeń zmęczeniowych podanej przez Palmgrena i Minera a odniesionej do liczby cykli  $N_0$ . Zależności te umożliwiają obliczenia zmęczeniowe dla przypadku (a) z rys. 1 w ograniczonym zakresie, umożliwiają mianowicie obliczenie współczynnika bezpieczeństwa  $\delta$ , nie dają jednak możliwości obliczenia równoważnej amplitudy z punktu widzenia trwałości zmęczeniowej. Dla widma stopniowanego przyjmuje się założenie, że:

$$\sigma_{az}^m N_0 = \sum_{i=1}^r \sigma_{ai} n_i, \quad (3)$$

a sumowaniu podlegają cykle o  $\sigma_{ai} > Z_G$  ( $i = 1, 2 \dots r$ ). Z warunku tego wynika, że amplituda  $\sigma_{az}$  jest równoważna widmu obciążenia o rozkładzie  $P(\sigma_a) \lambda n_c$  gdy  $\lambda n_c < N_c$  w odniesieniu do liczby cykli  $N_0$  (a nie trwałości  $N_c$ ). Wychodząc z definicji amplitudy równoważnej  $\sigma_{ar}$  zakłada się, że  $\lambda_c n_c = N_c$ , a zatem z przekształcenia wzoru (3) otrzymuje

się:

$$\sigma_{az} = \sqrt[m]{\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^r \sigma_{ai}^m n_i}, \quad (4)$$

po przekształceniach:

$$\sigma_{az} = Z_G \sqrt[m]{\frac{N_c}{N_0} \sum_{i=1}^r \left(\frac{\sigma_{ai}}{Z_G}\right)^m \alpha_i}. \quad (5)$$

Na podstawie hipotezy Palmgren-Minera trwałość zmęczeniową  $N_c$  oblicza się z wzoru [1] [2]:

$$N_c = \frac{N_0}{\sum_{i=1}^r \left(\frac{\sigma_{ai}}{Z_G}\right)^m \alpha_i}. \quad (6)$$

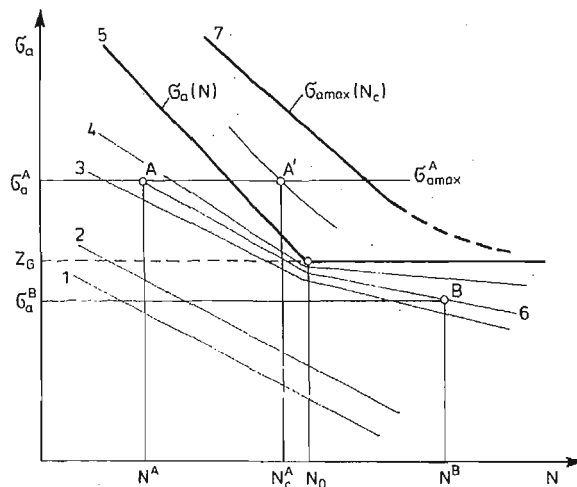
Podstawiając wzór (6) do (5) otrzymuje się:

$$\sigma_{az} \equiv Z_G, \quad (7)$$

a zatem amplituda zastępcza  $\sigma_{az}$  jest dla tego przypadku równoważna granicy zmęczenia.

## 2. Sformułowanie zagadnienia

Na podstawie analizy wyników badań zawartych w pracach [3], [4] i [5] sporządzono uproszczony wykres w zakresie wysokocyklowej trwałości zmęczeniowej (rys. 2), na którym poza liniami granicznymi dla stref poszczególnych zjawisk zmęczeniowych (oznaczo-



Rys. 2. Schematyczne ujęcie wykresu zmęczeniowego z oznaczeniem linii: 1-obszary linii poślizgu, 2-pasm poślizgu, 3-mikropęknięć, 4-rozwoju pęknięć, 5-zniszczenia elementów (wykres zmęczeniowy), 6-(przykładowa linia) stałych uszkodzeń zmęczeniowych, 7-zniszczenia elementów przy obciążeniu stochastycznym lub programowanym (krzywa trwałości zmęczeniowej)

nych cyframi od 1 - 5) wykreślono przykładową linię stałych uszkodzeń 6. Wykres ten ilustruje zjawiska obserwowane przy obciążeniu sinusoidalnym. Punkty *A* i *B* leżą na jednej linii stałych uszkodzeń, ponieważ, jak wynika z badań, podobny efekt zmęczenia (tu odpowiednie stadium rozwoju mikropęknięć) uzyskać można przy amplitudzie  $\sigma_a^A$  po  $N^A$  cyklach obciążenia i przy amplitudzie  $\sigma_a^B$  po  $N^B$  cyklach obciążenia.

Podobne zjawiska zmęczeniowe mają miejsce w przypadku obciążenia stochastycznego lub programowanego, zawierających w sobie naprężenia o dużych i małych amplitudach zgodnie z rozkładem  $P(\sigma_a)$ . A zatem stadium zmęczenia oznaczone punktem *A* osiąga się przy obciążeniu stochastycznym w punkcie *A'*. Z porównania trwałości zmęczeniowej wyrażonej łączną liczbą cykli do zniszczenia elementu przy obciążeniu sinusoidalnym o amplitudzie  $\sigma_a$  i przy obciążeniu stochastycznym o  $\sigma_{amax} = \sigma_a$  otrzymujemy, że  $N < N_c$ , a zatem wykres trwałości zmęczeniowej  $\sigma_{amax}(N_c)$  leży po prawej stronie wykresu zmęczeniowego  $\sigma_a(N)$  — rys. 2. Można w skrócie stwierdzić, że obciążenie sinusoidalne stwarza cięższe warunki z punktu widzenia przebiegu procesu zmęczenia niż obciążenie stochastyczne lub programowane, co z łatwością można prześledzić postępując się rys. 2.

W przypadku obciążeń sinusoidalnych o amplitudach mniejszych od granicy zmęczenia ( $\sigma_a < Z_G$ ) nie nastąpi zniszczenie elementu, ale jak wynika to z rys. 2 w materiale powstają określone zmiany zmęczeniowe (dla niektórych metali i ich stopów, szczególnie stali konstrukcyjnych, gałęz nieograniczonej trwałości wykresu jest równoległa do osi odciętych). Obciążenie elementu konstrukcyjnego zgodnie z widmem obciążeń (według rozkładu amplitud  $P(\sigma_a)$ ) cyklami o amplitudach na przemian większych i mniejszych od granicy zmęczenia powoduje określone obniżenie wytrzymałości zmęczeniowej materiału, co wyraża się przyjęciem wtórnego wykresu zmęczeniowego  $\sigma'_a(N)$  — linia 4 na rys. 3b, c i d. Przez taką modyfikację wykresu zmęczeniowego umożliwia się w obliczeniach trwałości zmęczeniowej (wyznaczenie analityczne krzywej trwałości  $\sigma_{amax}(N_c)$ ) uwzględnienie wpływu amplitud mniejszych od granicy zmęczenia, zawartych w widmie obciążeń, na trwałość zmęczeniową (przypadek b i c na rys. 3). Wpływ ten jest istotny i został doświadczalnie wykazany [7].

Z porównania rys. 1b z rys. 3b i c wynika, że dla przypadku gdy  $\sigma_{amax} > Z_G$  a  $\sigma_{amin} < Z_G$  w zależności od parametrów widma (wartości  $\sigma_{amax}$  i  $\zeta$ ) otrzymuje się ograniczoną trwałość (rys. 3b) lub nieograniczoną trwałość zmęczeniową (rys. 3c).

W przypadku zilustrowanym na rys. 1c. w którym  $\sigma_{amax}$  i  $\sigma_{amin} < Z_G$  zniszczenie elementu nie nastąpi, stąd wykres trwałości zmęczeniowej 3 wykreślony na rys. 3d poniżej linii  $Z_G$  odniesiony jest do określonych zmian zmęczeniowych w materiale.

Na podstawie powyższego opisu można określić amplitudę równoważną  $\sigma_{ar}$  co w sposób graficzny pokazano na rys. 3. Przypadki a i b dotyczą ograniczonej trwałości, dla której  $N_c < N_0$  oraz  $\sigma_{ar} > Z_G$ , natomiast przypadki c i d dotyczą nieograniczonej trwałości, dla której  $N_c > N_0$  oraz  $\sigma_{ar} < Z_G$ .

Wartości  $\sigma_{ar}$  obliczyć można z wzorów:

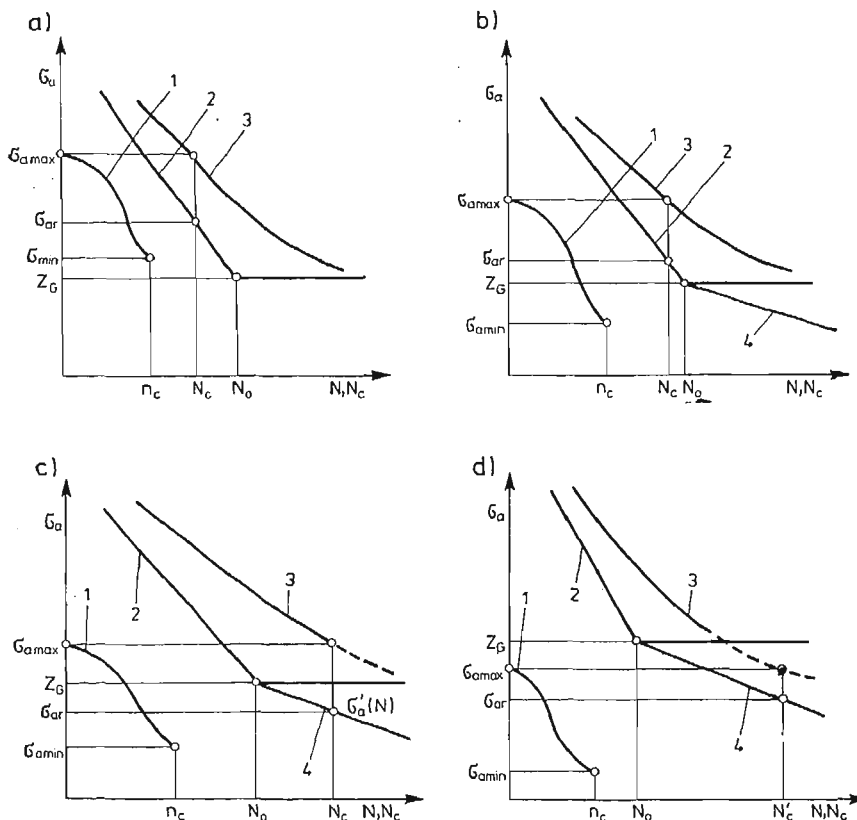
$$\sigma_{ar}^m N_c = Z_G^m N_0 = C^m \quad \text{dla} \quad N_c \leq N_0, \quad (8)$$

lub:

$$\sigma_{ar}^{m'} N_c = Z_G^{m'} N_0 = C_G^{m'} \quad \text{dla} \quad N_c > N_0. \quad (9)$$

Wartość  $N_c$  wyznacza się doświadczalnie obciążając element konstrukcyjny obciążeniem stochastycznym lub programowanym zgodnie z rozkładem amplitud opisanym widmem obciążeń. W takim przypadku wyniki badań aproksymuje się funkcją wykładniczą:

$$\sigma_{amax}^{m_t} N_c = C_i^{m_t}. \quad (10)$$



Rys. 3. Ilustracja graficzna wyznaczania amplitudy równoważnej  $\sigma_{ar}$ :

a) w zakresie ograniczonej trwałości gdy  $\sigma_{amax}$  i  $\sigma_{amin} > Z_G$ , b) w zakresie ograniczonej trwałości gdy  $\sigma_{amax} > Z_G$  a  $\sigma_{amin} < Z_G$ , c) w zakresie nieograniczonej trwałości gdy  $\sigma_{amax} > Z_G$  a  $\sigma_{amin} < Z_G$ , d) w zakresie nieograniczonej trwałości gdy  $\sigma_{amax}$  i  $\sigma_{amin} < Z_G$

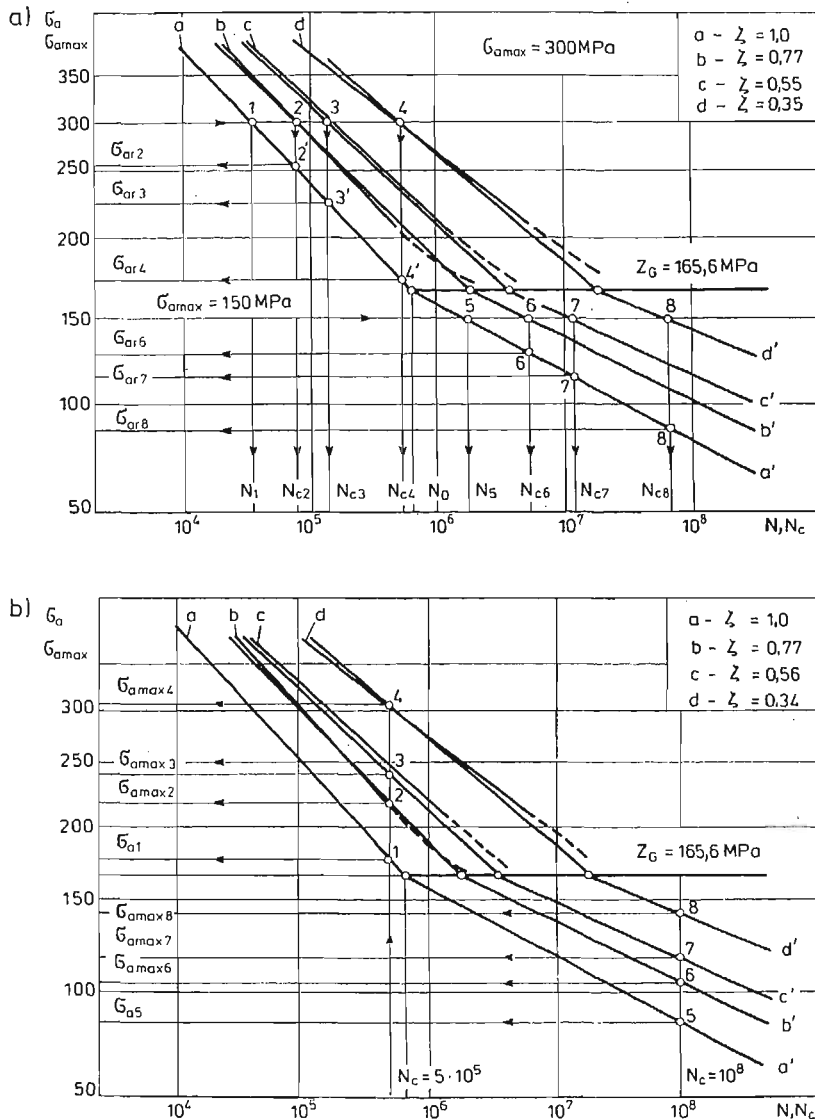
Na rysunku oznaczono: 1-widmo obciążeń ( $P(\sigma_a) n_c$ ), 2-wykres zmęczenia  $\sigma_a(N)$ , 3-wykres trwałości zmęczeniowej  $\sigma_{amax}(N_c)$ , 4-wtórny wykres zmęczenia  $\sigma_a(N)$

Trwałość  $N_c$  można także obliczyć różnymi metodami np. metodami opartymi na zastosowaniu hipotez sumowania uszkodzeń [8], [9] i [10], na koncepcji dwuetapowego przebiegu procesu zmęczenia (do inicjacji pęknięcia z wykorzystaniem teorii karbu Neubera i rozwoju pęknięcia z wykorzystaniem teorii mechaniki pęknięcia) [11] i [12] lub z wykorzystaniem zależności statystycznych pomiędzy parametrami krzywych zmęczeniowych i krzywych trwałości zmęczeniowej [13]

### 3. Analiza danych eksperymentalnych

Dla ilustracji opisanego w punkcie 2 zagadnienia wykorzystane zostaną wyniki badań zmęczeniowych elementów stalowych (stal 45 normalizowana) z karbem ( $\alpha_k = 1,65$ ) zestawione i opracowane statystycznie w dodatku do pracy [13].

Na podstawie wyników badań 60 próbek wyznaczono krzywą zmęczeniową (wykres a na rys. 4a) o następujących parametrach:  $m = 4,56$ ,  $Z_G = 165,6$  MPa,  $N_0 = 6,5 \cdot 10^5$  cykli,  $C = 3110$ . Traktując obciążenie sinusoidalne, przy którym wyznaczono tę krzywą



Rys. 4. Wykresy zmęczeniowe i wykresy trwałości zmęczeniowej dla różnych widm obciążeń z oznaczeniem: a) wyznaczania wartości  $\sigma_{ar}$  dla widm o  $\sigma_{amax}$  i  $\zeta$ , b) wyznaczania wartości  $\sigma_{amax}$  dla założonej trwałości  $N_c$  i  $\zeta$

jako szczególny przypadek obciążenia stochastycznego można zgodnie z definicją współczynnika wypełnienia widma  $\zeta$  przypisać mu wartość  $\zeta_1 = 1,0$ . Przedłużenie wykresu zmęczeniowego poniżej granicy zmęczenia (linia  $a'$ ) wykonano zgodnie z hipotezą Haibacha [14] przyjmując zgodnie z jej założeniami wykładnik potęgi  $m' = 2m - 1$ .

Badania programowane (równoważne badaniom przy obciążeniu stochastycznym) przeprowadzono dla trzech różnych wartości  $\zeta$ : 0,77, 0,56, 0,34 także na 60 próbkach, a na podstawie wyników tych badań wyznaczono krzywe trwałości zmęczeniowej o następujących parametrach:

— wykres b ( $\zeta_2 = 0,77$ ,  $m_{t2} = 5,37$ ,  $C_{t2} = 2451$ ),

— wykres c ( $\zeta_3 = 0,56$ ,  $m_{t3} = 5,75$ ,  $C_{t3} = 2278$ ),

— wykres d ( $\zeta_4 = 0,34$ ,  $m_{t4} = 6,02$ ,  $C_{t4} = 2818$ ).

Wykresy te na rys. 4 wykreślono grubą linią. Obliczone na podstawie zależności podanych w pracy [13] krzywe trwałości także w zakresie poniżej granicy zmęczenia wykreślono na rys. 4 liniami cienkimi i oznaczono indeksem (') — prim.

Zależność amplitudy równoważnej od współczynnika wypełnienia widma  $\zeta$  w zakresie ograniczonej i nieograniczonej trwałości pokazano na rys. 4a.

W pierwszym przypadku dla widm o  $\sigma_{amax} = 300 \text{ MPa} > Z_G = 165,6 \text{ MPa}$  otrzymuje się z wzoru (10) wartości  $N_1, N_{c2}, N_{c3}$  i  $N_{c4}$  dla których z wzoru (8) obliczyć można wartości  $\sigma_{ar2}, \sigma_{ar3}$  i  $\sigma_{ar4}$ . Z pobieżnej analizy danych na wykresach widać istotny wpływ postaci widma (współczynnik  $\zeta$  — wzór (1) na amplitudę równoważną.

W drugim przypadku przyjmując  $\sigma_{amax} = 150 \text{ MPa} < Z_G = 165,6 \text{ MPa}$  otrzymuje się podobnie wartości  $N_5, N_{c6}, N_{c7}$  i  $N_{c8}$  obliczone z wzoru (10) podstawiając te wartości do wzoru (9) obliczamy amplitudy równoważne  $\sigma_{ar6}, \sigma_{ar7}$  i  $\sigma_{ar8}$ . Podkreślić tu należy ponownie, że dane te dotyczą określonego stopnia uszkodzenia zmęczeniowego nie zaś całkowitego zniszczenia elementu.

Obliczenie amplitudy równoważnej  $\sigma_{ar}$  ma miejsce wówczas gdy znane są cechy konstrukcyjne elementu i jego widmo obciążeń a ocenie podlega współczynnik bezpieczeństwa lub prawdopodobieństwo zniszczenia.

W przypadku konstruowania elementu na założoną trwałość  $N_c$ , ocenie podlega dopuszczalna wartość naprężenia maksymalnego w widmie  $\sigma_{amax}$  przy znanej wartości  $\zeta$ . Ten przypadek dla zakresu ograniczonej ( $N = 5 \cdot 10^5$  cykli — punkty 1, 2, 3 i 4) oraz nieograniczonej trwałości ( $N_c = 10^8$  cykli — punkty 5, 6, 7 i 8) pokazano na rys. 4b. Oznaczenie linii wykresowych jak na rys. 4a.

Omówiony przykład można rozszerzyć na inne elementy konstrukcyjne wykonane ze stali, stwierdzenie to oparto na wynikach badań węzłów konstrukcyjnych wykonanych z rur spawanych, lutowanych i osiach hartowanych powierzchniowo [13].

Wstawiając do wzoru (8) wartość  $N_c$  wyznaczoną z wzoru (10) otrzymamy:

$$\sigma_{ar}^m \left( \frac{C_t}{\sigma_{amax}} \right)^{m_t} = C^m \quad (11)$$

i po przekształceniach:

$$\sigma_{ar} = \sigma_{amax}^{\frac{m_t}{m}} \frac{C}{C_t^{\frac{m_t}{m}}} \quad (12)$$



Z analizy statystycznej danych doświadczalnych zamieszczonych w pracy [13] wynika, że wartości stałych w równaniach krzywych zmęczenia  $C$  i trwałości zmęczenia  $C_t$  różnią się nieistotnie (mają charakter stałych materiałowych) oraz, że stosunek wykładników potęg  $m_t/m$  zależy od współczynnika wypełnienia widma  $\zeta$ :

$$\frac{m_t}{m} = \zeta^{-r}, \quad (13)$$

gdzie:  $r = 0,16-0,44$  dla elementów stalowych średnio  $r = 0,28$ . Wykorzystując podane zależności otrzymujemy dla zakresu ograniczonej trwałości ( $\sigma_{amax} > Z_G$  i  $N_c < N_0$ ):

$$\sigma_{ar} = \frac{m_t}{\sigma_{amax}^m} C \left(1 - \frac{m_t}{m}\right), \quad (14)$$

natomiast dla zakresu nieograniczonej trwałości ( $\sigma_{amax} < Z_G$ ):

$$\sigma_{ar} = \frac{m'_t}{\sigma_{amax}^{m'}} C' \left(1 - \frac{m'_t}{m'}\right). \quad (15)$$

Stosunek wykładników potęgi  $\frac{m_t}{m} = \frac{m'_t}{m'}$ , natomiast wartość stałej  $C'$  oblicza się z równania linii  $a'$ :

$$\sigma_a^{m'} N = Z_G^{m'} N_0 = C'^{(m')}, \quad (16)$$

stąd

$$C' = Z_G N_0^{\frac{1}{m'}}. \quad (17)$$

Bardziej złożony jest przypadek nieograniczonej trwałości zilustrowany na rys. 3c gdy zachodzi  $\sigma_{amax} > Z_G$  i  $N_c > N_0$  wówczas postępując podobnie, jak w przypadkach wprowadzenia wzorów (14) i (15) otrzymuje się:

$$\sigma_{ar} = \sigma_{amax}^{\frac{m_t}{m'}} \frac{C'}{C^{\frac{m_t}{m'}}}. \quad (18)$$

Na podstawie podanych wzorów można wykonać wykresy zależności amplitudy równoważnej  $\sigma_{ar} = f(\sigma_{amax}, \zeta)$  dla znanej krzywej zmęczenia elementu konstrukcyjnego.

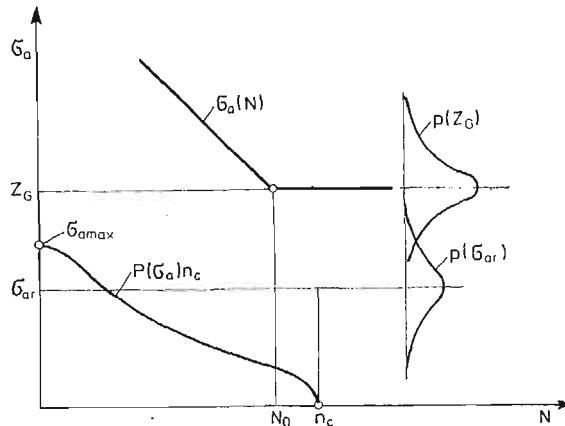
#### 4. Podsumowanie

Podstawową charakterystyką własności zmęczenia materiałów lub elementów konstrukcyjnych jest wykres zmęczenia (Wöhlera), wyznaczany przy obciążeniu sinusoidalnym.

Wyznaczenie amplitudy równoważnej umożliwia na podstawie tego wykresu ocenę trwałości zmęczenia elementu konstrukcyjnego poddanego obciążeniom stochastycznym lub programowanym.

W zakresie nieograniczonej trwałości zmęczenia stanowi możliwość wyznaczenia prawdopodobieństwa zniszczenia metodami opracowanymi dla obciążeń sinusoidalnych,

które opisano m.in. w pracach [1], [6]. Schemat do tych metod obliczeń przedstawiono na rys. 5. Rozkład granicy zmęczenia  $p(Z_G)$  wyznacza się na podstawie wyników badań zmęczeniowych (np. metodą schodkową) natomiast rozkład amplitudy równoważnej  $p(\sigma_{ar})$  wyznaczany jest na podstawie pomiarów obciążeń eksploatacyjnych obliczanych elementów konstrukcyjnych z zastosowaniem przedstawionej w tym artykule metody wyznaczania  $\sigma_{ar}$ . Rozkłady te w przypadku braku danych z badań zmęczeniowych i po-



Rys. 5. Schemat do obliczeń prawdopodobieństwa zniszczenia zmęczeniowego elementu konstrukcyjnego w zakresie nieograniczonej trwałości

miarów obciążeń można przyjąć na podstawie danych literaturowych z badań podobnych elementów konstrukcyjnych. Danych tych jest jednakże mało i fakt ten stanowi najpoważniejszą przeszkodę w stosowaniu probabilistycznych metod obliczeń zmęczeniowych.

#### Literatura

1. S. KOCANĀDA, J. SZALA, *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, W-wa PWN, 1985
2. J. SZALA, *Badania i obliczenia zmęczeniowe elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych i programowych*, Prace IPPT nr 6, 1979
3. S. KOCANĀDA, *Zmęczeniowe pękanie metall*, W-wa, WNT, 1986
4. В. Ф. ТЕРЕНТЕВ, М. БИЛЫ, *К вопросу о построении полной кривой усталости*, Проблемы Прочности 6, 1972, ss. 12 - 22
5. M. BILY, V. F. TERENTEV, *A Complete Fatigue S/N Curve*, Materialprüfung, 1, 1973, pp. 10 - 15
6. В. П. КОГАЕВ, *Расчёты на прочность при напряжениях переменных во времени*, Москва, Машиностроение 1977
7. J. SZALA, *Wpływ naprężeń o wartościach mniejszych od nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej na trwałość zmęczeniową*, Prace Wydziału Nauk Technicznych Bydgoskiego Towarzystwa Naukowego nr 10, Warszawa - Poznań, PWN, 1978, ss. 49 - 55
8. J. SZALA, *Hipotezy sumowania uszkodzeń zmęczeniowych — wybrane zagadnienia*, Prace Wydziału Nauk Technicznych Bydgoskiego Towarzystwa Naukowego nr 15, Warszawa - Poznań, PWN, 1985
9. S. SUBRAMANYAN, *A Cumulative Damage Rule Based on the Knee Point of the S-N Curve*, Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, A, 1976, pp. 316 - 321
10. Ю. ШАЛЬЯ, *Суммирование усталостных повреждений в условиях случайных и программированных напряжений*, Механическая Усталость Металлов, АН УССР, Наукова Думка, Киев 1983
11. L. E. TUSEKER, *A Procedure for Designing Against Fatigue Failure of Notched Parts*, Society of Automotive Engineers, SAE Paper No 720265, New York, 1972

12. G. GLINKA, *Powstawanie i wzrost pęknięć zmęczeniowych*, Politechnika Warszawska, Prace Naukowe — Mechanika, Zeszyt 75, Warszawa, 1981
13. J. SZALA, *Ocena trwałości zmęczeniowej elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych i programowych*, Zeszyty Naukowe nr 7 79, Mechanika 22, Bydgoszcz, AT-R, 1980
14. E. HAIBACH, *Modifizierte Lineare Schadensakkumulations-Hypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung*, Laboratorium für Betriebsfestigkeit, Darmstadt, Technische Mitteilugen TM Nr 50 70, Juli 1970

## Р е з ю м е

ВОПРОС ЭКВИВАЛЕНТНОЙ АМПЛИТУДЫ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ОЦЕНКЕ  
ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ ДЕТАЛЕЙ

В работе представлен метод определения эквивалентной, синусоидальной амплитуды напряжений эквивалентных стохастическим напряжениям — взвешивая прочность. Доказано, что существующие методы определения эквивалентной, синусоидальной амплитуды, использующие гипотезу Пальнгрема-Майнера не оправдывают себя в диапазоне неограниченной прочности. Для этого диапазона применена концепция линии постоянных усталостных повреждений, которую обработано аннулируя процесс усталостных явлений в металлах. Теоретические рассуждения проиллюстрированы анализом результатов исследований на прочность.

## S u m m a r y

PROBLEM OF EQUIVALENT STRESS AMPLITUDE FOR EVALUATION  
OF CONSTRUCTION ELEMENTS FATIGUE LIFE

The method of calculation of equivalent, sinusoidal stress amplitude, adequate for random stress taking into consideration fatigue life, has been presented. It has been proved, that existing methods based on Palmgren-Miner's hypothesis are disappointing for unlimited life scale. The idea of constant fatigue damage lines, based on analysis of fatigue phenomena in metals, has been used for this scale. The theoretical considerations have been illustrated by enclosed analysis of fatigue experimental results.

*Praca wpłynęła do Redakcji dnia 9 lutego 1987 roku.*