MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
3, 24 (1986)

ANALIZA NUMERYCZNA PARAMETRÓW LOTU I STEROWANIA SAMOLOTU W USTALONYM RUCHU SPIRALNYM

JERZY MARYNIAK

ITLiMS Politechnika Warszawska

JĘDRZEJ TRAJER

IMRiL Akademia Rolnicza w Warszawie

1. Wstęp

W pracy przedstawiono analizę numeryczną parametrów lotu i sterowania samolotu w spirali ustalonej [1], [2], [3], [11], [12].

Spirala ustalona stanowi pewien typ ustalonego lotu okrężnego samolotu ze zmianą wysokości po trajektorii śrubowej. Ten typowo przestrzenny charakter ruchu charakteryzuje się trudnymi warunkami lotu, jak:
— podkrytyczne kąty natarcia na płacie,
— duże kąty ślizgu,
— konfiguracja samolotu z dużym przechyleniem,
— występowanie prędkości kątowych wokół trzech osi samolotu,
— duże przeciążenia.

W konsekwencji prowadzi to do budowy skomplikowanego modelu matematycznego zjawiska [3], [7], [8], [9], [10]. Poszukiwanymi wielkościami charakteryzującymi ruch są tu parametry lotu oraz dodatkowo niewiadome wartości kątów wychyleń powierzchni sterowych.

Względy powyższe zadecydowały, że do badania rozpatrywanego zagadnienia zastosowano model cyfrowy praktycznie jedyny możliwy sposób podejścia. Samolot traktowano jako układ mechaniczny sztywny o sześciu stopniach swobody. Przyjęto, że wychylenia powierzchni sterowych mają tylko wpływ parametryczny na wartości sił i momentów sił aerodynamicznych.

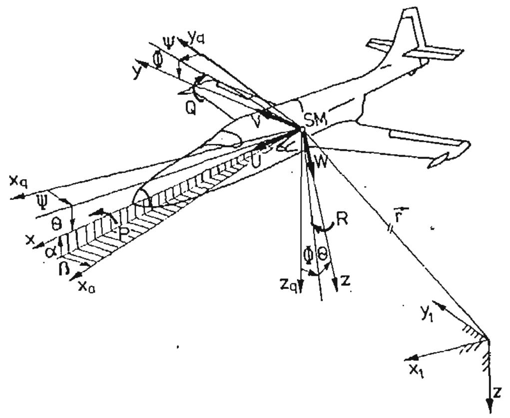
Równania ruchu ustalonego samolotu w spirali dla przyjętego modelu fizycznego wyprowadzono w oparciu o pełne równania ruchu przestrzennego samolotu [7, 8, 11]. Otrzymano układ siedmiu nieliniowych równań algebraicznych, a rozwiązanie wyznaczono dla danej wysokości lotu (punkt równowagi spirali ustalonej [4], [11]).

W pracy omówiono program i wyniki obliczeń numerycznych dla samolotu TS-11

„Iskra". Program wykonano w języku FORTRAN IV a obliczenia przeprowadzone zostały w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Warszawskiej na elektronicznej maszynie cyfrowej CDC 6400 CYBER 70.

2. Przyjęte układy odniesienia

Do opisu dynamiki samolotu w spirali przyjęto następujące układy współrzędnych [2, 7, 11] rys. 1.



Rys. 1. Przyjęte układy odniesienia

— nieruchomy układ grawitacyjny związany z Ziemią $Ox_1y_1z_1$,
— układ grawitacyjny $Ox_gy_gz_g$ związany z poruszającym się samolotem i równoległy do układu $Ox_1y_1z_1$,
— układ prędkościowy $Ox_ay_az_a$ związany z kierunkiem przepływu ośrodka omywającego obiekt,
— układ $Oxyz$ sztywno związany z samolotem, zwany samolotowym,
— układ $Ox_sy_sz_s$ obrazujący konfigurację samolotu względem toru lotu zwany dalej układem spiralnym, (rys. 2).

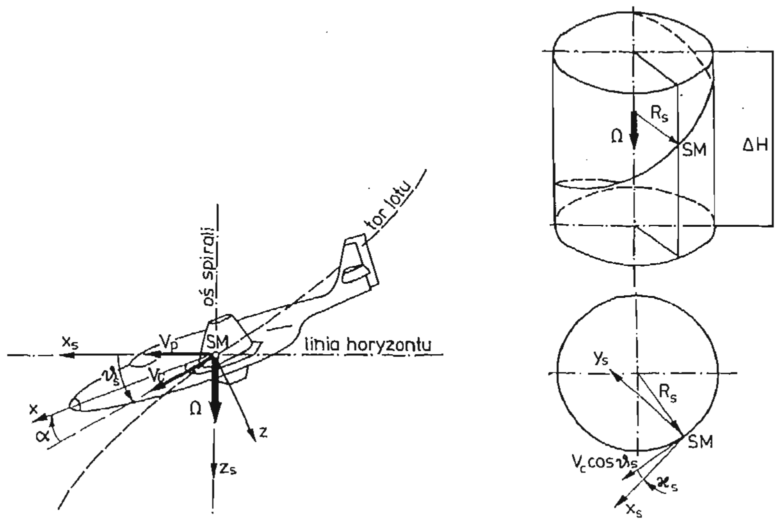
Chilowe położenie samolotu jako ciała sztywnego jest opisane przez orientację przestrzenną i położenie środka masy SM, mierzonego względem nieruchomego układu współrzędnych $Ox_1y_1z_1$ przy pomocy wektora wodzącego $\vec{r}[x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$. Konfigurację przestrzenną wyznaczają kąty obrotu samolotu: Φ — kąt przechylenia, Θ — kąt pochylenia, Ψ — kąt odchylenia zwane kątami quasi-eulerowskimi lub samolotowymi [2, 7, 13].

Ruch samolotu opisano w układzie osi Oxyz, w którym składowe wektorów chwilowych prędkości liniowej $\vec{V}_c$ i kątowej $\vec{\Omega}$ są następujące (rys. 1):

— wektor całkowitej prędkości liniowej $\vec{V}_c$

$$\vec{V}_c = U\vec{i}+V\vec{j}+W\vec{k}, \tag{1}$$

gdzie: U — prędkość podłużna samolotu, wzdłuż osi Ox,
V — prędkość boczna samolotu, wzdłuż osi Oy,
W — prędkość przemieszczeń pionowych samolotu, wzdłuż osi Oz,

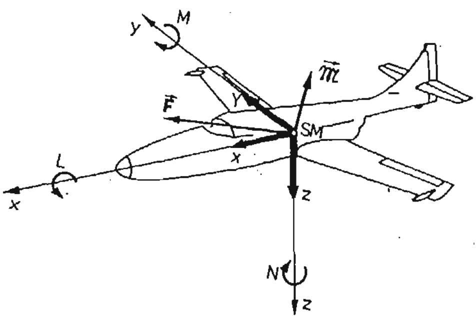


Rys. 2. Parametry opisujące ruch samolotu w spirali ustalonej

— wektor całkowitej prędkości kątowej $\vec{\Omega}$

$$\vec{\Omega} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}, \tag{2}$$

gdzie: P — kątowa prędkość przechylania samolotu, wokół osi Ox,
Q — kątowa prędkość pochylania samolotu, wokół osi Oy,
R — kątowa prędkość odchylania samolotu, wokół osi Oz,



Rys. 3. Wektor sił i momentów sił zewnętrznych

Wektory sił i momentów sił zewnętrznych mają następującą postać (rys. 3):
— wektor sił zewnętrznych $\vec{F}$:

$$\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}, \tag{3}$$

gdzie: X — siła podłużna, wzdłuż osi Ox,
Y — siła boczna, wzdłuż osi Oy,
Z — siła pionowa, wzdłuż osi Oz,

— wektor momentów sił zewnętrznych $\vec{\mathfrak{M}}$:

$$\vec{\mathfrak{M}} = L\vec{i} + M\vec{j} + N\vec{k}, \tag{4}$$

gdzie: L — moment przechylający, wokół osi Ox,
M — moment pochylający, wokół osi Oy,
N — moment odchylający, wokół osi Oz.

W pracy wykorzystano następujące związki kinematyczne ruchu samolotu [7], [11]

— zależności prędkości kątowych

$$\begin{aligned} P &= \dot{\Phi}+\dot{\Psi}\sin\Theta, \\ Q &= \dot{\Theta}\cos\Phi+\dot{\Psi}\cos\Theta\sin\Phi, \\ R &= \dot{\Psi}\cos\Theta\cos\Phi-\dot{\Theta}\sin\Phi, \end{aligned} \tag{5}$$

— zależności prędkości liniowych

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= U\cos\Theta\cos\Psi+V(\sin\Phi\sin\Theta\cos\Psi-\cos\Phi\sin\Psi)+ \\ &\quad +W(\cos\Phi\sin\Theta\cos\Psi+\sin\Phi\sin\Psi), \\ \dot{y}_1 &= U\cos\Theta\sin\Psi+V(\sin\Phi\sin\Theta\sin\Psi+\cos\Phi\cos\Psi)+ \\ &\quad +W(\cos\Phi\sin\Theta\sin\Psi-\sin\Phi\cos\Psi), \\ \dot{z}_1 &= -U\sin\Theta+V\sin\Phi\cos\Theta+W\cos\Phi\cos\Theta, \end{aligned} \tag{6}$$

oraz:

$$\begin{aligned} U &= V_c\cos\alpha\cos\beta, \\ V &= V_c\sin\beta, \\ W &= V_c\sin\alpha\cos\beta, \end{aligned} \tag{7}$$

gdzie: — kąt natarcia [2], [3], [13] (rys. 1)

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{W}{U}\right),$$

— kąt ślizgu [2], [3], [13] (rys. 2)

$$\beta = \arcsin\left(\frac{V}{V_c}\right),$$

— orientacja kątowa układu spiralnego (rys. 2)

$$\begin{aligned} \vartheta_s &= \arcsin[-\sin\Theta\sin\alpha\cos\beta+\sin\Phi\cos\Theta\sin\beta+ \\ &\quad +\cos\Phi\cos\Theta\sin\alpha\cos\beta], \\ \varkappa_s &= \arcsin\left[-\frac{1}{\cos\vartheta_s}(\cos\Phi\sin\beta-\sin\Phi\sin\alpha\cos\beta)\right], \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie: ϑ_s — kąt pochylenia trajektorii lotu względem płaszczyzny horyzontu [11] (Rys. 2)
$\varkappa_s$ — kąt odchylenia samolotu od toru lotu mierzony w płaszczyźnie horyzontalnej [11]. (Rys. 2)

3. Model fizyczny zjawiska

Ustalony lot po trajektorii śrubowej przyjęto nazywać spiralą ustaloną (rys. 2). W rzeczywistości występują małe odchylenia wywołane choćby wpływem zmiany wysokości (wysokość ma wpływ na wartość sił i momentów aerodynamicznych [1], [2], [3], [10]).

Poczyniono następujące założenia modelu fizycznego zjawiska:

1° Samolot traktowano jako układ mechaniczny sztywny o sześciu stopniach swobody.

2° Wychylenia powierzchni sterowych: lotek, steru kierunku i wysokości mają tylko wpływ parametryczny na wartości sił i momentów sił aerodynamicznych.

3° Ruch samolotu w spirali ustalonej odbywa się po linii śrubowej.

4° Oś spirali ustalonej jest prostopadła do płaszczyzny horyzontu, a wektor całkowitej prędkości kątowej leży w tej osi.

5° Ciąg silnika jest stały, silnik jest zdławiony.

Przy budowie modelu fizycznego szczególne znaczenie ma prawidłowa interpretacja oraz właściwe wprowadzenie do modelu działających i mogących wystąpić sił zewnętrznych. Wyróżniono w tym przypadku następujące grupy sił:

a) siły aerodynamiczne [2, 3, 7, 13],

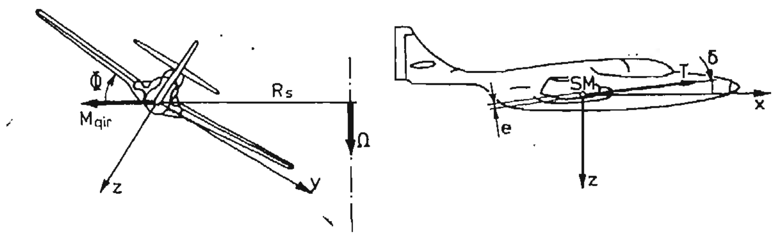
b) siły od urządzeń napędowych [2, 3, 7, 11],

c) siły grawitacyjne [3, 7, 11],

d) siły wynikające z procesu sterowania [2, 3, 7, 9, 11, 13].

Wartości sił i momentów sił aerodynamicznych, w których uwzględniono wpływ wychyleń powierzchni sterowych (ze względu na złożoność problemu z punktu widzenia matematycznego) wyznacza opracowany program numeryczny.

Siły od urządzeń napędowych uwzględniają oddziaływanie wynikające z położenia wektora ciągu względem środka masy samolotu oraz efekt giroskopowy. W locie krzywoliniowym urządzenia wirujące zespołu napędowego powodują powstanie momentu giroskopowego (Rys. 4).



Rys. 4. Siły i momenty sił pochodzące od urządzeń napędowych w ruchu okrężnym samolotu

Wektor sił i momentów sił zewnętrznych $\boldsymbol{F}_z$ ma następującą postać

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^a - mg\sin\Theta + T\cos\delta \\ Y^a + mg\sin\Phi\cos\Theta \\ Z^a + mg\cos\Phi\cos\Theta - T\sin\delta \\ L^a \\ M^a + Te + J_T\omega_T R \\ N^a - J_T\omega_T Q \end{bmatrix} \tag{9}$$

gdzie: $\boldsymbol{F} = \mathrm{col}[X^a, Y^a, Z^a, L^a, M^a, N^a]$ — wektor sił i momentów sił aerodynamicznych,

m — masa samolotu

T — ciąg silnika,

J_T — moment bezwładności wirnika silnika względem osi obrotu własnego,
ω_T — prędkość kątowa części wirujących silnika,
δ — kąt odchylenia wektora ciągu T od osi Ox w płaszczyźnie Oxz,
e — mimośród między linią działania wektora T a położeniem środka masy samolotu.

przy czym

$$F_a = F_a(\alpha, \beta, V_c, P, Q, R, \varrho, \delta_s).$$

Wartość wektora F zależy od zmiennych stanu z, gdzie $z = \mathrm{col}[U, V, W, P, Q, R]$, parametrów sterowania $\delta_s = \mathrm{col}[\delta_V, \delta_H, \delta_L]$, gęstości powietrza $\varrho(H)$ oraz przyspieszenia ziemskiego g:

$$F = F(z, \delta_s, \varrho, g), \tag{10}$$

przy czym zaniedbano wpływ zmiany wysokości lotu na wartość g natomiast uwzględniono ten wpływ na wartości ϱ

$$\varrho_H = \varrho_0 \left(1 + \frac{z_1}{44300}\right)^{4.256}, \tag{11}$$

dla $H \in (0: 11000\ [\mathrm{m}])$
gdzie $z_1 = -H$.

4. Punkt równowagi spirali ustalonej

Parametry lotu i sterowania w spirali ustalonej dla danej wysokości lotu H wyznaczono z pełnych równań ruchu samolotu:

$$\frac{d\alpha}{dt} = Q + \frac{1}{\cos\beta}\left[-\left(\frac{X}{mV_c} + R\sin\beta\right)\sin\alpha + \left(\frac{Z}{mV_c} - P\sin\beta\right)\cos\alpha\right], \tag{12}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -\left(\frac{X}{mV_c}\sin\beta + R\right) + \frac{Y}{mV_c}\cos\beta - \left(\frac{Z}{mV_c}\sin\beta - P\right)\sin\alpha, \tag{13}$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{X}{m}\cos\alpha\cos\beta + \frac{Y}{m}\sin\beta + \frac{Z}{m}\sin\alpha\cos\beta, \tag{14}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}}\left[\left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z}\right)\frac{J_{xz}}{J_x}PQ - \left(\frac{J_z - J_y}{J_x} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}\right)QR + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{J_x}\left(L + \frac{J_{xz}}{J_z}N\right)\right], \tag{15}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{M}{J_y} + \frac{J_z - J_x}{J_y}PR - \frac{J_{xz}}{J_y}(P^2 - R^2), \tag{16}$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{1-\frac{J_{xz}^2}{J_xJ_z}}\left[\left(\frac{J_x-J_y}{J_z}+\frac{J_{xz}^2}{J_xJ_z}\right)PQ-\left(1-\frac{J_y-J_z}{J_x}\right)\frac{J_{xz}}{J_x}QR+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{J_z}\left(\frac{J_{xz}}{J_x}L+N\right)\right]. \tag{17}$$

Wprowadzając zapis macierzowy, powyższy różniczkowy układ równań w postaci normalnej przedstawia się następująco

$$\dot{z} = f(z, \delta_s),$$

gdzie:

$$z = \mathrm{col}[\alpha, \beta, V_c, P, Q, R].$$

Punktem równowagi tego układu równań różniczkowych I stopnia na podstawie [4], [11] jest wektor z^*

$$z^* = \mathrm{col}[\alpha^*, \beta^*, V_c^*, P^*, Q^*, R^*],$$

spełniający równanie

$$Y(z^*, \delta_s^*) = 0.$$

Wprowadzając do układu równań (12-17) założenia dotyczące lotu w spirali ustalonej; a więc

— $\dot{z} = 0$ — ruch ustalony,

— $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, $\frac{d\Theta}{dt} = 0$, $\frac{d\Psi}{dt} = \Omega =$ constants — całkowita prędkość kątowa samolotu położona w osi spirali, ϑ_s — kąt pochylenia linii śrubowej,

$$\vartheta_s = \arcsin[-\sin\Theta\sin\alpha\cos\beta+\sin\Phi\cos\Theta\sin\beta+\cos\Phi\cos\Theta\sin\alpha\cos\beta],$$

otrzymano układ równań algebraicznych opisujących stan lotu samolotu w spirali ustalonej (18-24). Rozwiązanie z^* należy obliczać dla danej wysokości lotu H występuje bowiem wpływ tej wielkości na watrości sił i momentów sił aerodynamicznych. Wektor rozwiązania z^* opisuje stan ustalony w spirali, przyjęto tu nazwę punktu równowagi spirali ustalonej.

W pracy analizowano stan lotu ustalonego poprzez założenie niektórych parametrów punktu równowagi a następnie wyznaczono pozostałe nieznane wielkości, to znaczy parametry lotu i sterowania. Należało tak postąpić ze względu na istnienie dodatkowych niewiadomych jakimi są tu: kąt wychylenia lotek δ_L, kąt wychylenia steru kierunku δ_V, kąt wychylenia steru wysokości δ_H i ciąg silnika T.

Dla ułatwienia wyboru wielkości, które należy założyć wprowadzono nowe zmienne Y mające wyczuwalny sens fizyczny. Umożliwia to właściwie rozpatrzyć fizykę zjawiska i przyjąć wartości liczbowe danych.

Wektor Y ma następującą postać:

$$Y = \mathrm{col}[\alpha, \beta, V_c, \Phi, \Theta, R_s, \vartheta_s, \delta_H, \delta_V, \delta_L, T_0],$$

przy czym na podstawie rozważań teoretycznych i danych doświadczalnych przyjęto jako znane: prędkość całkowitą samolotu V_c, promień spirali R_s, kąt przechylenia samolotu Φ i ciąg biegu jałowego T_0.

Po wprowadzeniu tych zmiennych do równań ruchu (12-17) oraz uwzględnieniu następujących zależności, a mianowicie:

— na podstawie założenia 3°:4° i wzorów (5)

$$P = -\Omega \sin\Theta,$$
$$Q = \Omega \cos\Theta \sin\Phi,$$
$$R = \Omega \cos\Theta \cos\Phi,$$

— na podstawie 4° i (rys. 5)

$$\Omega = \frac{V_c \cos\vartheta_s}{R_s},$$

— na podstawie 3° i wzorów (8)

$$\vartheta_s = \arcsin[-\sin\Theta \sin\alpha \cos\beta + \sin\Phi \cos\Theta \sin\beta + \\ + \cos\Phi \cos\Theta \sin\alpha \cos\beta],$$

otrzymano następujący układ siedmiu równań algebraicznych:

$$\frac{V_c}{R_s}\cos\Theta \sin\Phi \cos\vartheta_s + \frac{1}{\cos\beta}\left[\left(-\frac{X}{mV_c} + \frac{V_c}{R_s}\cos\Theta \sin\Phi \cos\vartheta_s \sin\beta\right)\sin\alpha + \right. \\ \left. + \left(\frac{Z}{mV_c} + \frac{V_c}{R_s}\sin\Theta \cos\vartheta_s\right)\cos\alpha\right] = 0, \tag{18}$$

$$-\left(\frac{X}{mV_c}\sin\beta + \frac{V_c}{R_s}\cos\Theta \cos\Phi \cos\vartheta_s\right)\cos\alpha + \frac{Y}{mV_c}\cos\beta + \\ -\left(\frac{Z}{mV_c}\sin\beta + \frac{V_c}{R_s}\sin\Theta \cos\vartheta_s\right)\sin\alpha = 0, \tag{19}$$

$$\frac{X}{mV_c}\cos\alpha \cos\beta + \frac{Y}{mV_c}\sin\beta + \frac{Z}{mV_c}\sin\alpha \cos\beta = 0, \tag{20}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}}\left\{-\left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z}\right)\frac{J_{xz}}{J_x}\frac{V_c^2}{R_s^2}\sin\Theta \cos\Theta \sin\Phi \cos^2\vartheta_s + \right. \\ -\left(\frac{J_z - J_y}{J_x} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}\right)\frac{V_c^2}{R_s^2}\cos^2\Theta \sin\Phi \cos\Phi \cos^2\vartheta_s + \\ \left. + \frac{1}{J_x}\left[L^a + \frac{J_{xz}}{J_z}\left(N^a - J_T\omega_T \frac{V_c}{R_s}\cos\Theta \sin\Phi \cos\vartheta_s\right)\right]\right\} = 0, \tag{21}$$

$$\frac{1}{J_y}\left(M^a - T\cdot e + J_T\omega_T \frac{V_c}{R_s}\cos\Theta \cos\Phi \cos\vartheta_s\right) + \\ -\frac{J_z - J_x}{J_y}\frac{V_c^2}{R_s^2}\sin\Theta \cos\Theta \cos\Phi \cos^2\vartheta_s - \frac{J_{xz}}{J_y}\left[\frac{V_c^2}{R_s^2}\cos^2\vartheta_s(\sin^2\Theta - \cos^2\Theta \cos^2\Phi)\right] = 0, \tag{22}$$

$$\frac{1}{1-\dfrac{J_{xz}^2}{J_xJ_z}}\left[-\left(\frac{J_x-J_y}{J_z}+\frac{J_{xz}^2}{J_xJ_z}\right)\frac{V_c^2}{R_s^2}\sin\Theta\cos\Theta\sin\Phi\cos^2\vartheta_s+\right.$$
$$-\left(1-\frac{J_y-J_z}{J_x}\right)\frac{J_{xz}}{J_x}\frac{V_c^2}{R_s^2}\cos^2\Theta\sin\Phi\cos\Phi\cos^2\vartheta_s+ \tag{23}$$
$$\left.+\frac{1}{J_z}\left(\frac{J_{xz}}{J_x}L^a+N^a-J_T\omega_T\frac{V_c}{R_s}\cos\Theta\sin\Phi\cos\vartheta_s\right)\right]=0,$$

$$\begin{aligned}\vartheta_s = \arcsin(&-\sin\Theta\sin\alpha\cos\beta+\sin\Phi\cos\Theta\sin\beta+\\ &+\cos\Phi\cos\Theta\sin\alpha\cos\beta),\end{aligned} \tag{24}$$

Powyższy układ siedmiu nieliniowych równań algebraicznych z niewiadomymi X

$$X = \mathrm{col}[\alpha, \beta, \Theta, \vartheta_s, \delta_H, \delta_v, \delta_L],$$

możliwy jest do rozwiązania drogą obliczeń numerycznych.

5. Przykład obliczeniowy

Opracowany program obliczeń numerycznych na podstawie danych geometrycznych i masowych samolotu oraz założonych niektórych wielkości charakteryzujących lot samolotu w spirali [1, 5, 11, 14] wyznacza wartości pozostałych nieznanych wielkości charakteryzujących lot samolotu w spirali ustalonej i wartości wychyleń powierzchni sterowych.

Obliczenia przykładowe wykonano dla poddźwiękowego samolotu odrzutowego TS-11 „Iskra". Prezentowane przypadki ze względu na ocenę wpływu różnią się od wersji podstawowej jednym wybranym parametrem. Przyjęto następujące standardowe warunki lotu:

$$V_c = 100\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right],$$
$$R_s = 500\ [\mathrm{m}],$$
$$\Phi = 40\ [\mathrm{deg}],$$
$$T_0 = 1000\ [\mathrm{N}] \text{ — ciąg jałowy.}$$

Analizę porównawczą przedstawiono dla różnych zmian parametrów lotu (tabela 1.) ciągu silnika (z uwzględnieniem i bez uwzględnienia zjawiska giroskopowego), wysokości lotu (tabela 2.) oraz czynników konstrukcyjnych (tabela 3).

Uzyskane wyniki nasuwają następujące spostrzeżenie ogólne:

— lot samolotu po linii śrubowej charakteryzuje się dużymi kątami przechylania Φ, pochylania Θ, ślizgu β i natarcia α (przy czym średni kąt natarcia na płacie jest większy o dwa stopnie od podanego w tabelach, gdyż nie uwzględniono tam kąta zaklinowania skrzydła względem osi samolotu),

— większe wartości promienia w spirali powodują, że lot staje się bardziej bezpieczny,

Tabela 1

Wpływ zmian podstawowych parametrów lotu na wartość pozostałych wielkości opisujących ruch samolotu w spirali ustalonej

Wersja	Różnica w stosunku do wersji standart		Parametry sterowania			Parametry lotu							Tor lotu		
	proc. %	ilościowa	δ_H deg	δ_V deg	δ_L deg	α deg	β deg	Θ deg	Ω rd/s	P rd/s	Q rd/s	R rd/s	ϑ_s deg	ΔH m	n_z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
standard			−5.68	56.29	−38.98	7.50	−27.72	−34.06	0.190	0.106	0.101	0.120	18.50	1050	3.6
A	$-20\% V_c$	80 [m/s]	−7.00	47.73	−32.60	9.19	−23.39	−20.00	0.157	0.054	0.095	0.113	10.12	560	2.6
B	$+20\% V_c$	120 [m/s]	−5.38	56.59	−33.93	6.13	−27.96	−43.55	0.215	0.148	0.100	0.120	26.05	1534	4.8
C	$-10\% R_s$	450 [m]	−6.33	38.18	−44.01	8.71	−28.74	−37.04	0.207	0.125	0.106	0.127	21.23	1097	3.5
D	$+10\% R_s$	550 [m]	−5.49	53.83	−34.84	6.80	−26.41	−30.86	0.174	0.089	0.096	0.115	16.30	1009	3.6
E	$+100\% R_s$	1000 [m]	−3.88	22.91	−11.36	3.77	−11.55	− 9.37	0.099	0.016	0.063	0.075	4.65	510	3.9
F	$+10\% \Phi$	4.4 [deg]	−5.65	52.41	−35.28	7.35	−25.75	−31.51	0.192	0.100	0.114	0.118	16.34	918	3.5

Tabela 2

Wpływ zmian ciągu silnika, wysokości lotu i zjawiska giroskopowego na postać spirali ustalonej i wartość parametrów sterowania

Wersja	Zjawisko giroskopowe	Różnica ilościowa w stosunku do wersji standard	Parametry sterowania			Parametry lotu							Tor lotu		
			δ_H deg	δ_V deg	δ_L deg	α deg	β deg	Θ deg	Ω rd/s	P rd/s	Q rd/s	R rd/s	ϑ_s deg	ΔH m	n_z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
G	nie uwzględniono	$T = 900$ [N]	−5.67	56.23	−38.85	7.48	−27.68	−34.15	0.189	0,106	0,101	0,120	18,61	1057	3.5
H	nie uwzględniono	$T = 3500$[N]	−5.82	57.84	−42.22	7.96	−28.58	−31.68	0,192	0,101	0,105	0,125	15.93	893	3.6
J	uwzględniono	Standard	−5.77	56.17	−39,03	7.51	−27.70	−34.03	0,190	0,106	0,101	0,120	18.49	1050	3.5
K	uwzględniono	$H = 1000$ [m]	−6.86	57.43	−42.71	9,31	−28,35	−34.45	0,189	0,107	0.100	0.119	19.26	1096	3.5
L	uwzględniono	$R_s = 1000$ [m]	−4.28	41.78	−21.83	4.08	−20.83	−16.85	0,099	0.028	0.051	0.072	8,93	986	3.9
M	uwzględniono	$T = 3500$ [N]	−5.94	57.68	−42.37	7,97	−28.56	−31.64	0.192	0,101	0,105	0,125	15,92	895	3.6

Tabela 3

Wpływ zmian czynników konstrukcyjnych na postać spirali ustalonej

Wersja	Zmiana czynnika konstrukcyjnego		Parametry sterowania			Parametry lotu							Tor lotu		
	Parametr	%	δ_H deg	δ_V deg	δ_L deg	α deg	β deg	Θ deg	Ω rd/s	P rd/s	Q rd/s	R rd/s	ϑ_s deg	ΔH m	n_z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N	015 x_{sm}		−11,04	56.88	−40.90	7.84	−27.69	−34.17	0.189	0.106	0.101	0.120	18.81	1069	3.5
O	035 x_{sm}		−0.24	55.85	−36.66	7.17	−27.68	−34.10	0.190	0.106	0.101	0.121	18.39	1043	3.5
P	$M = 3800$ [kg]		−9.83	56.82	−48.73	11.67	−27.60	−34.80	0.186	0.106	0.098	0.117	21.33	1225	3.1
R	$M = 2780$ [kg]		−5.31	53.82	−31.58	6.01	−26.37	−33.19	0.190	0.104	0.102	0.122	18.01	1020	3.9
S	$\nu_z = 1°$	−100%	−6.01	56.46	−30.30	7.50	−27.89	−33.94	0.190	0.106	0.101	0.121	18.26	1035	3.5
T	$\nu_z = 3°$	+100%	−5.62	56.15	−47.42	7.65	−27.46	−34.17	0.189	0.106	0.100	0.120	18.90	1074	3.5
U	$X_v = 5.5$ [m]	+4%	−5.67	56.48	−38.92	7.50	−27.73	−34.09	0.190	0.106	0.101	0.120	18.52	1051	3.5
W	$Z_v = 1.84$ [m]	+12%	−5.71	56.29	−39.22	7.51	−27.72	−34.06	0.190	0.106	0.101	0.120	18.51	1059	3.5
Z	$S_v = 2.5$ [m^2]	+11%	−5.67	56.66	−38.94	7.50	−27.71	−34.07	0.190	0.106	0.101	0.120	18.52	1051	3.5

wartości parametrów lotu i sterowania mają mniejsze wartości (dotyczy to zmiennych kątowych),

— obciążenia konstrukcji i przeciążenia działające na pilota opisuje współczynnik obciążenia n_z który osiąga średnie wartości $n_z = 3.5$; przy czym widać, że największy wpływ na jego wartość ma zwiększenie prędkości lotu w spirali,

— wyniki liczbowe wskazują na uzyskane bardzo duże wartości kątów ślizgu i wychyleń powierzchni sterowych (wynika to z przyjętej uproszczonej metody wyznaczania sił i momentów sił aerodynamicznych), odchyłki te nie mają większego wpływu na ogólny charakter zjawiska i umożliwiają poprawną analizę zagadnienia,

— przy analizowaniu czynników konstrukcyjnych należy zwrócić uwagę na wpływ zmian masy i wyważenia samolotu, dotyczy to zwłaszcza samolotów, które mogą być wyposażone w elementy podczepiane pod skrzydłami, gdyż zakres tych zmian ma bardzo duży wpływ na postać spirali ustalonej, wpływ zjawiska giroskopowego na postać spirali ustalonej jest zauważalny, jest on niwelowany większym wychyleniem lotek.

6. Wnioski

Przedstawiona metoda pozwala na ogólne badanie wpływu różnych czynników na postać spirali ustalonej. Istotne przy formułowaniu modelu zjawiska i przyjęciu danych wejściowych jest posiadanie danych empirycznych i właściwe ich uwzględnienie. Szczegółowa analiza teoretyczna zagadnienia przesądza tu więc o uzyskaniu poprawnego rozwiązania.

Przeprowadzone obliczenia numeryczne nasunęły następujące uwagi praktyczne, które mogą mieć zastosowanie do badania innych stanów ustalonych zjawisk fizycznych:

a) uzyskanie rozwiązania numerycznego ułatwia ten sam rząd wartości prawnych stron równań (12-17), w tym celu w przypadku powyższym równanie (14) podzielono przez wartość V_c,

b) ułatwienie wyboru wielkości (które należy założyć) oraz właściwą analizę zagadnienia umożliwiają zmienne fizyczne, zmienne te należy wprowadzić do modelu matematycznego zjawiska,

c) w przypadku trudności w uzyskaniu rozwiązania należy zastosować bardziej efektywną metodę rozwiązania równań algebraicznych lub potraktować jedną zmienną jako parametr, w przypadku powyższym kąt przechylania samolotu Φ mógł być korygowany. Prezentowana metoda obliczeń umożliwia łatwą analizę zagadnienia i może mieć zastosowanie we wstępnym etapie badań. Świadczą o tym uzyskane wyniki zgodne z badaniami w locie. Istnieje możliwość zastosowania tej metody do analizy innych stanów ustalonych oraz wyznaczenia punktu równowagi, co z kolei pozwala na badanie małych drgań wokół położenia równowagi.

Literatura

1. A. ABŁAMOWICZ, *Akrobacja lotnicza*, MON Warszawa 1954.
2. B. ETKIN, *Dynamics of atmospheric flight*, John Wiley, New York 1972.
3. W. FISZDON, *Mechanika lotu. Część I i II*, PWN Łdź—Warszawa 1961.

4. R. GUTOWSKI, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT Warszawa 1971,
5. *Instrukcja techniki pilotowania i zastosowanie bojowe samolotu TS-11 „Iskra"*, MON Poznań 1973.
6. J. LEGRAS: *Praktyczne metody analizy numerycznej*, WNT Warszawa 1974.
7. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe Politechniki Warszawskiej Mechanika Nr 32 WPW Warszawa 1976.
8. J. MARYNIAK, W. BLAJER, *Numeryczna symulacja korkociągu samolotu*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Zeszyt 2/3, Tom 21, Warszawa 1983.
9. J. MARYNIAK, Z. GORAJ, E. T. DĄBROWSKA, *Modelowanie i badanie własności dynamicznych samolotów w ruchu przestrzennym*, IV Konferencja Naukowo-Techniczna ITL WAT Warszawa 1979, Referat problemowy.
10. *Military Specyfication Flying Qualities of Piloted Airplanes-MIL-F-8785* B(ASG) August 1969.
11. J. TRAJER, *Modelowanie i badanie własności dynamicznych poddźwiękowego samolotu odrzutowego w sterowanym ruchu spiralnym*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska Warszawa 1983.

Резюме

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЁТА И УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЁТА В УСТАНОВИВШЕМСЯ СПИРАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Самолёт принято как механическую жёсткую систему с шестью степенями свободы. Влияние отклонений рулевых поверхностей: рулёв высоты и рулёв направления а также элеронов принято как параметрическое действие аэродинамических сил и моментов сил.

Уравнения установившегося спирального движения самолёта выведено из полных уравнений пространственного движения самолёта. Примерно для самолёта класса TS-11 „Iskra" вычислено параметры равновесия в спирали.

Summary

NUMERICAL ANALYSIS OF AIRPLANE FLIGHT AND CONTROL PARAMETERS IN A STEADY SPIRAL MOTION

In the paper a numerical analysis is presented of airplane flight control parameters in a steady spiral motion.

The airplane is assumed to be a stiff, mechanical object with six degrees of freedom. The deflections of control surfaces, i.e. ailerons, rudder and elevator have parametric influence only on the values of aerodynamic forces and moments.

The equations of airplane steady spiral motion are based on full airplane space equations of motion. A set of seven non-linear algebraic equations is obtained which allow us to determine the equilibrium.

In order to investigate the problem under study a numerical model is applied. A numerical analysis of motion in subsonic TS-11 „Iskra" jet aircraft is presented.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 26 września 1985 roku