

OCENA POWIERZCHNI PLASTYCZNOŚCI MATERIAŁÓW ANIZOTROPOWYCH NIELINIOWYCH METODĄ SPRĘŻENIA TERMO-MECHANICZNEGO

ZDZISŁAW GABRYSZEWSKI
BOGDAN PINDUR

*Politechnika Wroclawska
Instytut Materialoznawstwa
i Mechaniki Technicznej*

1. Wstęp

Wyznaczanie granicy plastyczności w złożonych stanach naprężeń jest jednym z podstawowych problemów teorii plastyczności. Stosowane powszechnie metody określania jej wartości polegają na wykorzystywaniu warunków plastyczności oraz związanych z nimi definicji naprężeń i odkształceń zastępczych, na których podstawie jest ona obliczana i wyznaczana z danych doświadczalnych. Taka metoda powszechnie stosowana do weryfikacji doświadczalnej, np. warunku plastyczności, a polegająca na korzystaniu przy przeprowadzaniu doświadczeń i opracowaniu danych doświadczalnych z wielkości wynikających z tego warunku (definicji intensywności naprężeń i intensywności odkształceń), musi budzić zastrzeżenia. Daje ona jednak stosunkowo dobre rezultaty dla klasy materiałów początkowo izotropowych liniowo-sprężystych. Zastosowanie jej do materiałów anizotropowych wiąże się ponadto z koniecznością stosowania wielkości zastępczych definiowanych różnie nawet dla jednakowych warunków plastyczności [5]. Dodać należy, że głównym mankamentem anizotropowych warunków plastyczności z punktu widzenia ich praktycznego wykorzystania jest konieczność wcześniejszego poznania własności materiałów (stałych materiałowych) we wszystkich charakterystycznych kierunkach, co często bywa technicznie niewykonalne. Z tego powodu, w celu umożliwienia zastosowania, teorie te bywają w sposób dość dowolny upraszczane. Prowadzi to wprawdzie do ograniczenia ilości wspomnianych stałych, ale w konsekwencji jednocześnie utrudnia spełnienie wszystkich stawianych tym teoriom wymagań. Z zagadnieniem tym wiążą się również trudności w rzeczywistym zapewnieniu zakładanej z góry niezmienniczości anizotropowych krzywych odkształcania względem rodzaju stanu naprężenia. Powyższe metody stosowane są głównie do materiałów liniowo-sprężystych.

Pewną szansę ominięcia występujących w przypadku materiałów anizotropowych i nieliniowych trudności daje proponowana w niektórych pracach [1] możliwość zastosowania do wyznaczania powierzchni plastyczności zjawiska sprężenia termo-mechanicznego biernego.

Celem pracy było potraktowanie zjawiska sprężenia termo-mechanicznego jako narzędzia do określania granicy plastyczności w ogólnym przypadku obciążania (proste i złożone drogi obciążania) i rodzaju materiału (materiały anizotropowe początkowo liniowe i nieliniowe) oraz porównania możliwości metody sprężenia termomechanicznego z możliwościami tradycyjnych metod oceny powierzchni plastyczności.

2. Wyznaczanie powierzchni plastyczności za pomocą metody sprężenia termo-mechanicznego STM

Obciążany w warunkach adiabatycznych materiał wykazuje w zakresie odkształceń sprężystych zmiany temperatury, które mogą być dodatnie, ujemne lub w szczególnym przypadku zerowe [4], zależnie od kombinacji rodzaju anizotropii materiału z rodzajem obciążania [6]. Po wejściu materiału w obszar odkształceń plastycznych zmiany temperatury są zawsze dodatnie i przybierają charakter spontaniczny. Związane to jest z przemianą jednego ze składników pracy odkształceń plastycznych — energii dyssypacji w ciepło. U podstaw określania granicy plastyczności za pomocą metody sprężenia termo-mechanicznego leży jakościowe różnice w przebiegu adiabatycznych zmian temperatury obciążanego materiału w obszarze odkształceń sprężystych i plastycznych. Według tej metody wyznaczanie granicy plastyczności sprowadza się do wskazania na wykresie zależności adiabatycznych zmian temperatury obciążanego materiału od naprężeń miejsca, od którego począwszy obserwuje się spontaniczny wzrost temperatury. Dla branych tu pod uwagę możliwości określania wejścia materiału w stan plastyczny zaproponowanie definicji granicy plastyczności jest stosunkowo łatwe, gdy wykres adiabatycznych zmian temperatury w zależności od naprężeń wykazuje w obszarze odkształceń sprężystych przebieg liniowy. W przypadku przebiegu nieliniowego pojawiają się trudności w sformułowaniu definicji granicy plastyczności.

W materiałach liniowo-sprężystych zależność zmian temperatury θ_a w adiabatycznym procesie obciążania od naprężeń przedstawia znany [6] związek

$$\theta_a = - \frac{T_0}{c_\sigma} \alpha_{ij} \sigma_{ij}, \quad (1)$$

w którym: T_0 — temperatura początkowa, c_σ — ciepło właściwe materiału przy stałych naprężeniach przyjmowane jako wielkość stała, α_{ij} — współczynniki rozszerzalności cieplnej w stanie naturalnym materiału ($\sigma_{ij} = 0$, $T = T_0$). Dla materiałów nieliniowo-sprężystych, w których związki fizyczne w obszarze odkształceń sprężystych przyjmują postać funkcji kwadratowej, można na podstawie rozważań termodynamicznych [7] wyprowadzić zależność

$$\theta_a = - \frac{T_0}{c_\sigma(\sigma_{ij}, T)} \left(\alpha_{ij} \sigma_{ij} + \frac{1}{2} \alpha_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \right), \quad (2)$$

gdzie: α_{ijkl} — współczynniki rozszerzalności cieplnej drugiego rzędu w stanie naturalnym materiału, T — chwilowa temperatura materiału.

Naprężenia σ_{ij} podczas obciążania mogą być uprzednio wyrażone zależnością

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(\sigma_{pq}), \quad (3)$$

w której: σ_{pq} — jedna, dowolnie wybrana składowa tensora stanu naprężenia, $f_{ij}(\sigma_{pq})$ — 5 znanych funkcji. W szczególności funkcje $f_{ij}(\sigma_{pq})$ można przedstawić w postaci szeregu względem σ_{pq} . W przypadku, gdy zachodzi zależność

$$\sigma_{ij} = k_{ij}\sigma_{pq}, \quad (3a)$$

w której k_{ij} jest tensorem stałych współczynników, obciążenie nazwiemy prostym, a gdy zależność (3a) nie będzie spełniona — obciążeniem złożonym. Otrzymamy wówczas zależności:

$$\theta_a = -\frac{T_0}{c_\sigma} \alpha_{ij} f_{ij}(\sigma_{pq}), \quad \theta_a = -\frac{T_0}{c_\sigma} \alpha_{ij} k_{ij} \sigma_{pq}; \quad (4)$$

$$\theta_a = -\frac{T_0}{c_\sigma(\sigma_{ij}, T)} \left[\alpha_{ij} f_{ij}(\sigma_{pq}) + \frac{1}{2} \alpha_{ijkl} f_{ij}(\sigma_{pq}) f_{kl}(\sigma_{pq}) \right], \quad (5)$$

$$\theta_a = -\frac{T_0}{c_\sigma(\sigma_{ij}, T)} \left(\alpha_{ij} k_{ij} \sigma_{pq} + \frac{1}{2} \alpha_{ijkl} k_{ij} k_{kl} \sigma_{pq}^2 \right);$$

z których wynika, że korzystny, przy formułowaniu definicji granicy plastyczności, liniowy przebieg zależności adiabatycznych zmian temperatury θ_a od wybranej składowej σ_{pq} stanu naprężenia w zakresie odkształceń sprężystych będzie występował tylko w przypadku szczególnym, a mianowicie dla materiału liniowo-sprężystego obciążanego na prostych drogach obciążania.

W celu umożliwienia budowy definicji granicy plastyczności w przypadku gdy materiał jest nieliniowo-sprężysty, a obciążenie złożone, wprowadzono wielkość r^T określoną zależnością (6):

$$r^T = \frac{1}{c_\sigma(\sigma_{ij}, T)} \left(\alpha_{ij} \sigma_{ij} + \frac{1}{2} \alpha_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \right) = \frac{S_\sigma^T(\sigma_{ij})}{c_\sigma(\sigma_{ij}, T)}. \quad (6)$$

Przedstawia ona entropię S_σ^T w izotermicznym procesie obciążania przypadającą na jednostkę ciepła właściwego c_σ . Zależność (2) przyjmuje wówczas postać (7),

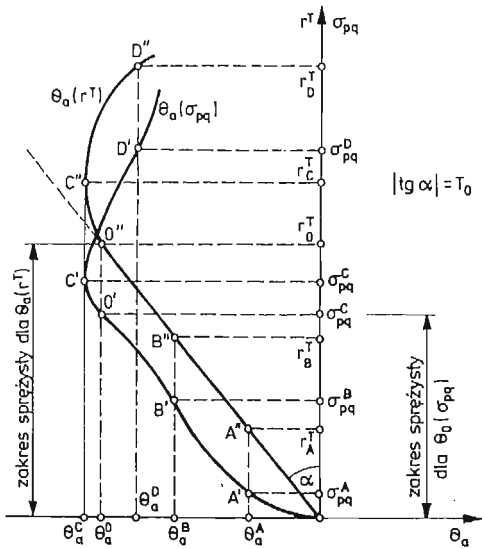
$$\theta_a = -T_0 \cdot r^T, \quad (7)$$

która ma tę zaletę, że w obszarze odkształceń sprężystych, niezależnie od rodzaju materiału i drogi obciążania, zależność adiabatycznych zmian temperatury θ_a od entropii r^T wykazuje pożądaną przebieg liniowy. Określanie granicy plastyczności polega na wskazaniu na wykresie zależności $\theta_a(r^T)$ takiego miejsca, od którego począwszy zależność ta nie jest już liniowa. Praktycznie, sporządzanie wykresu $\theta_a(r^T)$ w obszarze odkształceń sprężystych i plastycznych odbywa się na podstawie zarejestrowanej wcześniej krzywej zależności adiabatycznych zmian temperatury θ_a od jednej ze składowych stanu naprężenia σ_{pq} , przy jednoczesnej znajomości własności cieplnych materiału, tzn. współczynników rozszerzalności cieplnej α_{ij} , α_{ijkl} oraz funkcji ciepła właściwego $c_\sigma(\sigma_{ij}, T)$. Budowę krzywej zmian temperatury $\theta_a(r^T)$ przedstawia rys. 1. Propozycje różnych definicji granicy plastyczności przedstawiono na rys. 2. Za początek zakresu odkształceń plastycznych można umownie uważać:

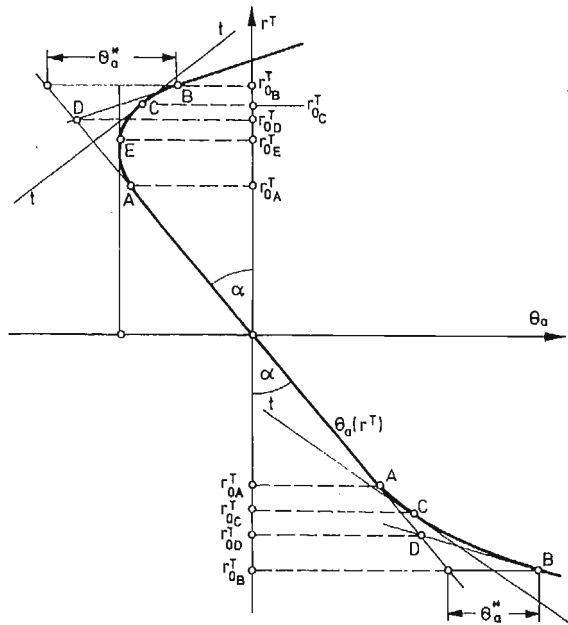
- 1) punkt *A*, odchylenia od przebiegu liniowego,
- 2) punkt *B*, odpowiadający umownie przyjętej wartości dodatniego przyrostu temperatury θ_a^* po odchyleniu się wykresu zmian temperatury od przebiegu prostoliniowego,

- 3) punkt C , odpowiadający określonej nachyleniu stycznej do wykresu $\theta_a(r^T)$,
- 4) punkt D , wynikający ze schematyzacji wykresu zmian temperatury,
- 5) punkt E , dla którego $d\theta_a/dr^T = 0$ (dla $r^T > 0$).

Po wyznaczeniu wartości entropii r_0^T odpowiadającej granicy plastyczności pozostaje określić odpowiadające jej wartości składowych σ_{ij}^0 stanu naprężenia.



Rys. 1. Budowa krzywej zmian temperatury $\theta_a(r^T)$.



Rys. 2. Definicje granicy plastyczności.

3. Badania doświadczalne

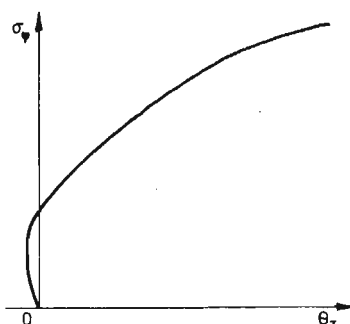
Badaniom został poddany technicznie czysty, polikrystaliczny cynk EO1 w postaci cienkościennych próbek rurowych. Badania obejmowały ustalenie własności mechanicznych materiału oraz pomiar granicy plastyczności metodą sprężenia termo-mechanicznego na następujących prostych drogach obciążania: rozciągania jednoosiowego w kierunku osiowym i obwodowym próbki, rozciągania dwuosiowego ($\sigma_z/\sigma_\varphi = 0,5$) i skręcania.

Obciążenia realizowano na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej o napędzie hydraulicznym, przy czym rozciąganie w kierunku osiowym próbki i skręcanie przeprowadzano w uchwytach maszyny, a rozciąganie obwodowe i dwuosiowe na drodze włączania do wnętrza próbek oleju. Do rejestracji zależności odkształceń i zmian temperatury próbek od naprężeń użyto układu urządzeń, w skład którego wchodziły: mostek tensometryczny AT 970, rejestratory Riken Denshi, ekstensometry z czujnikami oporowymi RL 120/6, termometr termistorowy z czujnikiem NTC 210, woltomierz V 524 i in.

Obciążanie próbek przeprowadzano przy stałych prędkościach zmian naprężeń wynoszących $\dot{\tau}_{z\varphi} \approx 0,5 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$ przy skręcaniu oraz $\dot{\sigma}_{max} \approx 1 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$ dla maksymalnych naprężeń występujących w pozostałych trzech drogach obciążania. Zmiany temperatury próbek podczas obciążania mierzono jednym czujnikiem w środku długości próbki na jej zewnętrznej powierzchni. Czas obciążania próbek wynosił około 50 s.

W przypadku rozciągania osiowego i skręcania wymagany z punktu widzenia rozważań termodynamicznych warunek adiabatyczności obciążania był realizowany w przybliżeniu. Na podstawie pomocniczych doświadczeń [7] uznano, że stopień jego realizacji w środku długości próbki i w zastosowanym przedziale czasu obciążania jest wystarczający bez stosowania urządzeń specjalnych.

W przypadku rozciągania obwodowego i dwuosiowego realizowanych na drodze włączania do wnętrza próbek oleju zapewnienie quasi-adiabaticznych warunków obciążania stało się niemożliwe ze względu na wyraźny wzrost temperatury sprężonego oleju (rzędu 0,1 K dla stosowanych ciśnień). Mierzone na powierzchni zewnętrznej próbki nieadiabaticzne zmiany temperatury były wypadkową zmian temperatury materiału wskutek sprężenia termo-mechanicznego i nieustalanej wymiany ciepła między sprężanym olejem a próbką. Charakter tych zmian jest przedstawiony na rys. 3. W celu stworzenia możliwości odczytu granicy plastyczności z przebiegu nieadiabaticznych zmian temperatury



Rys. 3. Zmiany przyrostów temperatury próbki θ_z w funkcji naprężeń σ_φ .

dokonano analizy tego zagadnienia [7]. Punktem wyjścia było rozszerzone równanie przewodnictwa cieplnego [6], które przy założeniu izotropii przewodnictwa w materiale próbki i małych zmian temperatury przyjmuje postać

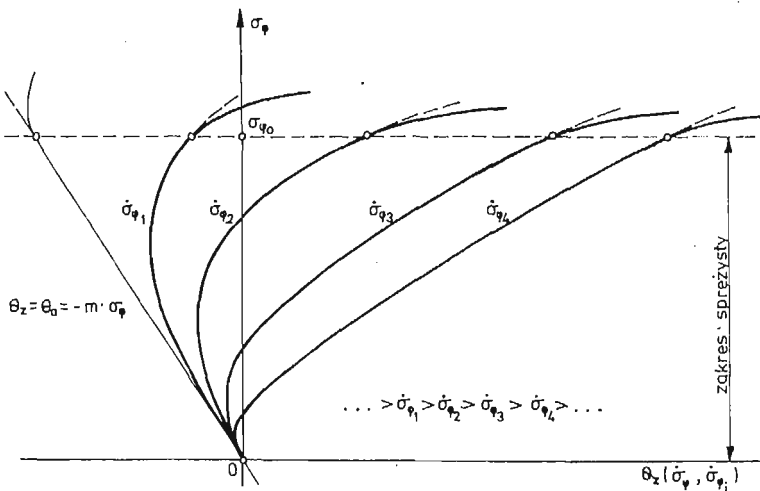
$$\lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + c_\sigma \frac{\partial}{\partial \tau} (\theta_a - \theta) = 0, \quad (8)$$

gdzie: λ — współczynnik przewodnictwa cieplnego, c_σ — ciepło właściwe materiału próbki przy stałych naprężeniach, θ — chwilowa, całkowita zmiana temperatury próbki, θ_a — zmiana temperatury próbki związana ze sprzężeniem termo-mechanicznym, r, φ, z — współrzędne w walcowym układzie współrzędnych, τ — czas. Przy założeniach, że:

- 1) przewodnictwo ciepła w środku długości próbki, czyli w miejscu pomiaru temperatury zachodzi tylko w kierunku promieniowym;
- 2) rozkład zmian temperatury próbki wzdłuż jej promienia jest liniowy;
- 3) prędkość zmian naprężeń podczas obciążania jest stała — przyrosty temperatury θ_z na zewnętrznej powierzchni próbki w środku jej długości można aproksymować zależnością

$$\theta_z(\sigma_\varphi, \dot{\sigma}_{\varphi i}) = G(\dot{\sigma}_{\varphi i}) \cdot \sigma_\varphi^2 - m \cdot \sigma_\varphi, \quad (9)$$

gdzie: $G(\dot{\sigma}_{\varphi i})$ — funkcja prędkości zmian naprężeń obwodowych $\dot{\sigma}_{\varphi i}$, m — stała. Rodzinę krzywych $\theta_z(\sigma_\varphi, \dot{\sigma}_{\varphi i})$ dla różnych stałych prędkości zmian naprężeń $\dot{\sigma}_{\varphi i}$ przedstawia rys. 4. Począwszy od pewnej odpowiednio małej prędkości zmian naprężeń, którą można ustalić doświadczalnie, nieadiabaticzne przyrosty temperatury przyjmują w zakresie odkształceń sprężystych przebieg zbliżony do liniowego, co pozwala już wprowadzić definicję granicy plastyczności. W badaniach, przy pomiarach granicy plastyczności przyjęto definicję, według której materiał wchodzi w stan plastyczny w chwili odpowiadającej odchyleniu się krzywej adiabatycznych zmian temperatury od przebiegu prostoliniowego (dla rozciągania osiowego i skręcania) lub odchyleniu się krzywej nieadiabaticznych zmian



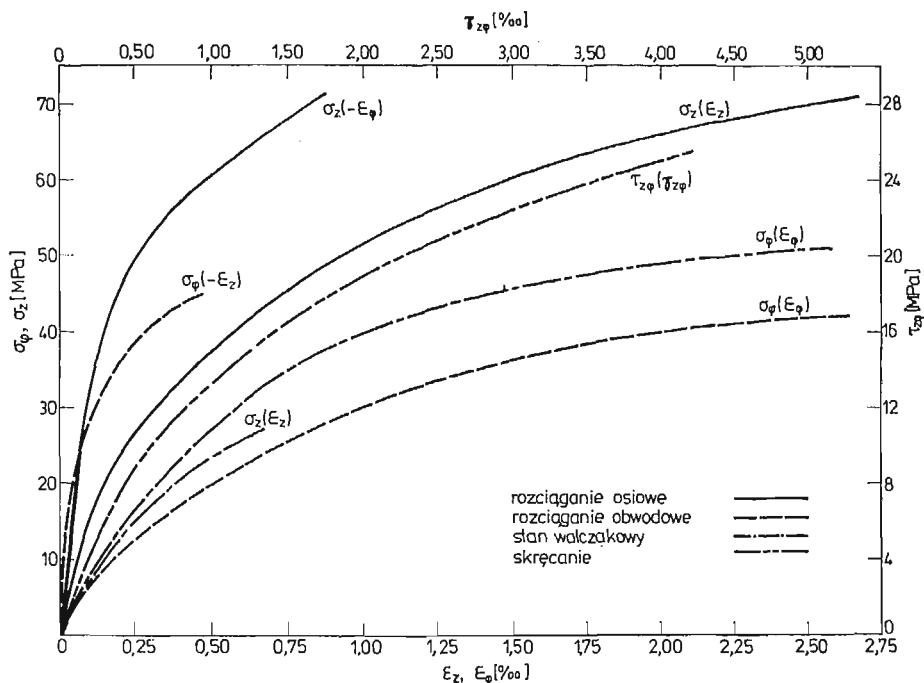
Rys. 4. Nieadiabaticzne krzywe zmian temperatury $\theta_z(\sigma_\varphi, \dot{\sigma}_{\varphi i})$.

temperatury od przebiegu quasiliniowego w zakresie sprężystym (rozciąganie obwodowe i dwuosiowe). Odchylenie to wskazuje fizykalnie na występowanie dyssypacji energii związanej z pojawieniem się odkształceń plastycznych.

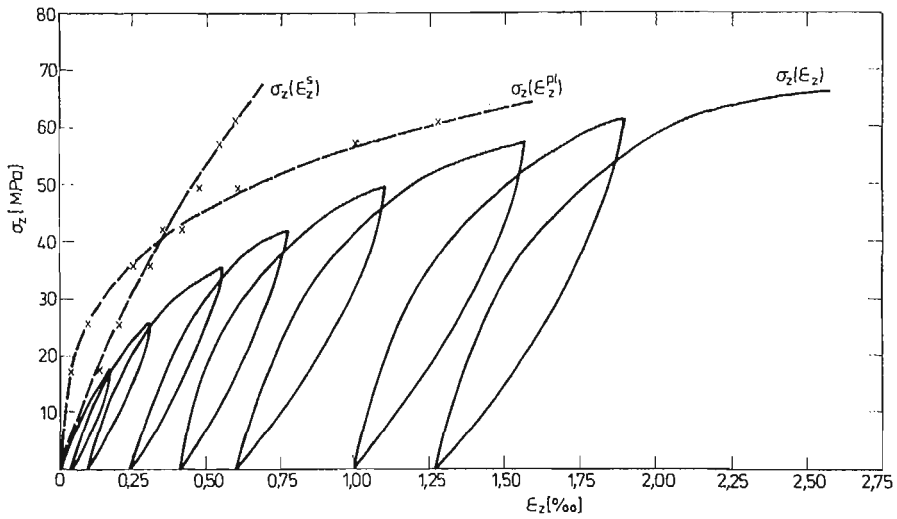
4. Wyniki badań doświadczalnych

Zależności naprężeń od odkształceń podczas rozciągania osiowego, obwodowego, dwuosiowego i skręcania przedstawiono na rys. 5. Wynika z nich wyraźna anizotropia związków fizycznych w kierunku osiowym i obwodowym próbki. Na wszystkich realizowanych drogach obciążania przeprowadzono próby polegające na wielokrotnym obciążeniu i odciążeniu próbek. Wykresy przedstawione na rys. 6 - 9 obrazują przebieg zależności naprężeń od odkształceń całkowitych w tych próbach oraz sporządzone na ich podstawie zależności naprężeń od odkształceń sprężystych i plastycznych. Wynika z nich, że na wszystkich drogach obciążania zależność naprężeń od odkształceń sprężystych jest nieliniowa, a od początku obciążania występują odkształcenia plastyczne.

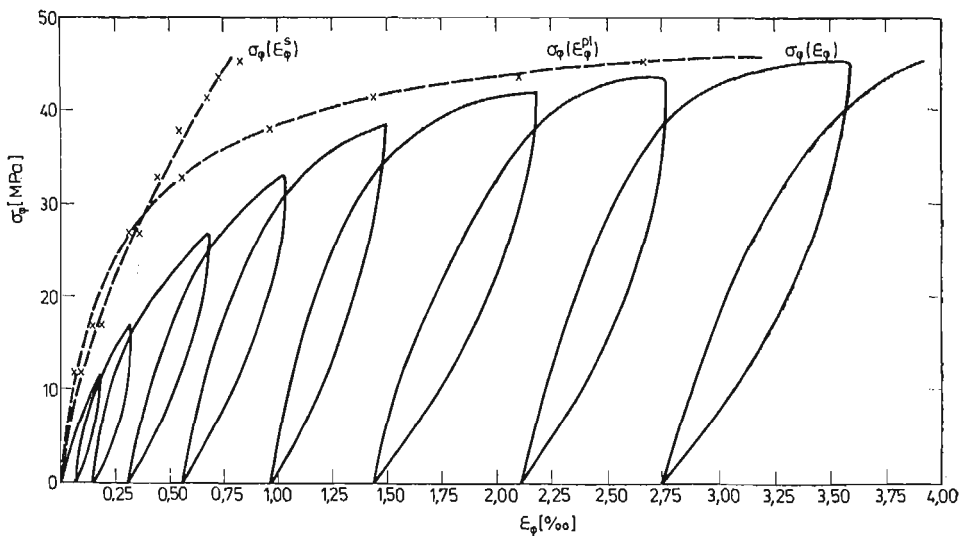
Zależność adiabatycznych zmian temperatury θ_a od naprężeń σ_z podczas rozciągania osiowego przedstawia dla jednej z próbek wykres na rys. 10. Zależność adiabatycznych zmian temperatury θ_a od naprężeń $\tau_{z\varphi}$ podczas skręcania przedstawia dla jednej z próbek rys. 11. Zgodnie z przyjętą definicją granicy plastyczności materiał wchodził w obu tych próbach w stan plastyczny w punktach odchylenia się wykresów zmian temperatury od przebiegów liniowych.



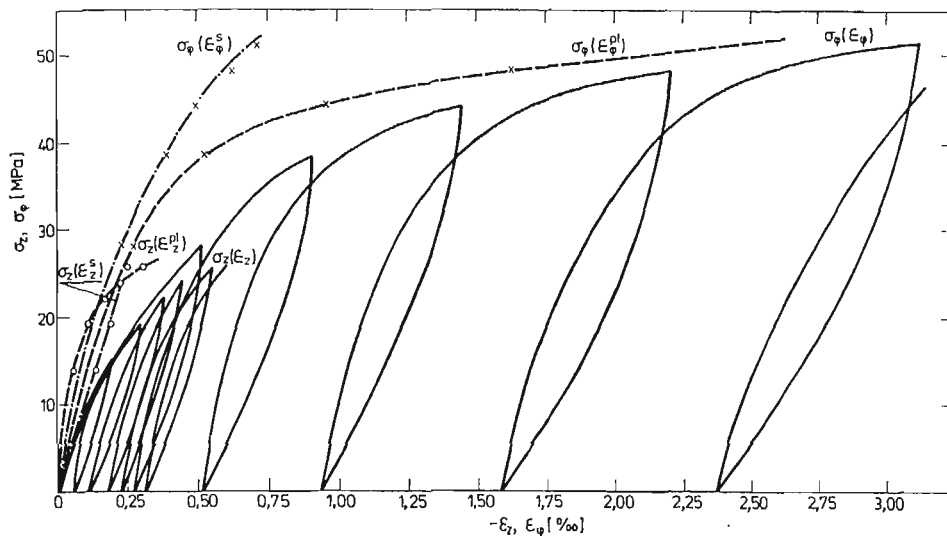
Rys. 5. Zależności naprężeń od odkształceń podczas rozciągania osiowego, obwodowego, dwuosiowego i skręcania.



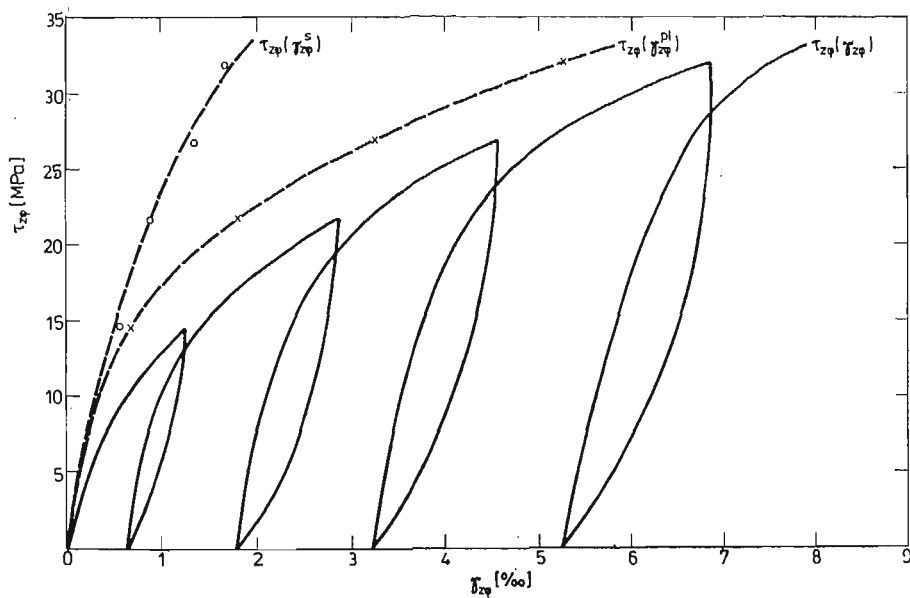
Rys. 6. Zależność naprężeń σ_z od odkształceń całkowitych ϵ_z , sprężystych ϵ_z^e i plastycznych ϵ_z^p podczas rozciągania osiowego.



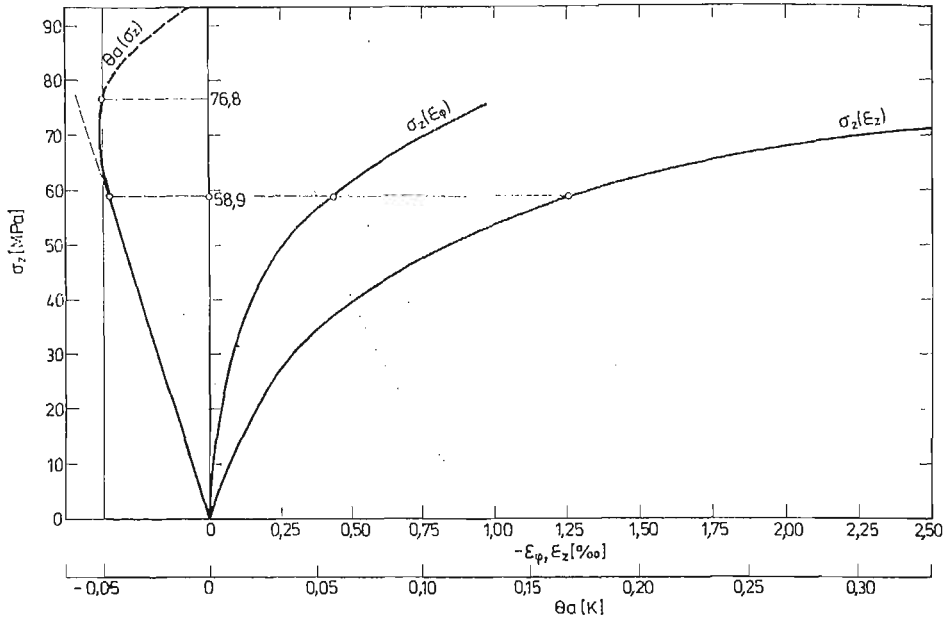
Rys. 7. Zależność naprężeń σ_ϕ od odkształceń całkowitych ϵ_ϕ , sprężystych ϵ_ϕ^e i plastycznych ϵ_ϕ^p podczas rozciągania obwodowego.



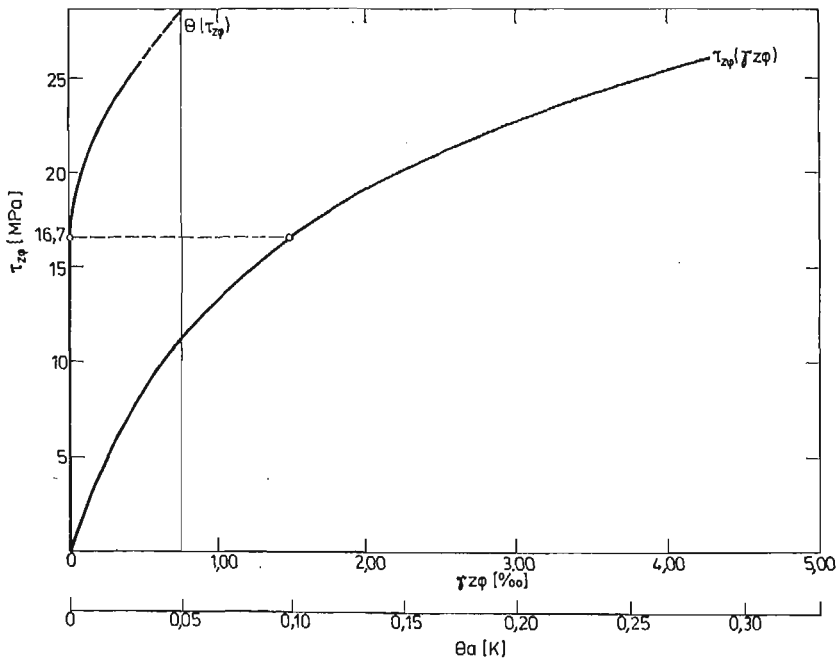
Rys. 8. Zależność naprężeń σ_x i σ_ϕ od odkształceń całkowitych ϵ_x i ϵ_ϕ , sprężystych ϵ_x^e i ϵ_ϕ^e oraz plastycznych ϵ_x^{pl} i ϵ_ϕ^{pl} podczas rozciągania dwuosiowego.



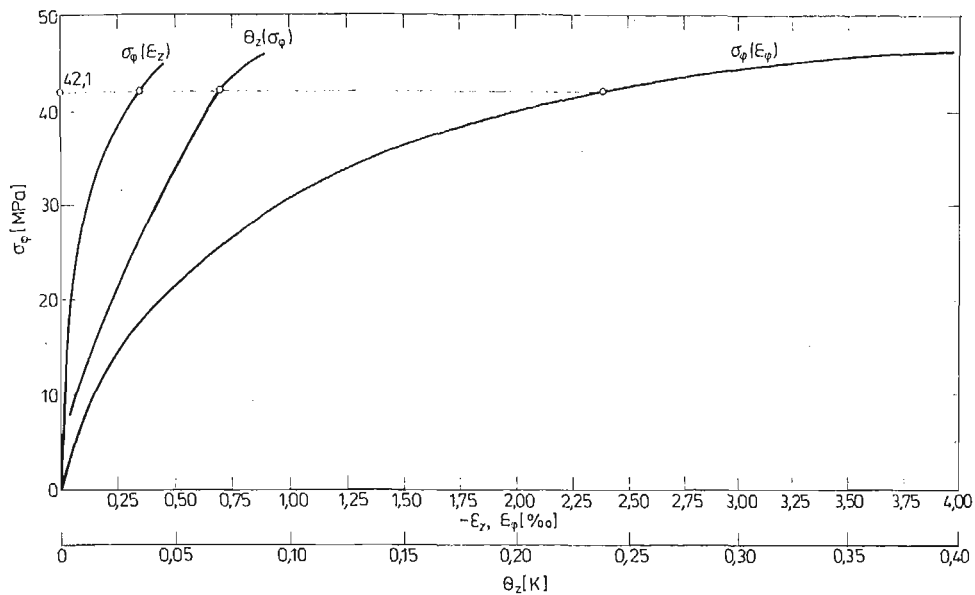
Rys. 9. Zależność naprężeń $\tau_{x\phi}$ od odkształceń całkowitych $\gamma_{x\phi}$, sprężystych $\gamma_{x\phi}^e$ i plastycznych $\gamma_{x\phi}^{pl}$ podczas skręcania.



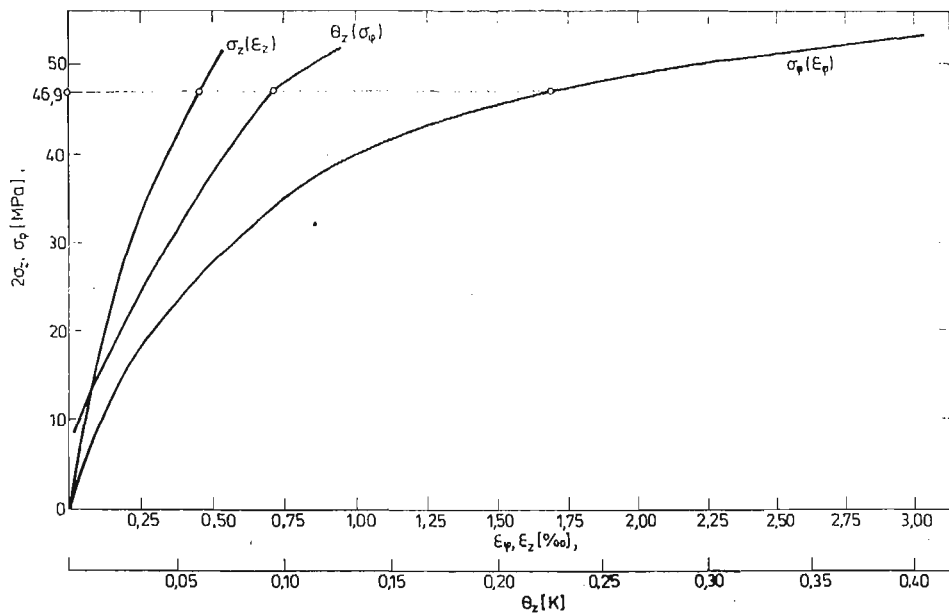
Rys. 10. Wykresy rozciągania $\sigma_z(\varepsilon_z)$ i $\sigma_z(\varepsilon_\varphi)$ oraz zmian temperatury $\theta_a(\sigma_z)$ podczas rozciągania osiowego.



Rys. 11. Wykres skręcania $\tau_{z\varphi}(\gamma_{z\varphi})$ i zmian temperatury $\theta_a(\tau_{z\varphi})$.



Rys. 12. Wykresy rozciągania $\sigma_\phi(\epsilon_\phi)$ i $\sigma_\phi(\epsilon_z)$ oraz zmian temperatury $\theta_z(\sigma_\phi)$ podczas rozciągania obwodowego.



Rys. 13. Wykresy rozciągania $\sigma_\psi(\epsilon_\phi)$ i $\sigma_z(\epsilon_z)$ oraz zmian temperatury $\theta_z(\sigma_\phi)$ podczas rozciągania dwuosiowego.

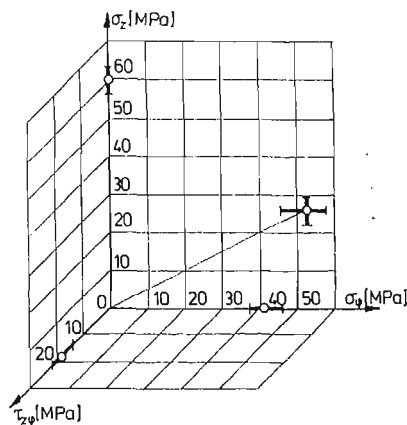
Wykresy zależności nieadiabatycznych zmian temperatury θ_z od naprężeń σ_φ podczas rozciągania obwodowego i dwuosiowego dla pojedynczych próbek przedstawione są na rys. 12 i 13. Zgodnie z przyjętą definicją granicy plastyczności materiał wchodził w stan plastyczny w punktach rozgraniczających początkowy zbliżony do liniowego przebieg zmian temperatury od przebiegu szybszych przyrostów temperatury.

Wartości wszystkich wyznaczonych w ten sposób granic plastyczności na czterech realizowanych drogach obciążania wraz z 95% przedziałami ufności wg rozkładu t-Studenta zamieszczono w tabeli 1 i przedstawiono na rys. 14. Wartości odkształceń całkowitych i plastycznych w kierunkach działania naprężeń odpowiadające średnim wartościom granic plastyczności podano w tabeli 2.

Wyniki pomiarów granicy plastyczności dla rozciągania dwuosiowego porównano z wartościami granic plastyczności wynikającymi z niektórych warunków plastyczności.

Tabela 1. Wartości granic plastyczności

Droga obciążania	Nr próbki	Granica plastyczności [MPa]		Wartość średnia [MPa]		95% przedział ufności [MPa]	
1	2	3		4		5	
I. Rozciąganie osiowe		σ_{z_0}		$\sigma_{z_0\delta r}$		$\Delta\sigma_{z_0}$	
	1	55,4		59,2		3,0	
	2	58,9					
	3	61,8					
	4	58,6					
	5	61,1					
II. Rozciąganie obwodowe		σ_{φ_0}		$\sigma_{\varphi_0\delta r}$		$\Delta\sigma_{\varphi_0}$	
	1	43,9		41,7		3,3	
	2	39,1					
	3	46,6					
	4	37,0					
	5	42,1					
III. Rozciąganie dwuosiowe ($\sigma_z/\sigma_\varphi = 0,5$)		σ_{φ_0}	σ_{z_0}	$\sigma_{\varphi_0\delta r}$	$\sigma_{z_0\delta r}$	$\Delta\sigma_{\varphi_0}$	$\Delta\sigma_{z_0}$
	1	51,0	25,5	52,6	26,3	6,3	3,2
	2	50,1	25,1				
	3	46,9	23,5				
	4	60,0	30,0				
	5	55,1	27,6				
IV. Skręcanie		$\tau_{z\varphi_0}$		$\tau_{z\varphi_0\delta r}$		$\Delta\tau_{z\varphi_0}$	
	1	16,7		17,7		3,3	
	2	16,0					
	3	22,2					
	4	15,7					
	5	17,9					



Rys. 14. Wyznaczone metodą STM wartości średnie granic plastyczności (z zaznaczonymi przedziałami ufnności).

Tabela 2. Wartości odkształceń w momencie osiągnięcia granicy plastyczności

Droga obciążania	Odkształcenie całkowite [‰]	Odkształcenie plastyczne [‰]
1. Rozciąganie osiowe	$\varepsilon_{z_0} \approx 1,8$	$\varepsilon_{z_0}^p \approx 1,2$
2. Rozciąganie obwodowe	$\varepsilon_{\varphi_0} \approx 2,1$	$\varepsilon_{\varphi_0}^p \approx 1,5$
3. Rozciąganie dwuosiowe ($\sigma_z/\sigma_\varphi = 0,5$)	$\varepsilon_{\varphi_0} \approx 3,2$ $\varepsilon_{z_0} \approx 0,6$	$\varepsilon_{\varphi_0}^p \approx 2,6$ $\varepsilon_{z_0}^p \approx 0,3$
4. Skręcanie	$\gamma_{z\varphi_0} \approx 1,8$	$\gamma_{z\varphi_0}^p \approx 1,1$

Tabela 3. Wartości granic plastyczności (w MPa) podczas rozciągania dwuosiowego

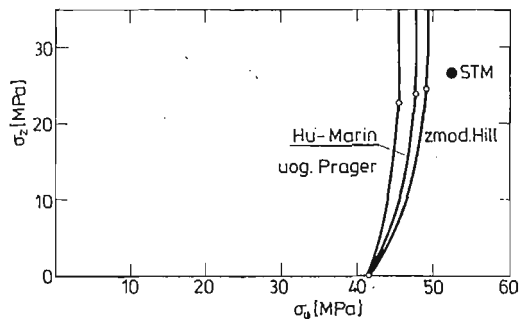
Metoda STM	Warunek Hu-Marina	Warunek Hilla	Uog. warunek Pragera
52,6	47,9	49,1	45,4

Ze względu na trudności w pełnym jakościowym i ilościowym zidentyfikowaniu anizotropii materiału założono, że materiał jest ortotropowy, a osiami głównymi ortotropii są osie r , φ , z walcowego układu współrzędnych związanego z próbką. Użyto warunku plastyczności Hu-Marina [3]

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z_0}}\right)^2 - \frac{\sigma_z \sigma_\varphi}{\sigma_{z_0} \sigma_{\varphi_0}} - \left(\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi_0}}\right)^2 = 1, \quad (10)$$

uogólnionego warunku Pragera (cyt. w [3])

$$\frac{3}{2} \left[\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z_0}}\right)^2 - \frac{\sigma_z \sigma_\varphi}{\sigma_{z_0} \sigma_{\varphi_0}} + \left(\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi_0}}\right)^2 \right]^3 - \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z_0}} + \frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi_0}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z_0}} - \frac{2\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi_0}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi_0}} - \frac{2\sigma_z}{\sigma_{z_0}}\right)^2 = 1, \quad (11)$$



Rys. 15. Wartości granic plastyczności podczas dwuosiowego rozciągania wyznaczone metodą STM i obliczone na podstawie ortotropowych warunków plastyczności.

i zmodyfikowanego warunku Hilla [8]

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z_0}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_{\varphi_0}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sigma_{z_0}^2} + \frac{1}{\sigma_{\varphi_0}^2} - \frac{1}{\sigma_{\varphi_0}\sigma_{z_0}}\right)\sigma_z\sigma_\varphi = 1. \quad (12)$$

Występujące w nich granice plastyczności σ_{z_0} i σ_{φ_0} wyznaczono metodę sprzężenia termomechanicznego. Wartości granic plastyczności podczas rozciągania dwuosiowego obliczone z warunków plastyczności są podane w tabeli 3 i przedstawione na rys. 15.

5. Wnioski

Z przeprowadzonej analizy teoretycznej oraz wyników przykładowych badań doświadczalnych wynika, że za miarę wejścia materiału w stan plastyczny można przyjąć przyrost temperatury sprzężonej z naprężeniami w adiabatycznym procesie obciążania. Fakt ten ma istotne znaczenie dla praktyki doświadczalnej, szczególnie w przypadku materiałów anizotropowych i nieliniowych.

Literatura

1. B. GABRYSZEWSKA, Praca doktorska. Politechnika Wrocławska, Wrocław 1964.
2. Z. GABRYSZEWSKI, W. ŚRÓDKA, *Zastosowanie temperatury sprzężonej z odkształceniami do oceny dysypacji energii i wyznaczania granic plastyczności*. Mech. Teor. i Stos., 19, 1, 1981.
3. HU L.W., Y. MARIN, *Anizotropnyje funkcji nagruženija dla složnych napriazennych sostojanij v plastičeskoj oblasti*. [w:] Mechanika. Izd. I. L., 2, Moskwa 1956.
4. J. KLEPACZKO, *Sprężenia termo-mechaniczne w metalach*. Prace IPPT, 11/78, Warszawa 1978.
5. Z. MARCINIAK, *Odkształcenia graniczne przy tłoczeniu blach*. WNT, Warszawa 1971.
6. W. NOWACKI, *Teoria sprężystości*. PWN, Warszawa 1970.
7. B. PINDUR, Praca doktorska. IM i MT, Politechnika Wrocławska, Wrocław, 1983.
8. G. S. PISARENKO, A. A. LEBEDEV, *Deformirovanije i pročnosť materialow pri složnom napriazennom sostojanii*. Izd. „Naukova Dumka”, Kijew 1976.

Резюме

ОЦЕНКА ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИЧНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ТЕРМО-МЕХАНИЧЕСКОГО СОПРЯЖЕНИЯ

В работе представлена роль термо-механического метода /STM/ исследования поверхности пластичности. Указана теоретическая возможность определения поверхности пластичности термо-механическим методом в анизотропных нелинейно-упругих материалах, подвергнутых простому и сложному нагружению. Были проведены экспериментальные исследования, состоящие в определении предела пластичности методом STM анизотропного упруго-пластического (с начала нагружения) материала. Тонкостенные трубчатые образцы из поликристаллического цинка были подвергнуты одноосному растяжению в осевом и тангенциальном направлении, двухосному растяжению и кручению. Полученные результаты были сравнены с результатами, вытекающими из некоторых гипотез пластичности.

Summary

THE DETERMINATION OF THE ANISOTROPIC NON-LINEAR MATERIAL'S YIELD SURFACE BY THERMAL-MECHANICAL COUPLING METHOD.

The role of thermal-mechanical coupling method (STM) of the yield surface investigation has been presented. A theoretical possibility of determining the yield surface using the STM method in anisotropic non-linear elastic materials at proportional and non-proportional loadings out has been pointed out. The experimental investigations consisting in the yield surface determination by STM method in macroanisotropic elastic-plastic material (since the beginning of loading) have been described. The material was polycrystalline zink. Tubular thin-walled specimens were subjected to uniaxial tension in axial and tangential direction, torsion and biaxial tension. The comparison of the obtained results with the values of the yield point resulting from the strength hypotheses has been presented.

Praca została złożona w Redakcji dnia 27 marca 1983 roku