

## PLASKI ROZLOT PRODUKTÓW DETONACJI ZE SKOKOWO ZMIENNYM WYKŁADNIKIEM IZENTROPY

EDWARD WŁODARCZYK (WARSZAWA)

WAT

### 1. Wstęp

Problem rozlotu produktów detonacji (PD) był badany przez wielu autorów [1 - 6]. Omawiany jest również w licznych monografiach poświęconych fizyce wybuchu [7 - 17]. Ostatnio nabrał on szczególnego znaczenia w badaniach nad kompresją ośrodków ciągłych do stanów ekstremalnych. W tym przypadku chodzi o napędzanie do dużej prędkości, rzędu kilkunastu i więcej km/s, powłok lub płytek (linerów) [18 - 24] za pomocą materiałów wybuchowych (MW).

Poza tym, przy urabianiu kopalni cylindrycznymi ładunkami wybuchowymi, górne segmenty otworów wypełnia się obojętymi materiałami inercyjnymi, które tworzą tzw. przybitkę. Produkty detonacji w procesie rozprężania się są hamowane przez nią, co ma istotny wpływ na rozkład parametrów stanu i ruchu produktów wybuchu w otworze strzelniczym, a w konsekwencji — na masę urabianej skały. Zagadnienia te były badane w pracach [25 - 28].

W cytowanych publikacjach problem swobodnego i hamowanego rozlotu PD badano przy założeniu, że rozprężają się one analogicznie jak gaz idealny. Do opisu zjawisk zachodzących za frontem detonacji stosowano izentropę Poissona ze stałym wykładnikiem, tj.

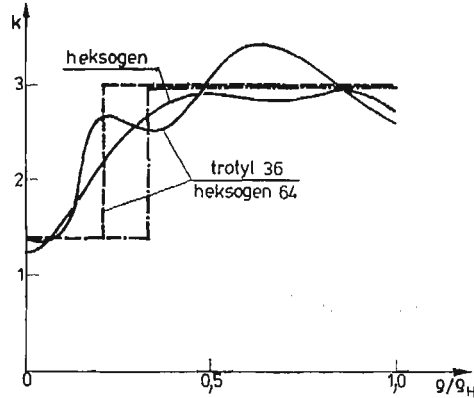
$$p = p_H \left( \frac{\rho}{\rho_H} \right)^{k_H}; \quad k_H = k = \text{const} \quad (1.1)$$

gdzie  $p_H$  i  $\rho_H$  oraz  $k_H$  są odpowiednio wartościami ciśnienia i gęstości oraz wykładnika izentropy w punkcie Jougueta, natomiast  $p$  i  $\rho$  oznaczają odpowiednio ciśnienie i gęstość PD w strefie rozrzedzenia.

Aproksymacja procesu rozprężania się PD równaniem Poissona (1.1) pozwoliła skonstruować zamknięte rozwiązanie wielu zagadnień granicznych gazodynamiki wybuchu. Jest to zaleta tego modelu. Natomiast jego wadą jest duża rozbieżność, szczególnie w końcowej fazie procesu rozprężania się PD, między równaniem (1.1) a eksperymentalnymi izentropami PD. Wynika to z faktu, że w rzeczywistym procesie rozprężania się PD wykładnik izentropy jest funkcją gęstości. W zależności od rodzaju MW może zmieniać się

w przedziale  $1 < k < 3,5$ . Przykładowe zmiany wykładnika izentropy  $PD$  dla heksogenu oraz dla mieszaniny trotyl /heksogen 36/ 64 pokazujemy na rys. 1 (linie ciągłe). Z wykresów tych wynika wniosek, że aproksymacja procesu rozprężania  $PD$  równaniem Poissona obarczona jest dużym błędem.

Można go częściowo zredukować, aproksymując doświadczalną izentropę  $PD$  krzywą złożoną z dwóch segmentów opisanych równaniami typu (1.1). Wykładnik  $k$  w równaniu (1.1), przy przejściu z jednego segmentu na drugi, zmienia się w sposób skokowy (linie



Rys. 1.

przerywane na rys. 1). Konsekwencją tego faktu jest skokowa zmiana prędkości dźwięku na styku dwóch segmentów, natomiast ciśnienie, gęstość i prędkość przepływu  $PD$  zachowują ciągłość.

Mimo skokowej zmiany prędkości propagacji zaburzeń taka aproksymacja dość dobrze przybliży rzeczywistość oraz umożliwi konstrukcję zamkniętych rozwiązań zagadnień dynamicznych fizyki wybuchu. Mając to na uwadze, zastosujemy dwusegmentowy model krzywej  $p-\rho$  do opisu procesu rozprężania się  $PD$  za frontem detonacji  $MW$ . W rozważaniach uwzględniamy oddziaływanie atmosfery na ruch produktów detonacji.

Praca składa się z pięciu rozdziałów. We wstępie dokonujemy krótkiego przeglądu literatury oraz omawiamy dwa równania izentrop  $PD$ . W rozdziale drugim kompletujemy równania opisujące ruch  $PD$  za frontem detonacji, a w trzecim rozwiązujemy badany problem dla izentropy Poissona ze stałym wykładnikiem  $k$ . Rozdział czwarty zawiera rozwiązanie dla izentropy dwusegmentowej ze skokową zmianą wykładnika  $k$ . Pracę kończymy przykładem zamieszczonym w rozdziale piątym.

## 2. Sformułowanie problemu

Niech prawą półprzestrzeń wypełnia skondensowany (stały lub ciekły) materiał wybuchowy. Może ją wypełniać również gazowa lub aerozolowa mieszanina wybuchowa. Z półprzestrzenią tą kontaktuje nieruchome powietrze o następujących, początkowych parametrach stanu: ciśnienie —  $p_0$ , gęstość —  $\rho_0$ , temperatura —  $T_0$  i wykładnik izentropy —

$\gamma$ . Prędkość detonacji  $MW$  oznaczmy przez  $d$ . Ponadto założymy, że detonacja inicjowana jest jednocześnie na całej swobodnej płaszczyźnie półprzestrzeni wypełnionej  $MW$ . Wówczas ruch badanego układu wymuszony detonacją  $MW$  jest płaski.

Zgodnie z klasyczną, hydrodynamiczną teorią detonacji [7-9], w przedstawionym układzie wytworzy się system fal złożony z fali detonacyjnej, fali rozrzedzenia i fali uderzeniowej. Będziemy zatem badać płaski, niestacjonarny ruch niejednorodnego ośrodka gazowego ze słabymi i silnymi nieciągłościami oraz z nieciągłością kontaktową (styk produktów wybuchu z powietrzem).

W obszarach, w których przepływ ośrodka jest ciągły (fale rozrzedzenia), jego ruchem rządzą równania różniczkowe o następującej postaci:

$$\begin{aligned} \rho_e u_{,tt} &= -p_{,r} \\ \rho_e &= \rho(1+u_{,r}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

gdzie  $r$  jest współrzędną Lagrange'a, a  $t$  oznacza czas, natomiast symbole  $p$ ,  $\rho$  i  $u$  oznaczają odpowiednio: ciśnienie, gęstość i przemieszczenie ośrodka.

Zgodnie z zapowiedzią zawartą w poprzednim rozdziale, równania (2.1) uzupełniamy dwusegmentową izentropą o następującej postaci:

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_K} &= \left( \frac{\rho}{\rho_K} \right)^m, & \text{jeśli } p \leq p_K, \quad \rho \leq \rho_K \\ \frac{p}{p_H} &= \left( \frac{\rho}{\rho_H} \right)^n, & \text{jeśli } p_K \leq p \leq p_H, \quad \rho_K \leq \rho \leq \rho_H \end{aligned} \quad (2.2)$$

przy czym od punktu Jougueta do punktu  $K$  wykładnik izentropy  $n = k_H = \text{const}$ , natomiast dla  $p < p_K$  przyjmujemy  $m < n$ . Dla klasycznych  $MW$  można przyjąć  $m = 1,25$  oraz  $n = 3$ . Wielkości  $p_K$  i  $\rho_K$  określamy z równań [8]:

$$\begin{aligned} \frac{p_H}{p_K} &= \left( \frac{\rho_H}{\rho_K} \right)^n, \\ \frac{p_K}{\rho_K(m-1)} + \frac{p_H}{\rho_H(n-1)} - \frac{p_K}{\rho_K(n-1)} &= Q + \frac{p_H}{2} \left( \frac{1}{\rho_e} - \frac{1}{\rho_H} \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

gdzie  $Q$  jest ciepłem wybuchu  $MW$ .

Na frontach fal silnych nieciągłości (fale uderzeniowa i detonacyjna) równania różniczkowe (2.1) tracą sens. W ich miejsce, zgodnie z prawami zachowania masy, pędu i energii oraz warunkiem Jougueta [7-9] mamy:

— na froncie fali detonacyjnej

$$\begin{aligned} (u_{,t})_H &= v_H = \frac{d}{k_{H+1}}, & c_H &= \frac{k_H}{k_H+1} d, \\ (1+u_{,r})_H &= \frac{\rho_e}{\rho_H} = \frac{k_H}{k_H+1}, & p_H &= \frac{1}{k_H+1} \rho_e d^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

— na froncie fali uderzeniowej

$$\begin{aligned} p_u - p_0 &= (b-v_0)(v_u - v_0)\rho_0 \\ (b-v_u)\rho_u &= (b-v_0)\rho_0, \\ e_u - e_0 &= \frac{1}{2} (p_u + p_0) \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_u} \right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

gdzie  $b$ ,  $c$  i  $d$  oraz  $v$  odpowiednio oznaczają prędkości propagacji: fali uderzeniowej w powietrzu; dźwięku w gazach powybuchowych i fali detonacyjnej w  $MW$ , oraz prędkość przemieszczania się (przepływu) ośrodka;  $e$  jest energią wewnętrzną odniesioną do jednostki masy powietrza. Indeksami  $u$  i  $o$  oznaczyliśmy odpowiednio parametry powietrza na froncie i przed frontem fali uderzeniowej.

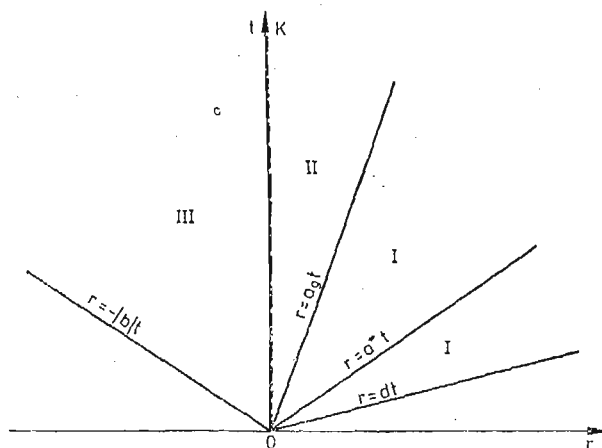
Pozostałe warunki graniczne będziemy identyfikować w trakcie rozwiązywania konkretnych zagadnień granicznych w poszczególnych obszarach płaszczyzny  $r, t$ .

Przejdziemy obecnie do konstrukcji rozwiązania sformułowanego problemu. W pierwszej kolejności rozpatrzmy przypadek, kiedy wykładnik izentropy jest stały ( $k_H = k = \text{const}$ ). W ten sposób uzyskamy tło porównawcze dla rozwiązania problemu podanego w tytule pracy.

### 3. Rozwiązanie problemu dla $k = \text{const}$

Falowy obraz rozwiązania dla tego przypadku przyjmuje postać pokazaną na rys. 2. Zgodnie z hydrodynamiczną teorią detonacji normalnej [7, 8], w rozpatrywanym przypadku, kontaktujące z  $MW$  powietrze nie oddziałuje na przebieg procesu detonacji. Dlatego front fali detonacyjnej, niezależnie od warunków brzegowych, propaguje się z prędkością

$$d = \frac{r}{t}. \quad (3.1)$$



Rys. 2.

Prędkość  $d$  determinowana jest przez fizykochemiczne właściwości  $MW$ . Za frontem fali detonacyjnej  $r = dt$  zachodzi izentropowy proces rozprężania się nagranych do wysokiej temperatury (rzędu kilku tysięcy stopni Kelvina) produktów wybuchu. Tworzy się pęk prostoliniowych, rozbieżnych charakterystyk o dodatnich współczynnikach kierunkowych. Wśród tego pęku prostych wyróżnia się charakterystyka o równaniu

$$(3.2) \quad r = a*t,$$

wzdłuż której następuje całkowite wyhamowanie  $PD$  ( $v = 0$ ). Od tej charakterystyki poczynając, gazy powybuchowe poruszają się w przeciwnym kierunku w stosunku do

frontu detonacji. Proces dekompresji *PD* kończy się na charakterystyce granicznej:

$$(3.3) \quad r = a_H t.$$

Ruchoma granica *PD* (nicciągłość kontaktowa *OK* — granica kontaktu półprzestrzeni *MW* z powietrzem) spełnia rolę płaskiego tłoka, który porusza się ze stałą prędkością i generuje w powietrzu front fali uderzeniowej o równaniu

$$(3.4) \quad r = -|b|t,$$

gdzie *b* jest prędkością propagacji frontu stacjonarnej fali uderzeniowej.

Przedstawiony jakościowy opis zjawiska w ujęciu analitycznym kształtuje się w następujący sposób.

Procesem rozprężania się *PD* za frontem detonacji rządzą równania (2.1) uzupełnione równaniem izentropy (2.2), która dla przypadku  $k = \text{const}$  ma postać:

$$\frac{p}{p_H} = \left( \frac{\rho}{\rho_H} \right)^k. \quad (3.5)$$

W badanym problemie równania (2.1) wygodnie jest zastąpić następującymi związkami:

$$du_{,t} = \pm a(u,r) du_{,r}, \quad (3.6)$$

które są spełnione wzdłuż charakterystyk

$$dr = \pm a(u,r) dt, \quad (3.7)$$

gdzie  $a(u,r)$  jest prędkością propagacji małych zaburzeń w *PD*. W opisie Lagrange'a, dla badanego przypadku płaskiego przepływu, wyraża się ona wzorem:

$$a(u,r) = \left[ \frac{kp_H \rho_e^{k-1}}{\rho_H^k (1+u,r)^{k+1}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{k+1}{k} (1+u,r) \right]^{-\frac{k+1}{2}} d \quad (3.8)$$

Po podstawieniu funkcji (3.8) do związków (3.6) i scałkowaniu otrzymujemy:

$$\begin{aligned} u_{,t} - (u,t)_p &= \mp \frac{2}{k-1} \left( \frac{kp_H \rho_e^{k-1}}{\rho_H^k} \right)^{\frac{1}{2}} [(1+u,r)^{-\frac{k-1}{2}} - (1+u,r)_p^{-\frac{k-1}{2}}] = \\ &= \mp \frac{2}{k-1} \left( \frac{k}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2}} [(1+u,r)^{-\frac{k-1}{2}} - (1+u,r)_p^{-\frac{k-1}{2}}], \end{aligned} \quad (3.9)$$

gdzie indeksem *p* oznaczono wartości początkowe odpowiednich wielkości. W rozpatrywanym przypadku będą to wartości parametrów na froncie fali detonacyjnej, tj:

$$\begin{aligned} (u,t)_p &= v_H = \frac{d}{k+1}, \\ (1+u,r)_p &= (1+u,r)_H = \frac{k}{k+1}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Przejdziemy obecnie do rozwiązania zagadnień granicznych w poszczególnych obszarach płaszczyzny *r, t*. Parametry stanu i ruchu w obszarach będziemy oznaczać dolnym indeksem liczbowym zgodnym z numerem danego obszaru.

Obszar I.

Z równania pęku charakterystyk

$$\frac{r}{t} = a_1 = \left[ \frac{k p_H \varrho_e^{k-1}}{\varrho_H^k (1+u_{1,r})^{k+1}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{k+1}{k} (1+u_{1,r}) \right]^{-\frac{k+1}{2}} d$$

wynika, że:

$$1+u_{1,r} = \left[ \frac{\varrho_e}{k p_H} \left( \frac{\varrho_H}{\varrho_e} \right)^k \right]^{-\frac{1}{k+1}} \left( \frac{r}{dt} \right)^{-\frac{2}{k+1}} = \frac{k}{k+1} \left( \frac{r}{dt} \right)^{-\frac{2}{k+1}} \quad (3.11)$$

Podstawiając (3.11) do (2.1)<sub>2</sub> otrzymamy:

$$\varrho_1(r, t) = \varrho_H \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2}{k+1}} = \frac{k+1}{k} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2}{k+1}} \varrho_e \quad (3.12)$$

Dalej z równania izentropy (3.5) po wykorzystaniu wyrażeń (2.4) mamy:

$$p_1(r, t) = p_H \left( \frac{\varrho_1}{\varrho_H} \right)^k = \frac{1}{k+1} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2k}{k+1}} \varrho_e d^2. \quad (3.13)$$

Z kolei podstawiając wyrażenia (3.10) i (3.11) do równania (3.9) (ze znakiem +), po przekształceniach otrzymujemy:

$$u_{1,r}(r, t) = v_1(r, t) = \frac{d}{k-1} \left[ \frac{2k}{k+1} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{k-1}{k+1}} - 1 \right]. \quad (3.14)$$

Poza tym, wzdłuż charakterystyki (3.2), na której  $v_1 = 0$ , mamy:

$$-v_H = \frac{2}{k-1} \left( \frac{k}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2}} \left[ (1+u_{1,r}^*)^{-\frac{k-1}{2}} - (1+u_{1,r})_H^{-\frac{k-1}{2}} \right].$$

Stąd po wykorzystaniu zależności (2.4) i dokonaniu przekształceń uzyskujemy następujący wzór:

$$1+u_{1,r}^* = \frac{1}{2} \left( \frac{2k}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}. \quad (3.15)$$

Z kolei po podstawieniu wyrażenia (3.15) do wzoru (3.8) otrzymujemy:

$$a^* = \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} d. \quad (3.16)$$

Pozostałe parametry stanu na charakterystyce  $r = a^* t_1$  zgodnie z wyprowadzonymi wzorami (3.12) i (3.13) oraz (3.16), przyjmują postać:

$$\begin{aligned} \varrho_1^* &= \frac{k+1}{k} \left( \frac{a^*}{d} \right)^{\frac{2}{k+1}} \varrho_e = 2 \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \varrho_e, \\ p_1^* &= \frac{1}{k+1} \left( \frac{a^*}{d} \right)^{\frac{2k}{k+1}} \varrho_e d^2 = \frac{1}{2k} \left( \frac{k+1}{2k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \varrho_e d^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Obszary II i III.

W pierwszej kolejności przekształcimy wyrażenia na froncie fali uderzeniowej (2.5). Zgodnie z termodynamiką gazu politropowego, jego wewnętrzną energię właściwą można wyrazić wzorem:

$$e = \frac{p}{(\gamma-1)\varrho}. \quad (3.18)$$

Z kolei podstawiając wyrażenie (3.18) do związku (2.5)<sub>3</sub> (indeks  $u$  zastępujemy indeksem 3), po przekształceniach otrzymamy:

$$\frac{\varrho_3}{\varrho_0} = \frac{(\gamma+1)p_3 + (\gamma-1)p_0}{(\gamma+1)p_0 + (\gamma-1)p_3} \quad \text{lub} \quad \frac{p_3}{p_0} = \frac{(\gamma+1)\varrho_3 - (\gamma-1)\varrho_0}{(\gamma+1)\varrho_0 - (\gamma-1)\varrho_3}.$$

Jest to analityczna postać adiabaty uderzeniowej dla gazu politropowego.

Związki na froncie fali uderzeniowej (2.5), po wykorzystaniu wzorów (3.19) można zredukować do następującej (wygodnej dla inżynierskich zastosowań) postaci:

$$\begin{aligned} \frac{v_3}{b} &= \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 - \frac{a_0^2}{b^2} \right), \\ \frac{p_3 - p_0}{\varrho_0 b^2} &= \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 - \frac{a_0^2}{b^2} \right), \\ 1 - \frac{\varrho_0}{\varrho_3} &= \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 - \frac{a_0^2}{b^2} \right), \\ a_0 &= \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\varrho_0}}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Obecnie przejdziemy do rozwiązania problemu w obszarach II i III. Zgodnie z teorią rozpadu dowolnej nieciągłości [9] parametry stanu i ruchu zachowują tutaj stałe wartości. Z ciągłości ciśnienia i prędkości na granicy ośrodków  $OK$  wynika, że

$$\begin{aligned} p_2 &= p_3 = p_\theta = \text{const}, \\ v_2 &= v_3 = v_\theta = \text{const}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Z równości (3.21), po wykorzystaniu (3.13) i (3.14) oraz (3.3) i (3.20), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} p_\theta &= \frac{1}{k+1} \left( \frac{a_g}{d} \right)^{\frac{2k}{k+1}} \varrho_e d^2 = p_0 \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{b^2}{a_0^2} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right), \\ v_\theta &= \frac{d}{k-1} \left[ \frac{2k}{k+1} \left( \frac{a_g}{d} \right)^{\frac{k-1}{k+2}} - 1 \right] = \frac{2}{\gamma+1} \frac{a_0^2}{b} \left( \frac{b^2}{a_0^2} - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Dalej z równości (3.22)<sub>1</sub> wynika, że

$$\frac{b}{a_0} = - \left[ \frac{\gamma+1}{2(k+1)} \frac{\varrho_e d^2}{\varrho_0 a_0^2} \left( \frac{a_g}{d} \right)^{\frac{2k}{k+1}} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.23)$$

Z kolei podstawiając wyrażenie (3.23) do równości (3.22)<sub>2</sub> otrzymujemy przestępne równanie na wielkość  $a_g/d$  w następującej postaci

$$\frac{D}{k-1} = \frac{2k}{k^2-1} D A_g^{k-1} + \frac{\frac{\omega D}{k+1} A_g^{2k} - \frac{1}{\gamma}}{\left[ \frac{\gamma+1}{2(k+1)} \omega D A_g^{2k} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right]^{1/2}} \quad (3.24)$$

dla  $k \neq 1$  oraz

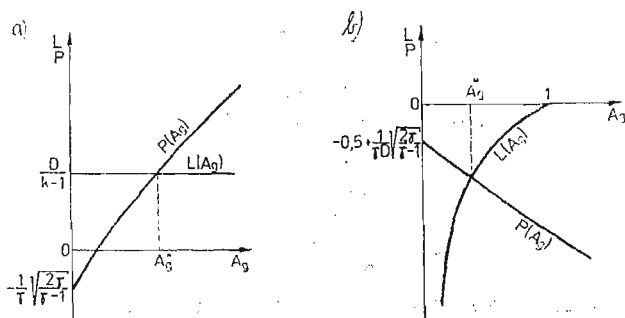
$$\ln A_g = -0,5 - \frac{\omega D A_g^2 - 2/\gamma}{D \left[ (\gamma+1)\omega D A_g^2 + 2 \frac{\gamma-1}{\gamma} \right]^{1/2}} \quad (3.25)$$

dla  $k = 1$ , gdzie

$$A_g = \left( \frac{a_g}{d} \right)^{\frac{1}{k+1}}, \quad D = \frac{d}{a_0}, \quad \omega = \frac{\rho_e d}{\rho_0 a_0} \quad (3.26)$$

Równania (3.24) i (3.25) mają po jednym pierwiastku rzeczywistym  $A_g^*$ . Wynika to bezpośrednio z rys. 3, na którym przedstawiono w jakościowy sposób zmianę lewych  $L(A_g)$  i prawych  $P(A_g)$  stron równań (3.24) — rys. 3a, i (3.25) — rys. 3b w funkcji zmiennej  $A_g$ .

Dla skondensowanych (stałych i ciekłych) materiałów wybuchowych wartość iloczynu  $\omega D = \rho_e d^2 / \rho_0 a_0^2$  jest dużo większa od jedności ( $\omega D \sim 10^5 - 10^6$ ). Na przykład dla tetrylu



Rys. 3.

( $\rho_e = 1680 \text{ kg/m}^3$ ,  $d = 7500 \text{ m/s}$ ) jest  $\omega D = 672688,75$ , a dla trotylu usypowego ( $\rho_e = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $d = 4340 \text{ m/s}$ ) mamy:  $\omega D = 107263,5$ . Mając to na uwadze, po pominięciu we wzorach (3.24) i (3.25) wielkości małych wyższego rzędu, otrzymujemy uproszczone równania przestępne na parametr  $A_g$  w następującej postaci:

$$\sqrt{\frac{2\omega D}{(\gamma+1)(k+1)}} A_g^k + \frac{2k}{k^2-1} D A_g^{k-1} - \frac{D}{k-1} = 0 \quad (3.27)$$

dla  $k \neq 1$  oraz

$$\ln A_g = -0,5 - \sqrt{\frac{1}{\gamma+1} \frac{\omega}{D}} A_g \quad (3.28)$$

dla  $k = 1$ .

Ze wzoru (3.27) dla całkowitych wartości wykładnika  $k = 2$  i  $k = 3$  odpowiednio otrzymujemy:

$$A_g^* = D \left( -\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{4}{9} + \sqrt{\frac{2}{3(\gamma+1)} \frac{\omega}{D}}} \right) \sqrt{\frac{3(\gamma+1)}{2\omega D}} \quad (3.29)$$

dla  $k = 2$  oraz

$$A_g^* = \sqrt[3]{-\frac{q_0}{2} + \sqrt{\frac{q_0^2}{4} + \frac{r_0^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q_0}{2} - \sqrt{\frac{q_0^2}{4} + \frac{r_0^3}{27}}} - \sqrt{\frac{\gamma+1}{8} \frac{D}{\omega}} \quad (3.30)$$



dla  $k = 3$ , gdzie

$$r_0 = -\frac{3}{8}(\gamma+1)\frac{D}{\omega}; \quad q_0 = \left(\frac{\gamma+1}{8}\frac{D}{\omega} - 1\right) \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}\frac{D}{\omega}}. \quad (3.31)$$

Jednoznaczne określenie wartości parametru  $A_g^*$  rozwiązuje badany problem. I tak w obszarach II i III, zgodnie ze wzorami (3.19) i (3.21÷3.23), mamy:

$$\begin{aligned} p_2 = p_3 = p_g &= \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}B^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) p_0, \\ v_2 = v_3 = v_g &= \frac{2}{\gamma+1} \frac{B^2-1}{B} a_0, \\ \varrho_2 &= \frac{k+1}{k} \left(\frac{k+1}{\gamma+1} \frac{2B^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma}}{\omega D}\right)^{1/k} \varrho_0, \\ \varrho_3 &= \frac{(\gamma+1)B^2}{2+(\gamma-1)B^2} \varrho_0, \end{aligned} \quad (3.32)$$

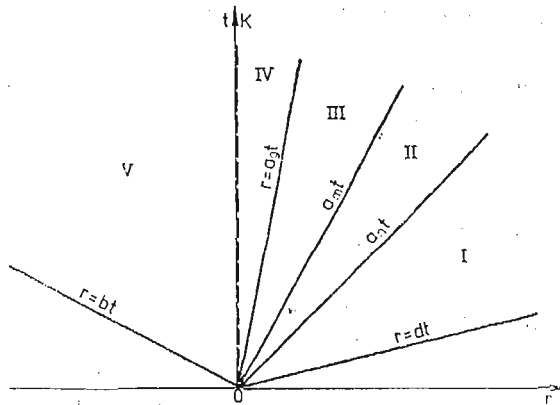
gdzie:

$$B = \left[ \frac{\gamma+1}{2(k+1)} \omega D A_g^{*2k} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right]^{1/2} \quad (3.33)$$

Tym samym problem został rozwiązany w zamkniętej postaci dla  $k = \text{const}$ .

#### 4. Rozwiązanie problemu dla $k \neq \text{const}$

Falowy obraz procesu rozprężania się  $PD$  według krzywej  $p-\varrho$  opisanej wzorami (2.2) przyjmuje postać pokazaną na rys. 4. Początkowa faza rozłotu  $PD$  przebiega identycznie jak w przypadku opisanym w poprzednim rozdziale. Z chwilą gdy parametry stanu  $p$  i  $\varrho$  osiągną wartości  $p_k$  i  $\varrho_k$ , następuje skokowa zmiana wykładnika izentropy z  $k = n$  na  $k = m < n$ . Powoduje to skokową zmianę wartości prędkości propagacji



Rys. 4.

zaburzeń z  $a = a_n$  na  $a = a_m < a_n$ . W związku z tym na płaszczyźnie  $r, t$  powstaje klinowy obszar II zawarty między charakterystykami  $r = a_n t$  i  $r = a_m t$ , w którym parametry stanu  $p$  i  $\varrho$  oraz prędkość przemieszczania się gazów  $v$  zachowują stałe wartości. Po upływie czasu  $\Delta t = r/a_m - r/a_n$  następuje dalszy proces dekompresji  $PD$  według drugiego segmentu krzywej (2.2). Przebieg tego procesu jest analogiczny do przypadku opisanego w rozdziale trzecim.

Przedstawiony jakościowy opis zjawiska rozlotu  $PD$  z uwzględnieniem skokowej zmiany wykładnika izentropy  $k$ , w ujęciu analitycznym kształtuje się w następujący sposób.

#### O b s z a r I.

Wykorzystując rozwiązanie dla  $k = \text{const}$  (wzory (3.12) - (3.14)) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} p_1(r, t) &= \frac{1}{n+1} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2n}{n+1}} \varrho_e d^2, \\ \varrho_1(r, t) &= \frac{n+1}{n} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{2}{n+1}} \varrho_e, \\ v_1(r, t) &= \frac{d}{n-1} \left[ \frac{2n}{n+1} \left( \frac{r}{dt} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (4.1)$$

#### O b s z a r II.

Parametry w tym obszarze zachowują stałe wartości i odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned} p_2(r, t) &= p_K = \text{const}, \\ \varrho_2(r, t) &= \varrho_K = \text{const}, \\ v_2(r, t) &= v_K = \frac{d}{n-1} \left[ \frac{2n}{n+1} \left( \frac{a_n}{d} \right)^{\frac{n-1}{n+1}} - 1 \right], \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdzie:

$$a_n = \sqrt[n]{n \frac{\varrho_K p_K}{\varrho_e p_e}} \quad (4.3)$$

Wartości parametrów  $p_K$  i  $\varrho_K$  określamy ze wzorów (2.3).

#### O b s z a r III.

Wykorzystując wyrażenie (3.8), równanie (2.1)<sub>2</sub>, równanie pęku charakterystyk  $r = a_3 t$  oraz związek na dodatniej charakterystyce (3.9), po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$\begin{aligned} p_3(r, t) &= p_K \left( \frac{r}{a_m t} \right)^{\frac{2m}{m+1}}, \\ \varrho_3(r, t) &= \varrho_K \left( \frac{r}{a_m t} \right)^{\frac{2}{m+1}}, \\ v_3(r, t) &= v_K + \frac{2}{m-1} c_K \left[ \left( \frac{r}{a_m t} \right)^{\frac{m-1}{m+1}} - 1 \right], \end{aligned} \quad (4.4)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a_m &= \sqrt{m \frac{\rho_K}{\rho_e} \frac{p_K}{\rho_e}} = \sqrt{\frac{m}{n}} a_n, \\ c_K &= \sqrt{m \frac{p_K}{\rho_K}}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Obszary IV i V.

W obszarach IV i V, zgodnie z teorią rozpadu dowolnej nieciągłości, parametry stanu i ruchu  $PD$  oraz powietrza zachowują stałe wartości. Dalej z ciągłości ciśnienia i prędkości ruchu gazów wynika, że

$$\begin{aligned} p_4 &= p_5 = p_g = \text{const}, \\ v_4 &= v_5 = v_g = \text{const}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie zgodnie ze wzorami (4.4)<sub>1</sub> i (4.4)<sub>3</sub> mamy:

$$\begin{aligned} p_g &= p_K \left( \frac{a_g}{a_m} \right)^{\frac{2m}{m+1}}, \\ v_g &= v_K + \frac{2}{m-1} c_K \left[ \left( \frac{a_g}{a_m} \right)^{\frac{m-1}{m+1}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Z drugiej strony, ze wzorów na froncie fali uderzeniowej (3.20) wynika, że:

$$\begin{aligned} p_g &= p_0 \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{b^2}{a_0^2} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right), \\ v_g &= \frac{2}{\gamma+1} \frac{a_0^2}{b} \left( \frac{b^2}{a_0^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ze wzorów (4.7)<sub>1</sub> i (4.8)<sub>1</sub> otrzymujemy wyrażenie na prędkość propagacji frontu fali uderzeniowej w następującej postaci:

$$\frac{b}{a_0} = - \left\{ \left[ \frac{p_K}{p_0} \left( \frac{a_g}{a_m} \right)^{\frac{2m}{m+1}} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right] \frac{\gamma+1}{2\gamma} \right\}^{1/2}. \quad (4.9)$$

W celu wyprowadzenia wzoru na stosunek prędkości  $a_g/a_m$  wprowadzimy następujące wielkości bezwymiarowe:

$$\begin{aligned} A_g &= \left( \frac{a_g}{a_m} \right)^{\frac{1}{m+1}}, \quad V_K = \frac{v_K}{a_0}, \\ C_K &= \frac{c_K}{a_0} = \frac{1}{a_0} \sqrt{m \frac{p_K}{\rho_K}}, \quad P_K = \frac{p_K}{p_0}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Wówczas ze wzorów (4.7)<sub>2</sub>, (4.8)<sub>2</sub> i (4.9) otrzymujemy

$$V_K + \frac{2C_K}{m-1} (A_g^{m-1} - 1) = \frac{1 - P_K A_g^{2m}}{\gamma \left[ \left( P_K A_g^{2m} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \frac{\gamma+1}{2\gamma} \right]^{1/2}} \quad (4.11)$$

W przypadku gdy  $P_K A_g^{2m} \gg 1$ , równanie przestępne (4.11) można uprościć do postaci:

$$\frac{2C_K}{m-1} (1 - A_g^{m-1}) - V_k \approx \sqrt{\frac{2P_K}{\gamma(\gamma+1)}} A_g^m. \quad (4.12)$$

Podobnie jak dla  $k = \text{const}$  (rozdział 3), równania przestępne (4.11) i (4.12) mają po jednym pierwiastku rzeczywistym  $A_g^*$ . Obliczamy je znanymi metodami numerycznymi.

Mając określony pierwiastek  $A_g^*$ , pozostałe wielkości w obszarach IV i V obliczamy z następujących wzorów:

$$\begin{aligned} p_4 = p_5 = p_g &= P_K A_g^{*2m} p_0, \\ v_4 = v_5 = v_g &= \left[ V_k + \frac{2C_K}{m-1} (A_g^{*m-1} - 1) \right] a_0, \\ q_4 &= A_g^{*2} q_K, \\ q_5 &= \frac{(\gamma+1)B^2}{2 + (\gamma-1)B^2} q_p, \end{aligned} \quad (4.13)$$

gdzie

$$B = - \left[ \left( P_K A_g^{*2m} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \frac{\gamma+1}{2\gamma} \right]^{1/2}. \quad (4.14)$$

Tym samym problem został rozwiązany. Przejdziemy obecnie do przykładu liczbowego.

### 5. Przykład

Rozpatrzmy *MW* w postaci mieszaniny trotyl/heksogen 36/64 o następujących parametrach

$$\begin{aligned} \rho_e &= 1717 \text{ kg/m}^3; & d &= 7980 \text{ m/s}; & p_H &= 29\,500 \text{ MPa}; \\ \rho_H &= 2351 \text{ kg/m}^3; & v_H &= 6,524 a_0; & k_H &= 2,71; & Q &= 1350 \text{ kcal/kg}. \end{aligned}$$

Poza tym dla powietrza w warunkach normalnych mamy:

$$\rho_0 = 1,29 \text{ kg/m}^3; \quad a_0 = 330 \text{ m/s}; \quad \gamma = 1,4.$$

Wykorzystując te wartości liczbowe parametrów oraz wyprowadzone w rozdziałach 3 i 4 wzory otrzymujemy:

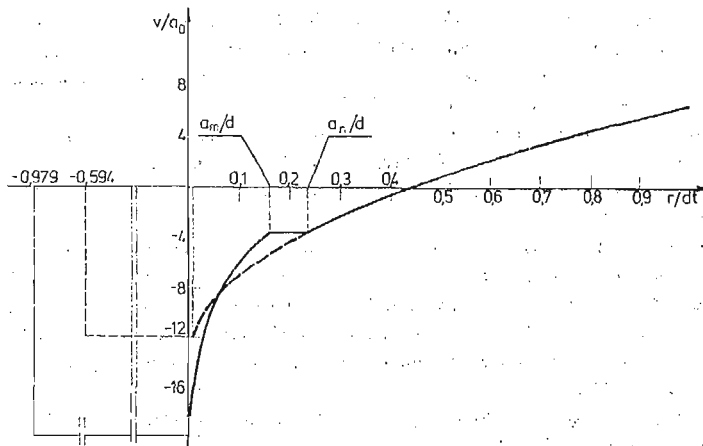
— dla  $k = k_H = \text{const}$

$$\begin{aligned} D &= 24,2, & \omega &= 32186, \\ A_g^* &= 0,269, & a^* &= 10,623 a_0, \\ B &= -14,374, & a_g &= 0,186 a_0, \\ p_1^* &= 88435 p_0, & q_1^* &= 1169,4 q_0, \\ p_2 = p_3 = p_g &= 240,9 p_0, & v_1^* &= 0, \\ q_2 &= 131,9 q_0, & q_3 &= 5,9 q_0, \\ v_2 = v_3 = v_g &= -11,920 a_0, \end{aligned}$$

— dla  $k \neq \text{const}$ ,  $n = k_H = 2,71$ ;  $m = 1,25$

$$\begin{aligned}
 D &= 24,2, & \omega &= 32186, \\
 A_g^* &= 0,203, & a^* &= 10,623a_0, \\
 B &= -23,684, & a_g &= 0,106a_0, \\
 a_m &= 3,842a_0, & a_n &= 5,653a_0, \\
 p_1^* &= 88435p_0, & \rho_1^* &= 1169,4\rho_0, \\
 p_2 = p_K &= 35232p_0, & p_4 = p_5 = p_g &= 654,2p_0, \\
 \rho_2 = \rho_K &= 831,2\rho_0, & \rho_4 &= 34,3\rho_0, \\
 \rho_5 &= 5,9\rho_0, \\
 v_2 = v_K &= -3,572a_0, & v_4 = v_5 = v_g &= -19,752a_0.
 \end{aligned}$$

Z uzyskanych wyników liczbowych można wnioskować, że model ze skokowo zmien-  
nym wykładnikiem  $k$  daje istotne zmiany w rozkładzie pola prędkości ruchu wstecznego  
 $PD$  i powietrza (rys. 5). Zmienia się również istotnie prędkość propagacji frontu fali



Rys. 5.

uderzeniowej w powietrzu (parametr  $B$ ). Zmiany te powodowane są wzrostem prędkości  
 $PD$  przy malejącym wykładniku  $k$ .

Pozostałe wielkości zmieniają swoje wartości o kilka procent i można ich nie uwzględ-  
niać w obliczeniach inżynierskich.

#### Literatura

1. А. А. ГРИБ, О распространении плоской детонационной волны. ПММ, т. III, 1944.
2. А. А. ГРИБ, Влияние места инициирования на параметры воздушной ударной волны при детонации взрывных газовых смесей. ПММ, т. III, 1944.
3. Л. Д. ЛАНДАУ, К. П. СТАНЮКОВИЧ, Определение скорости истечения продуктов детонации некоторых газовых смесей. ДАН СССР 47, № 3, 1945.
4. Л. Д. ЛАНДАУ, К. П. СТАНЮКОВИЧ, Определение скорости продуктов детонации конденсированных ВВ. ДАН СССР 47, № 4, 1945.

5. К. П. Станюкович, *Одномерный разлёт продуктов детонации бризантных взрывчатых веществ*. ДАН СССР III, 1946.
6. К. П. Станюкович, *Истечение продуктов детонации в случае косо́й детонационной волны*. ДАН СССР LV, 1947.
7. Я. Б. Зельдович, А. С. Компанеец, *Теория детонации*. Москва 1955.
8. Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович, В. П. Чельшев, Б. И. Шехтер, *Физика взрыва*. Москва 1975.
9. К. П. Станюкович, *Неустановившиеся движения сплошной среды*. Москва 1971.
10. Л. Д. Ландау, *Собрание трудов*. Под ред. Е. М. Лифшица. Москва 1969.
11. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин, *Газодинамика горения*. Изд. АН СССР, Москва 1963.
12. Х. А. Рахматуллин, А. Я. Сагомоян, А. И. Бинимович, И. Н. Зверев, *Газовая Динамика*. Изд. Высшая школа, Москва 1965.
13. Ю. В. Фролов, *Теория горения и взрыва*. Изд. Наука, Москва 1981.
14. J. HENRYCH, *The dynamics of explosion and its use*. Academia, Prague 1979.
15. R. H. COLE, *Underwater explosions*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1948.
16. R. COURANT, K. O. FRIEDRICHS, *Supersonic flow and shock waves*. Interscience Publishers, Inc., New York, Interscience Publishers Ltd., London 1956.
17. S. S. PENNER, F. A. WILLIAMS, *Detonation and two-phase flow*. Academic Press, New York, London 1962.
18. K. A. BRUECKNER, S. JORNA, *Laser driven fusion*. KMSF. Inc., Ann Arbor, Michigan 1973.
19. S. KALISKI, *Lasery; synteza jądrowa*. Wiedza Powszechna — Omega, Warszawa 1982.
20. H. DERENTOWICZ, S. KALISKI, *Implementation of biconical system of explosion-induced plasma micro-fusion*. Bull. Ac. Pol. Sci., Ser. Sci. Tech., 27, 2, 1979.
21. H. DERENTOWICZ, S. KALISKI, J. WOLSKI, Z. ZIÓŁKOWSKI, *On generating the neutrons of nuclear fusion by a pure explosion*. Bull. Ac. Pol. Sci., Ser. Sci. Tech. 25, 10, 1977.
22. S. KALISKI, *Explosive compression of plasma to critical values of the micronuclear fusion*. Part. I and II. J. Techn. Phys. 18, 2, 1977.
23. В. А. Чураев, К. М. Лобанов, В. П. Федяков, В. Д. Дятлов, А. М. Томонин, *Сжатие плазмы проводящим лайнером ускоренным с помощью взрыва*. ЖТО, XLV, 7, 1975.
24. A. GAŁKOWSKI, W. GŁUCHOWSKI, S. KALISKI, R. ŚWIERCZYŃSKI, *Neutron yield for explosion — induced D-T compression in cylindrical system with heavy inertial layer*. J. Techn. Phys. 20, 3, 1979.
25. E. WŁODARCZYK, *Slowing-down the disruption of the detonation products by the elastic-medium layer*. Rozpr. Inż., 32, 1, 1984.
26. E. WŁODARCZYK, *Slowing-down the disruption of the detonation products by the non-elastic medium layer*. J. Techn. Phys. 24, 3, 1983.
27. E. WŁODARCZYK, *Action of the multi-segmented charge explosion products upon the rock mass*. J. Techn. Phys. 24, 1, 1983.
28. E. WŁODARCZYK, *Plaski rozlot produktów wybuchu. (zamknięte rozwiązanie)*. Biul. WAT 32, 7, 1983.

## Резюме

ПЛОСКИЙ РАЗЛЕТ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ СО СКАЧКООБРАЗНО  
ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ПОКАЗАТЕЛЕМ ИЗЭНТРОПИ

Решена явным образом проблема разлета газовых продуктов плоской детонации с учетом скачкообразного изменения значения показателя энтропии  $k$ . Учтена также реакция атмосферного воздуха, окружающего взрывчатое вещество. Выведены замкнутые формулы для параметров состояния и движения расширяющихся взрывных газов.

Эти формулы можно применять в инженерской практике, например при оценке влияния забойки на импульс давления взрывных газов в цилиндрическом шпуре. Они позволяют тоже оценить потери энергии освобожденной из взрывчатого вещества при взрывании без забоек.

## S u m m a r y

## PLANE EXPANSION OF DETONATION PRODUCTS WITH STEP-VARIABLE ISENTROPIC EXPONENT

The problem has been solved explicitly of the expansion of gaseous products of the plane detonation, on consideration of jump-variations in the value of the isentropic exponent  $k$ . The reaction of the atmospheric air that surrounds the explosive has also been taken into account. Closed-form formulae have been derived for the parameters of state and motion of the expanding post-explosion gases.

These formulae can be applied in engineering practice, for instance, when assessing the effect of tamping upon the pressure-pulse of the post-explosion gases in a cylindrical shot-hole. They also permit the losses to be assessed of energy released from the explosive while blasting with no tamping.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 29 lutego 1984 roku*

---