

NISKOCYKLOWA TRWAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWA STALI O PODWYŻSZONEJ WYTRZYMAŁOŚCI W UJĘCIU ENERGETYCZNYM

CZESŁAW GOSS

Wojskowa Akademia Techniczna

1. Wstęp

Rozważania energetyczne dają możliwość pełniejszego ujęcia trwałości zmęczeniowej, niż to wynika z uwzględnienia odkształceń lub naprężeń. Pewne próby określenia związków między energią wyznaczoną z pola pętli histerezy a żywotnością zmęczeniową zostały przedstawione, na przykład, w pracach [1] do [10]. Istniejące energetyczne kryteria zmęczenia mogą być podzielone na dwie grupy:

- kryteria oparte na pomiarze pracy odkształceń plastycznych określonej z pętli histerezy,
- kryteria uwzględniające termodynamiczne własności materiału i zakładające podobieństwo między zniszczeniem i stopieniem.

Rozważania zostaną ograniczone do kryteriów pierwszej grupy, w których jako warunek zniszczenia przyjmuje się osiągnięcie określonej wartości przez dysypację sumaryczną tzn. gdy energia nieodwracalnie rozproszona w materiale osiągnie wartość graniczną. Dysypacja jest uwzględniana nie tylko w kryteriach niszczenia elementów przy małej liczbie cykli obciążenia, ale ostatnio również w zakresie ograniczonej i nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej [9]. Z tego względu znajomość dysypacji odgrywa ważną rolę w charakterystyce stali w czasie cyklu obciążenia.

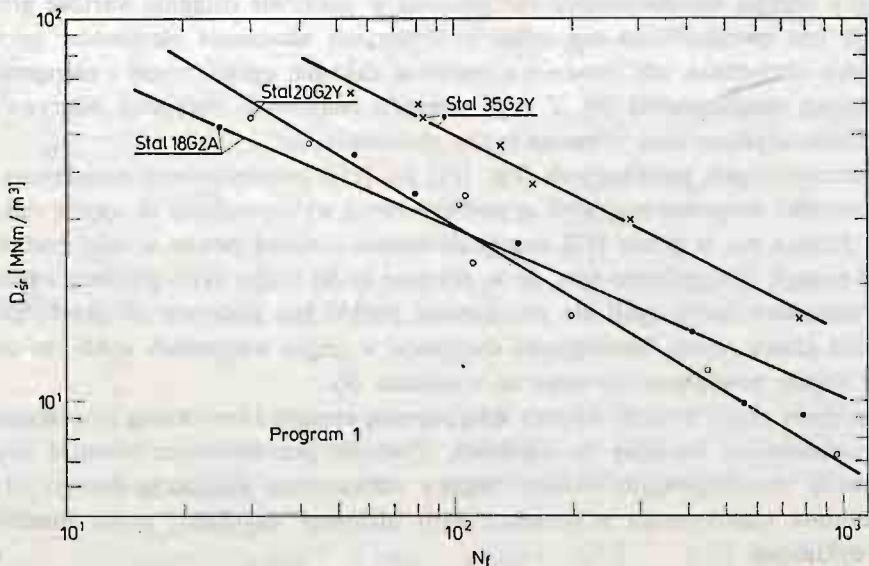
We wcześniejszych publikacjach (np. [11] do [15]) przedstawiono zasadniczo wyniki badań trwałości zmęczeniowej stali o podwyższonej wytrzymałości w ujęciu odkształceniowym. Jednak już w pracy [12] zasygnalizowano również pewne wyniki badań zmian dysypacji energii. Stwierdzono tam, że w zakresie małej liczby cykli przebieg zmian dysypacji ze wzrostem liczby cykli dla pojedynczej próbki jest podobny do przebiegu zmian odkształceń plastycznych. Sumaryczna dysypacja w czasie wszystkich cykli do zniszczenia N_f z reguły powiększa się wraz ze wzrostem N_f .

W niniejszej pracy związki między dysypowaną energią i trwałością zmęczeniową zostaną przedstawione bardziej szczegółowo. Zostanie przedstawione również kryterium porównawcze uwzględniające różnicę między sumaryczną dysypacją energii określoną doświadczalnie i otrzymaną z pomiaru pętli histerezy uzyskanej przez transformację krzywej cyklicznej.

2. Trwałość zmęczeniowa w ujęciu energetycznym

W pracach [11] do [15] przedstawiono metodykę i warunki badań zmęczeniowych niektórych gatunków stali produkcji krajowej w zakresie małej liczby cykli oraz uzyskane wyniki. We wszystkich tych pracach podstawę do dalszych rozważań stanowiły przebiegi cyklicznego odkształcenia ze zmianą liczby cykli przy danym obciążeniu o stałej amplitudzie naprężenia lub odkształcenia. Badania prowadzono przy wahadłowym rozciąganiu — ściskaniu o stałej amplitudzie odkształcenia całkowitego (program 1), przy odzerowo tętniącym rozciąganiu (program 2) i przy cyklu jednostronnym dodatnim o współczynniku amplitudy $R = 0,5$ (program 3). Na podstawie obserwacji zmian pętli histerezy i przez pomiar określonych wielkości uzyskano informacje o własnościach cyklicznych badanych stali oraz o trwałości zmęczeniowej określonej na podstawie analizy odkształceń. Znajomość przebiegu cyklicznego odkształcenia ze wzrostem liczby cykli pozwala również na obliczenie pól poszczególnych pętli histerezy a stąd wielkości energii na jeden cykl D_N i sumarycznej dysypowanej energii w czasie wszystkich cykli do zniszczenia $\sum_{N=1}^{N_f} D_N$.

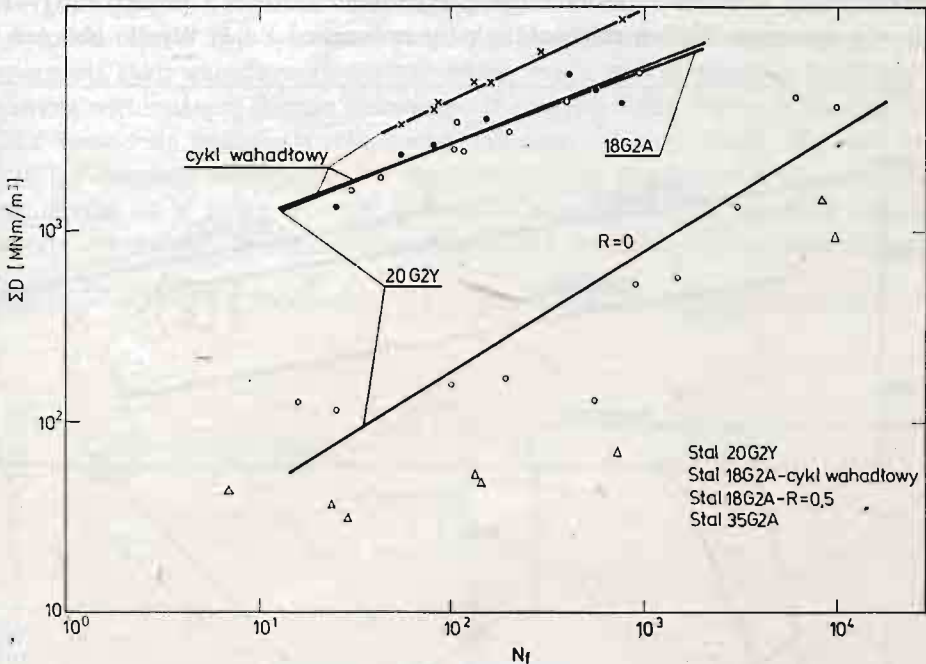
W pracy [6] stwierdzono, że związki między dysypacją sumaryczną a liczbą cykli do zniszczenia dla badanych stali niklowo-chromowych mogą być w układzie logarytmicznym aproksymowane liniami prostymi. Podobną własnością charakteryzowały się zależności, przedstawione we wspomnianej pracy, pomiędzy energią dysypacji na jeden cykl (mierzona przy połowie żywotności) a liczbą cykli do zniszczenia. Dotyczy to również związków między maksymalnym naprężeniem cyklu σ_{\max} i dysypacją sumaryczną $\sum D$, przy czym wielkości te zostały przedstawione we współrzędnych bezwymiarowych $\frac{\sum D}{D_s}$ i $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_f}$, gdzie D_s jest energią dysypacji na jednostkę objętości, a σ_f rzeczywistym naprężeniem



Rys. 1

zerwania przy statycznym rozciąganiu. Dla uzyskania odpowiednich zależności dla badanych stali o podwyższonej wytrzymałości rozpatrzono następujące związki:

- między dysypacją na jeden cykl D_s , przy liczbie cykli równej połowie żywotności $1/2 N_f$ a liczbą cykli do zniszczenia N_f ,
- między dysypacją sumaryczną $\sum D$ a liczbą cykli do zniszczenia N_f ,
- między amplitudą naprężenia cyklu ustalonego σ_a a dysypacją sumaryczną $\sum D$,
- między zakresem odkształcenia całkowitego $\Delta \varepsilon_{ac}$ a dysypacją sumaryczną $\sum D$,
- między zakresem odkształcenia plastycznego $\Delta \varepsilon_{apl}$ a dysypacją sumaryczną $\sum D$.



Rys. 2

Rozpatrzono również pewne związki we współrzędnych bezwymiarowych, a mianowicie zależność stosunku dysypacji sumarycznej do dysypacji pod krzywą statycznego rozciągania $\frac{\sum D}{D_s}$ od:

$\frac{\sum D}{D_s}$ od:

c₁) stosunku amplitudy naprężenia do wytrzymałości doraźnej $\frac{\sigma_a}{R_m}$,

d₁) stosunku zakresu odkształcenia całkowitego do odkształcenia plastycznego przy zerwaniu w statycznej próbie rozciągania $\frac{\Delta \varepsilon_{ac}}{\varepsilon_f}$,

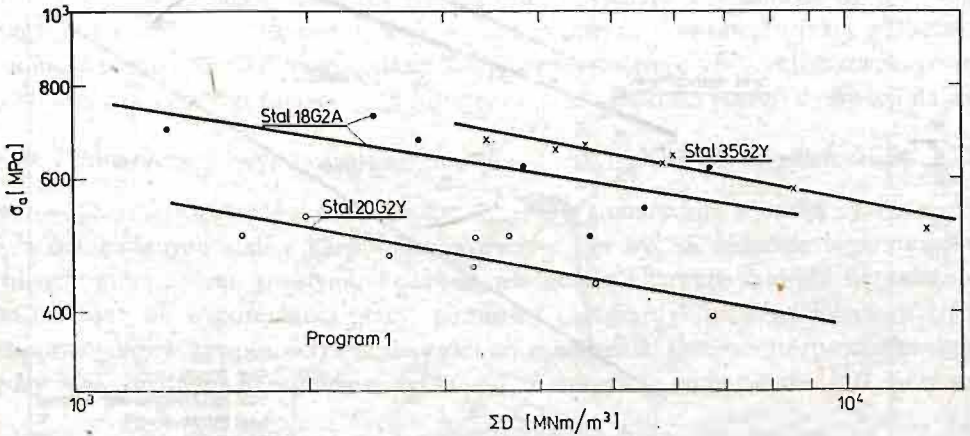
e₁) stosunku zakresu odkształcenia plastycznego do odkształcenia plastycznego przy zerwaniu w statycznej próbie rozciągania $\frac{\Delta \varepsilon_{apl}}{\varepsilon_f}$.

W oparciu o wyniki doświadczeń założono, że zależności te w układach logarytmicznych mogą być aproksymowane liniami prostymi. Obliczenia prowadzono wprowadzając

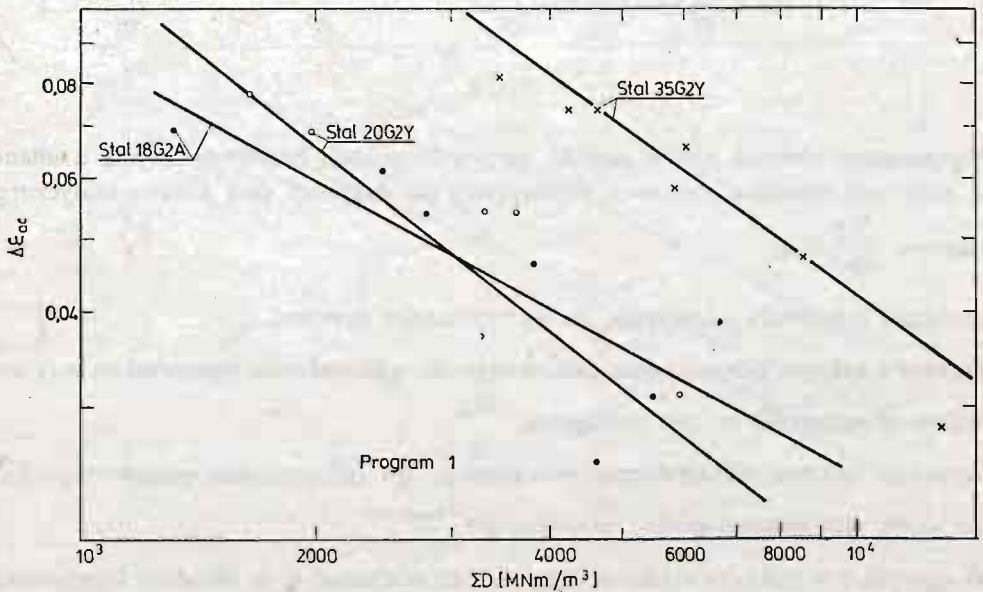
zmienne: X — logarytm odciętej badanych zależności, Y — logarytm rzędnej. Wtedy proste te można zapisać w postaci

$$Y = a + bX, \quad (1)$$

gdzie współczynniki a i b wyznaczamy z warunku, aby suma kwadratów różnic pomiędzy wartościami wyznaczonymi z równania (1) i uzyskanymi z badań była minimalna. Współczynnik kierunkowy prostej (1) b nazywamy współczynnikiem regresji. Punkty uzyskane z badań nie leżą na ogół na prostej regresji i miarą ich rozproszenia względem tej prostej jest współczynnik korelacji r , który może przyjmować wartości z przedziału $(-1, 1)$. Gdy $|r| = 1$ występuje liniowa zależność między zmiennymi X i Y . Wyniki obliczeń wiel-

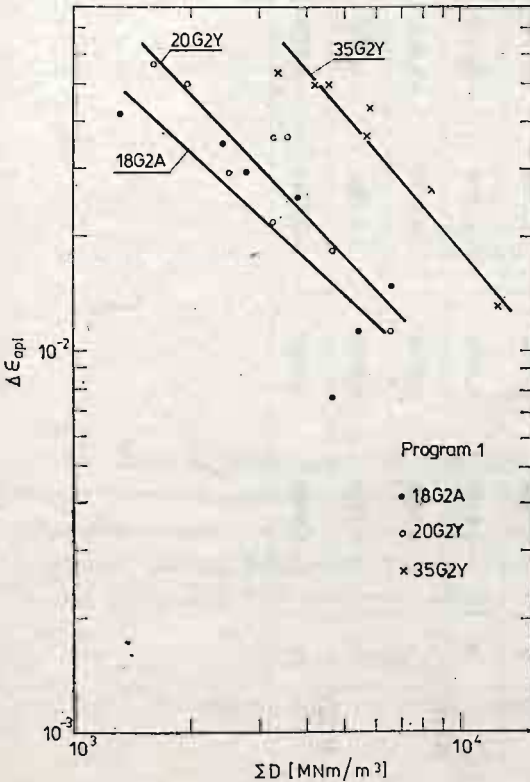


Rys. 3

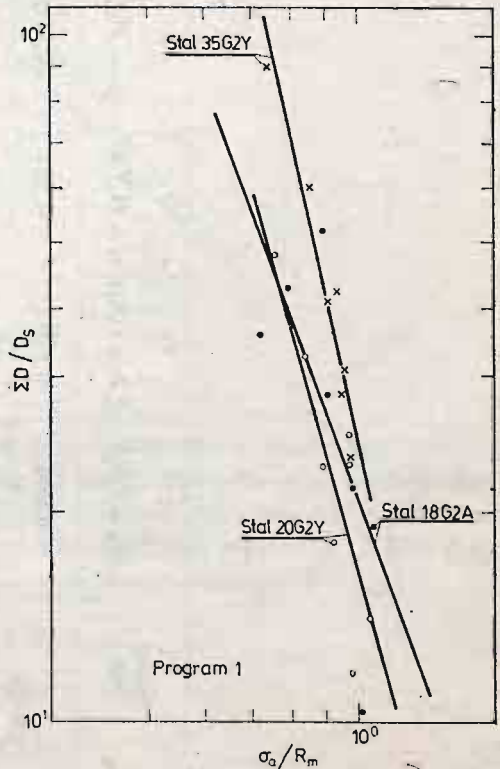


Rys. 4

kości b i r dla zależności od a do e_1 dla stali 18G2A, 20G2Y i 35G2Y zostały przedstawione w tablicy 1, a odpowiednie wykresy na rysunkach od 1 do 10. Większość rozważanych zależności może być w układzie logarytmicznym z wystarczającą dla celów inżynierskich dokładnością aproksymowana liniami prostymi. Jedynie dla stali 18G2A dla cyklu o $R = 0,5$ uzyskano większe rozbieżności. Mogą one być spowodowane wadami materiałowymi i niedokładnością pomiarów ze względu na małe powierzchnie pętli przy cyklach niesymetrycznych. Odpowiednie wartości współczynników korelacji r dla cykli symetrycznych zostały podane w tablicy 1. Większe rozbieżności uzyskano w przypadku zależności $\sum D = f(N_f)$ dla stali 18G2A dla trzeciego programu badań (rys. 2). Do aproksymacji tego wykresu celowe byłoby zastosowanie wielomianu przynajmniej drugiego stopnia. Natomiast dla cykli wahadłowych dla wszystkich trzech stali zależność ta może być aproksymowana wielomianem stopnia pierwszego (r powyżej 0,92). Proste te dla stali 18G2A i 20G2Y prawie się pokrywają. Natomiast odbiegają od nich wyniki dla stali 35G2Y. Na przebieg dysypacji sumarycznej ma zasadniczy wpływ współczynnik asymetrii cyklu R . Wykres obniża się w miarę wzrostu R . Spośród rozpatrywanych związków najmniejszą zależnością od rodzaju materiału i współczynnika asymetrii cyklu charakteryzują się wykresy $\frac{\sum D}{D_s} = f\left(\frac{\sigma_{\max}}{R_m}\right)$. Wykresy te dla badanych cykli niesymetrycznych ($R = 0$ i $0,5$)



Rys. 5



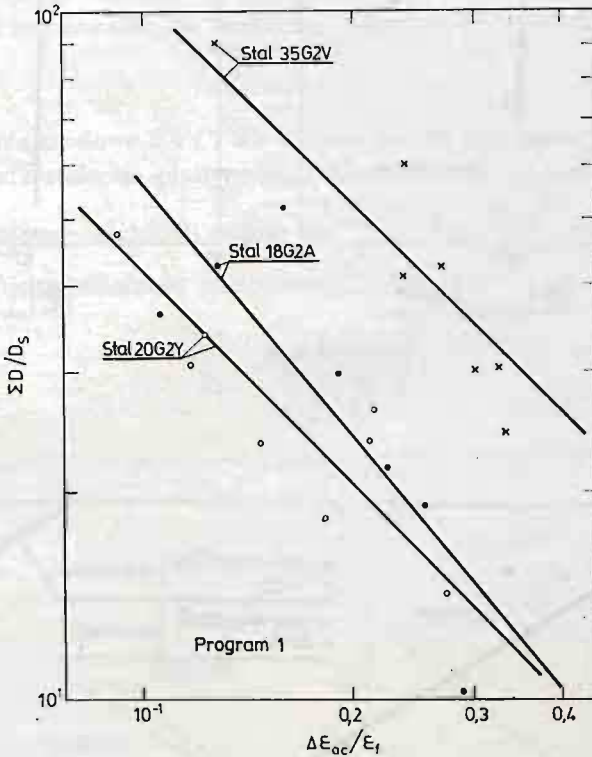
Rys. 6

Tablica 1

Nazwa stali	a) $\Delta D_{sr} = f(N_r)$	b) $\sum D = f(N_r)$	c) $\sigma_a = f(\sum D)$	d) $\Delta e_{ac} = f(\sum D)$	e) $\Delta e_{apt} = f(\sum D)$	c ₁₎ $\frac{\sum D}{D_s} = f\left(\frac{\sigma_a}{R_m}\right)$	d ₁₎ $\frac{\sum D}{D_s} = f\left(\frac{\Delta e_{er}}{\varepsilon_f}\right)$	e ₁₎ $\frac{\sum D}{D_s} = f\left(\frac{\Delta e_{apt}}{\varepsilon_f}\right)$	
18G2A	b	-0,4374	0,3931	-0,1651	-0,5473	-0,9273	-2,8313	-1,2362	-0,7010
	r	-0,7956	0,9202	-0,6783	-0,7340	-0,8085	-0,6887	-0,8254	-0,8158
20G2Y	b	-0,6135	0,3879	-0,1804	-0,8136	-1,1157	-3,8957	-1,0274	-0,7595
	r	-0,9824	0,9720	-0,8377	-0,9156	-0,8869	-0,8377	-0,9183	-0,9116
35G2Y	b	-0,5144	0,4860	-0,1961	-0,7355	-1,0944	-4,6645	-0,9858	-0,8470
	r	-0,9948	0,9929	-0,9344	-0,9778	-0,9636	-0,9618	-0,7090	-0,9618

mają przebieg zbliżony do równoległej do osi rzędnych. Przedstawione wykresy zależności $\sigma_a = f(\sum D)$, $\Delta \varepsilon_{apl} = f(\sum D)$ lub $\Delta \varepsilon_{ac} = f(\sum D)$ umożliwiają odczytanie dysypacji sumarycznej przy danym obciążeniu. Stąd z wykresu $\sum D = f(N_f)$ można określić liczbę cykli do zniszczenia N_f .

Te same rozważania można przeprowadzić w wielkościach bezwymiarowych $\frac{\sigma_a}{R_m}$, $\frac{\sum D}{D_s}$, $\frac{\Delta \varepsilon_{ac}}{\varepsilon_f}$ i $\frac{\Delta \varepsilon_{apl}}{\varepsilon_f}$. Obliczenia te możemy przeprowadzić również bez korzystania z wy-



Rys. 7

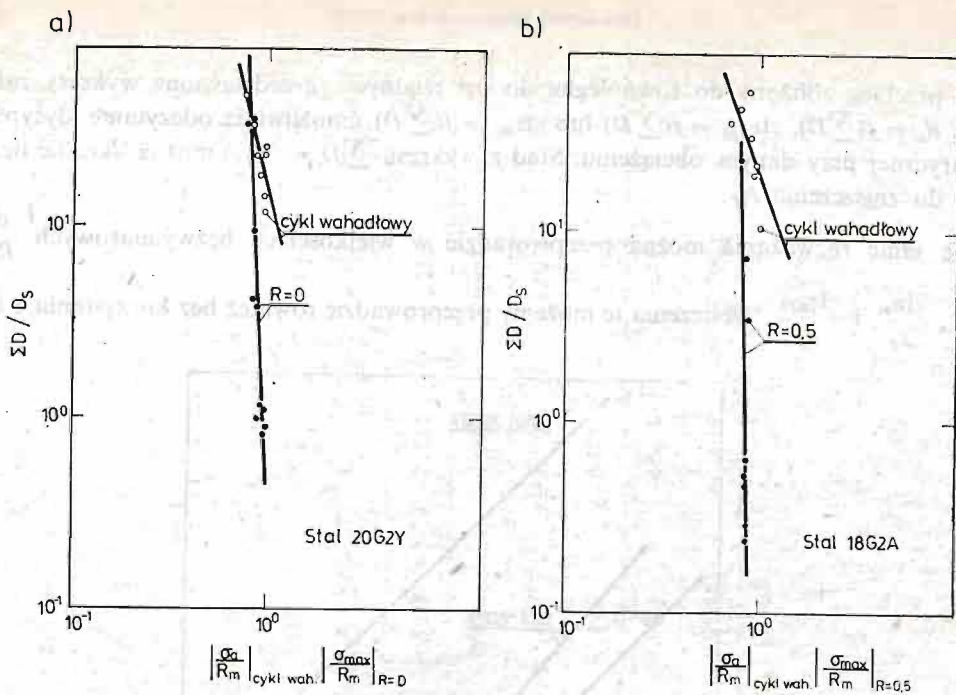
kresów, które ze względu na ich prostotę (są liniami prostymi w skali logarymicznej) można łatwo przedstawić w postaci analitycznej. Znając przebieg dowolnej z omawianych zależności możemy łatwo uzyskać związek między opisywanymi przez nią wielkościami w postaci funkcji potęgowej. Prześledzimy to na przykładzie zależności $\sum D = f(N_f)$. W tym przypadku linia prosta w układzie logarymicznym będzie miała postać

$$\log \sum D = b \log N_f + \log C_1, \quad (2)$$

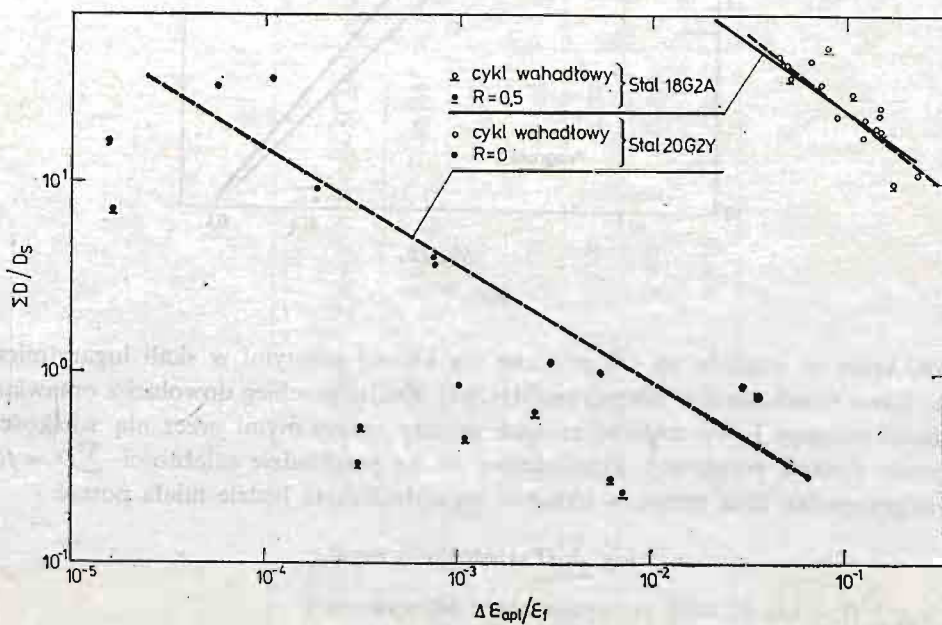
stąd $\log \sum D = \log C_1 N_f^b$ i po opuszczeniu logarytmów

$$\sum D = C_1 N_f^b, \quad (3)$$

gdzie b jest współczynnikiem regresji a $\log C_1$ jest równy parametrowi a w równaniu (1)



Rys. 8



Rys. 9

czyli

$$\log C_1 = \bar{Y} - b\bar{X}, \quad (4)$$

gdzie

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad \bar{Y}_i = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}. \quad (5)$$

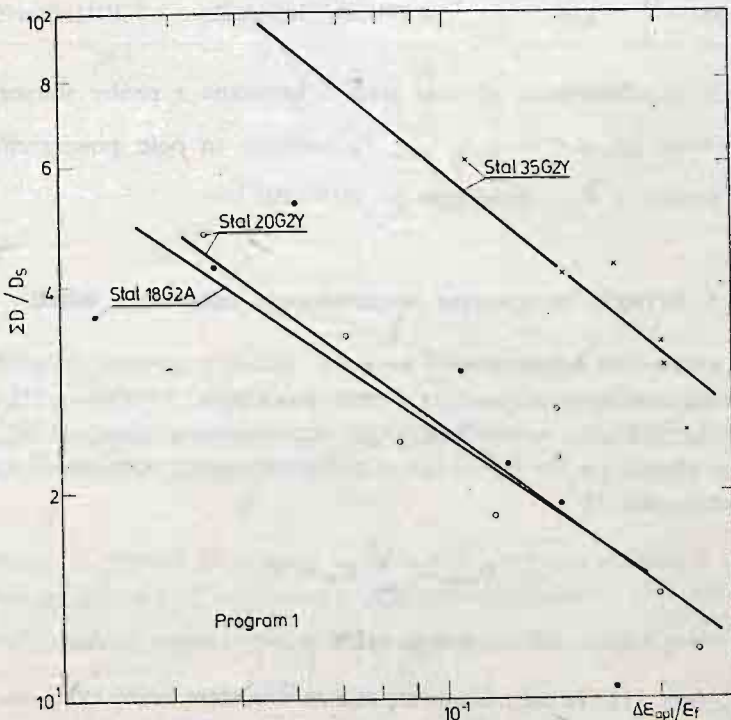
Dla badanych stali 18G2A, 20G2Y i 35G2Y uzyskano następujące wartości na C_1 : 468,57 MNm/m³, 474,68 MNm/m³ i 519,4 MNm/m³.

Otrzymane wyniki pozwalają na uzyskanie równania Mansona-Coffina

$$N_f^k \Delta \varepsilon_{apl} = C, \quad (6)$$

i wzorów na stałe materiałowe k i C . We wzorze tym N_f jest liczbą cykli do zniszczenia a $\Delta \varepsilon_{apl}$ zakresem odkształcenia plastycznego. Zgodnie z rys. 10 możemy w przybliżeniu założyć istnienie liniowej zależności między $\log \frac{\sum D}{D_s}$ i $\log \frac{\Delta \varepsilon_{apl}}{\varepsilon_f}$. Stąd po opuszczeniu logarytmów uzyskujemy zależność analogiczną do (3)

$$\frac{\sum D}{D_s} = C_2 \left(\frac{\Delta \varepsilon_{apl}}{\varepsilon_f} \right)^\lambda. \quad (7)$$



Rys. 10

Po odpowiednich przekształceniach i uwzględnieniu zależności (3) otrzymujemy

$$\frac{1}{f} \frac{b}{\lambda} \Delta \varepsilon_{apl} = \varepsilon_f \left(\frac{C_1}{C_2 D_s} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \quad (8)$$

Jest to równanie Mansona-Coffina, w którym $k = -\frac{b}{\lambda}$, a $C = \varepsilon_f \left(\frac{C_1}{C_2 D_s} \right)^{\frac{1}{\lambda}}$. Obliczone według tych wzorów wartości stałych k i C zostały podane w tabelicy 2. Widzimy, że dla stali 18G2A i 20G2Y uzyskano wartości zbliżone do siebie, natomiast dla stali 35G2Y uzyskano na C wartość bardziej zbliżoną do oczekiwanej niż to uzyskano z analizy odkształceń, gdzie otrzymano wartość kilkakrotnie wyższą w porównaniu z innymi stalami. Znaczna różnica wartości C dla stali 35G2Y w porównaniu z pozostałymi stalami może wiązać się z cykliczną niestabilnością, jaką wykazywała ta stal w czasie badań.

Tablica 2

Nazwa stali	W y n i k i					
	z analizy odkształceń		z rozważań energetycznych		z próby statycznej	
	k	C	k	C	k	C
18G2A	0,588	0,383	0,561	0,349	0,5	0,444
20G2Y	0,615	0,567	0,511	0,314		0,569
35G2Y	0,887	2,98	0,574	0,621		0,503

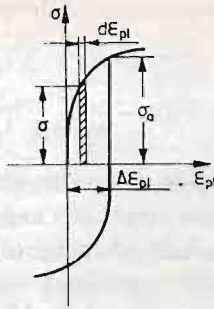
Dla porównania przedstawiono również wyniki uzyskane z próby statycznej, gdzie k przyjmuje się równe 0,5, a $C = \frac{1}{2} \ln \frac{F_0}{F_u}$; F_0 oznacza tu pole powierzchni przekroju początkowego próbki, a F_u — przekroju po zerwaniu.

3. Kryteria energetyczne zmęczeniowego zniszczenia metali

3.1. Ocena i zastosowanie dotychczasowych kryteriów. Jedną z prostszych prób określenia energii zniszczenia została przedstawiona w pracy FELTNERA i MORROWA [1]. Założyli oni, że w pierwszym przybliżeniu całkowita energia rozproszona w materiale D_{sum} w procesie jego cyklicznego obciążenia jest stała i równa energii dysypacji otrzymanej w czasie próby statycznego rozciągania D_s

$$D_{sum} = \sum_{N=1}^{N_f} D_N = D_s \quad (9)$$

Zakładając, że energię dysypacji dla N -tego cyklu symetrycznego można obliczyć ze wzoru $D_N = 2 \int_0^{\Delta \varepsilon_{pl}} \sigma d\varepsilon_{pl}$ (rys. 11) i że nie zmienia się ona ze wzrostem liczby cykli oraz przyjmując potęgową postać zależności między naprężeniami a odkształceniami plastycznymi $\varepsilon_{pl} =$



Rys. 11

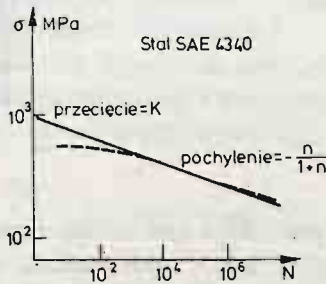
$= k(\sigma)^{1/n}$ uzyskali oni następujący związek między amplitudą naprężenia σ_a i liczbą cykli do zniszczenia N_f .

$$\log \sigma_a = K - \left(\frac{n}{1+n} \right) \log N_f, \quad (10)$$

gdzie: $K = \log \left[\frac{D_s(1+n)}{2k} \right]^{\frac{n}{n+1}}$

Ze względu na wspomniane uproszczenia poczynione dla otrzymania zależności (10) istnieją rozbieżności pomiędzy przebiegami obliczeniowymi a wykazywanymi przez niemodelowe materiały (linie kreskowe na rys. 12). W dalszych swych pracach Morrow zmienił kryterium (10) do następującej postaci

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \left(\frac{\sum D}{D_s} \right)^{-k}, \quad (11)$$



Rys. 12

gdzie σ_f oznacza rzeczywiste naprężenie w momencie zerwania próbki, a k jest stałą materiałową. Autorzy pracy [10] w wyniku przekształceń zależności (11) uzyskali równanie

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f} \right)^{mk+1} = (2N_f)^{-k}, \quad (12)$$

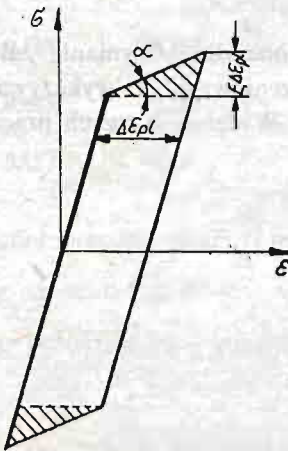
gdzie m można wstępnie określić ze wzoru $m = \frac{1+n}{n}$. Badania wykazały zależność tego

współczynnika od liczby cykli do zniszczenia. Zależność (12) może być po przelogarytmowaniu zapisana w postaci:

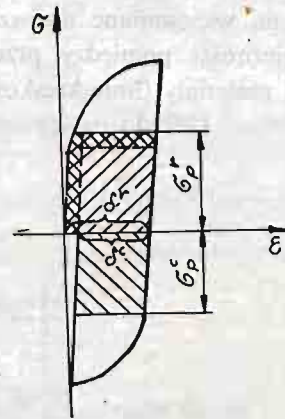
$$\log \sigma_a = \log \sigma_f - \frac{k}{mk+1} \log(2N_f). \quad (13)$$

Badania doświadczalne wskazują, że całkowita energia potrzebna do zniszczenia nie jest stała, lecz wzrasta ze zmniejszeniem amplitudy naprężenia. Ponadto, nawet dla zakresu małej liczby cykli, różni się ona znacznie od energii dysypacji przy statycznej próbie rozciągania. Dlatego czynione są próby wydzielenia energii zniszczenia z ogólnej energii dysypowanej podczas cyklicznej deformacji. D. E. MARTIN w pracy [2] przedstawił hipotezę, według której miarą energii zniszczenia jest energia związana z procesem umocnienia. Na wykresie pętli histerezy dla materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem liniowym (rys. 13) energia ta dla jednego cyklu została przedstawiona jako pole dwóch zakreśkowanych trójkątów

$$D_N = 2 \left(\frac{1}{2} E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{pl} \cdot \Delta \varepsilon_{pl} \right) = E_1 (\Delta \varepsilon_{pl})^2, \quad (14)$$



Rys. 13



Rys. 14

gdzie E_1 jest tangensem kąta α pochylenia linii wzmocnienia, a $\Delta \varepsilon_{pl}$ — zakresem odkształcenia plastycznego w jednym cyklu. Dla N cykli wielkość tej energii wyniesie $NE_1(\Delta \varepsilon_{pl})^2$. Z założenia, że zniszczenie następuje wtedy, gdy energia dysypacji osiągnie pewną krytyczną wartość uzyskuje się warunek

$$NE_1(\Delta \varepsilon_{pl})^2 = C_1. \quad (15)$$

Stałą C_1 można wyznaczyć z warunku (15) dla statycznego rozciągania ($N = \frac{1}{2}$ i $\Delta \varepsilon_{pl} = \varepsilon_f$)

$$C_1 = \frac{1}{2} E_1 \varepsilon_f^2, \quad (16)$$

gdzie ε_f jest odkształceniem plastycznym przy zerwaniu. Z zależności (15) i (16) uzyskuje

się równanie Mansona-Coffina (6)

$$N_f^{1/2} \Delta \varepsilon_{pl} = \frac{\varepsilon_f}{\sqrt{2}}, \quad (17)$$

w którym $k = 0,5$ i $C = \frac{\varepsilon_f}{\sqrt{2}}$.

Jeszcze inne rozumowanie przedstawiono w pracach [3] i [4]. Warunek zniszczenia został zaproponowany w postaci

$$D_s = \sum_0^{N_f} (D_1 - D_2), \quad (18)$$

gdzie D_1 i D_2 stanowią pola pętli histerezy dla półcyklu rozciągania i ściskania, a D_s — pole pod krzywą statycznego rozciągania. Wielkości te zgodnie z rys. 14 można obliczyć ze wzorów

$$\begin{aligned} D_1 &= \int_0^{\delta^r} (\sigma_p^r + \sigma^*) d\delta, \\ D_2 &= \int_0^{\delta^c} (\sigma_p^c + \sigma^{**}) d\delta, \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie σ_p^r i σ_p^c są granicami proporcjonalności (sprężystości) przy rozciąganiu i ściskaniu a $\sigma^* = \sigma^r - \sigma_p^r$, $\sigma^{**} = \sigma^c - \sigma_p^c$ przy czym σ^r i σ^c oznaczają bieżące wartości naprężeń w półcyklu rozciągania i ściskania. Uwzględniając zależności (19) warunek (18) można przedstawić w postaci

$$\sum_0^{N_f} \left[(\sigma_p^r \delta^r - \sigma_p^c \delta^c) + \left(\int_0^{\delta^r} \sigma^* d\delta - \int_0^{\delta^c} \sigma^{**} d\delta \right) \right] = \sigma_p^s \varepsilon_f + \int_0^{\varepsilon} (\sigma - \sigma_p^s) d\varepsilon, \quad (20)$$

gdzie σ_p^s — granica proporcjonalności przy zerowym półcyklu obciążenia.

ε — odkształcenie przy statycznym rozciąganiu,

δ^r i δ^c — szerokości pętli odpowiednio w półcyklu rozciągania i ściskania.

Po wyłączeniu z rozważań energii związanej z umocnieniem zarówno przy obciążeniu cyklicznym, jak i statycznym uzyskujemy z (20) następujący warunek

$$\sum_0^{N_f} (\sigma_p^r \delta^r - \sigma_p^c \delta^c) = \sigma_p^s \cdot \varepsilon_f. \quad (21)$$

Obciążenie wstępne można ująć w oddzielny człon uzyskując

$$\sigma_p^s \varepsilon^{(0)} + \sum_1^{N_f} (\sigma_p^r \delta^r - \sigma_p^c \delta^c) = \sigma_p^s \varepsilon_f. \quad (22)$$

Autor omawianych prac wykazał dobrą zgodność danych obliczeniowych z wynikami doświadczalnymi.

Niektóre kryteria uwzględniają energię mikroplastycznego odkształcenia. Do nich należy między innymi, koncepcja przedstawiona przez A. Esina (w/g [5]) zakładająca statystyczny charakter deformacji ciała polikrystalicznego. Energia pochłonięta przez

materiał została określona wzorem

$$D = p' \sum_k^{m'} P_k \int_0^{\Delta \varepsilon_k^p} K_k \varepsilon^n d\varepsilon, \quad (23)$$

gdzie p' — czynnik uwzględniający prawdopodobną liczbę płaszczyzn poślizgu,
 P_k — liczba jednakowo deformowanych elementów,
 $\Delta \varepsilon_k^p$ — odkształcenie k -tego elementu ($k = 1, 2, \dots, m$),
 K_k — współczynnik określony z zależności $\sigma = K_k \varepsilon^n$ dla k -tego elementu,
 n — współczynnik wzmocnienia.

Założono, że granice sprężystości pojedynczych ziarn i ich mikroplastyczne odkształcenia mają rozkład normalny. Wyniki badań sześciu gatunków stali wykazały dobrą zgodność przedstawionej teorii z eksperymentem. Natomiast autorzy pracy [6] na podstawie badań doświadczalnych zaproponowali następujące wzory dla określenia niskocyklicznej trwałości

$$\left(\frac{\sum D_{is}}{D_{is0}} \right)^{\gamma} = \frac{\sigma_{is}}{\sigma_{is0}}, \quad (24)$$

dla kwasistatycznego typu zniszczenia

$$\left(\frac{\sum D}{D_s} \right)^{\gamma'} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_f}, \quad (25)$$

dla zmęczeniowego typu zniszczenia. We wzorach tych $\sum D_{is}$ jest energią dysypacji do wystąpienia przewężenia w próbce, a σ_{is} — naprężeniem przed wystąpieniem przewężenia, natomiast D_{is0} i σ_{is0} oznaczają te same wielkości dla obciążenia statycznego; $\sum D$ i D_s oznaczają sumaryczną energię dysypacji przy obciążeniu cyklicznym i energię dysypacji przy obciążeniu statycznym, σ_f — rzeczywiste naprężenie przy zniszczeniu statycznym, γ i γ' są stałymi materiałowymi. Badania przeprowadzone dla trzech materiałów wykazały, że dane eksperymentalne dobrze są opisywane równaniem (24) i we współrzędnych logarytmicznych leżą na jednej prostej niezależnie od rodzaju materiału. Natomiast pochylenie linii opisywanej równaniem (25) zależy od rodzaju materiału.

W pracy [9] zostało przedstawione kryterium, które uwzględnia część sumarycznej energii niezależnej od liczby cykli

$$\sum D = N_f \left[D - D_2 \left(\frac{D}{D_2} \right)^\alpha \right], \quad (26)$$

gdzie D — pole pętli histerezy,

D_2 — pole pętli histerezy przy naprężeniach równych granicy zmęczenia,

α — stały współczynnik dobierany w ten sposób, aby energia określona wzorem (26) była stała. Dla stali jest on równy około 0,9.

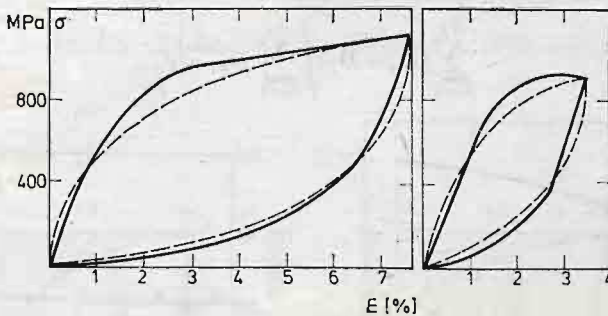
W pracy [7] przedstawiono następującą zależność między energią dysypacji $\sum D$ a maksymalnym naprężeniem rozciągającym σ_{\max}

$$\sum D = c(\sigma_{\max})^m \quad (27)$$

gdzie c i m są stałymi materiałowymi. Zależność (27) zmodyfikowano również dla przypadku obciążenia wielostopniowego.

Przedstawione kryteria określające związki między energią dysypacji i własnościami otrzymanymi z próby statycznej i zmęczeniowej wskazują na istnienie pewnych zależności typu energetycznego między statycznymi i cyklicznymi własnościami materiału. Opierają się one na różnych a czasem nawet sprzecznych założeniach, np. zależności (14) i (21). Uzyskiwane związki dla określenia trwałości zmęczeniowej zależą głównie od rodzaju materiału i sposobu obciążenia. W czasie różnych badań udało się jednak uzyskać wzory, które w pewnym stopniu wykazują niezależność od wspomnianych czynników. Należą do nich przede wszystkim omówione poprzednio zależności (24) i (26), a także przedstawiony w punkcie 2 związek $\frac{\sum D}{D_s} = f\left(\frac{\sigma_{\max}}{R_m}\right)$. Jednak problem określenia odpowiedniego kryterium uniwersalnego jest ciągle otwarty. Pewną nową próbę stanowi zaproponowane przez autora pracy kryterium porównawcze, które zostanie przedstawione w następnym punkcie.

3.2. Kryterium porównawcze. Z wcześniejszych badań wynika, że różnice w przebiegu pętli histerezy otrzymanych doświadczalnie i przez transformację skali z krzywej cyklicznej są większe przy mniejszej żywotności i maleją z jej wzrostem. Jest to widoczne na przykład z rys. 15, na którym przedstawiono przykładowe pętle histerezy dla stali 20G2Y przesu-



Rys. 15

nięte do początku układu współrzędnych przy dwóch wielkościach obciążenia. Linią ciągłą oznaczono pętle otrzymane doświadczalnie, a linią przerywaną pętle uzyskane z krzywej cyklicznej przez transformację skali. Nasunęło to pomysł przyjęcia kryterium, w którym miarą energii zniszczenia byłaby suma różnic pomiędzy rzeczywistą pętlą i pętlą uzyskaną z krzywej cyklicznej przez transformację skali

$$\sum_{N=1}^{N_f} D_{RN} = \sum_{N=1}^{N_f} (D_N - D_T), \quad (28)$$

gdzie D_N — pole pętli histerezy otrzymanej eksperymentalnie dla N -tego cyklu, D_T — pole pętli histerezy otrzymanej z krzywej cyklicznej przez transformację skali. Ma to pewne uzasadnienie w tym, iż są to różnice między energią dysypacji ciała rzeczywistego a jego modelem z równoległym uporządkowaniem podelementów. Dla stali o podwyższonej wytrzymałości, ze względu na szybkie ustalanie się pętli histerezy, możemy obliczyć dysy-

pację sumaryczną z wystarczającą dokładnością ze wzoru

$$\sum_{N=1}^{N_f} D_N = N_f D_{sr}, \quad (29)$$

gdzie D_{sr} jest polem pętli histerezy otrzymanym przy połowie żywotności próbki, aczkolwiek w rozpatrywanym przypadku pole to ustalało się po kilku cyklach; D_T jest zależne od materiału i wielkości obciążenia, a nie zależy od liczby cykli. Stąd z zależności (28) uzyskujemy:

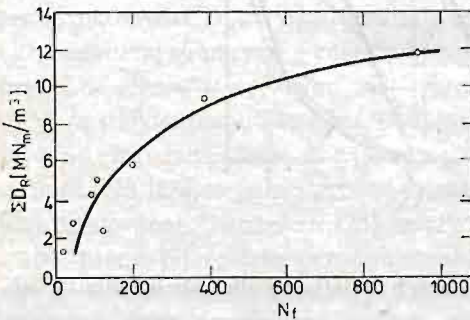
$$\sum_{N=1}^{N_f} D_{RN} = \sum_{N=1}^{N_f} D_N - N_f D_T = N_f D_{sr} - N_f D_T = N_f \bar{D}_r, \quad (30)$$

gdzie $\bar{D}_r = D_{sr} - D_T$. Jednak w czasie badań stali 20G2Y stwierdzono, że wielkość $\sum D_R$ wzrasta ze zwiększeniem liczby cykli do zniszczenia N_f (rys. 16). Ze względu na to, że

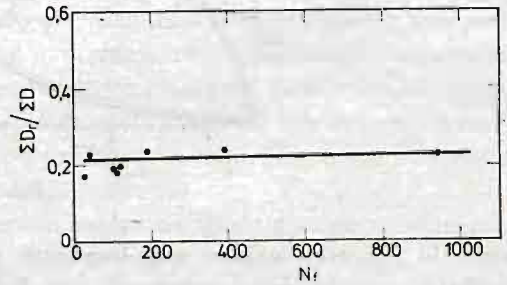
dysypacja sumaryczna $\sum_{N=1}^{N_f} D_N$ powiększa się również ze wzrostem liczby cykli, to istnieje

prawdopodobieństwo, że stosunek $\sum_{N=1}^{N_f} D_{RN} / \sum_{N=1}^{N_f} D_N$ będzie stały niezależnie od liczby cykli do zniszczenia N_f . Taki w przybliżeniu wynik uzyskano w badaniach stali 20G2Y (tablica 3 i rys. 17). Pewne różnice mieszczą się w granicach rozrzutu właściwych dla badań zmęczeniowych. Zatem można zapisać

$$\sum_{N=1}^{N_f} (D_N - D_T) / \sum_{N=1}^{N_f} D_N = c. \quad (31)$$



Rys. 16



Rys. 17

Tablica 3

Nr próbki	51	52	53	54	55	56	58	61
N_f	198	111	106	102	392	941	30	42
$D_r, \text{MNm/m}^3$	4,113	4,083	6,590	6,138	2,929	1,661	9,321	11,351
$\sum D_R$ MNm/m^3	814,374	453,213	698,54	626,076	1148,168	1563,001	279,63	476,742
$\sum D_R / \sum D$	0,2472	0,1796	0,1912	0,1888	0,243	0,232	0,1700	0,2401

Dla stali o krótkim okresie przejściowym (na przykład badane stale o podwyższonej wytrzymałości) zależność (31) można rozpatrywać z dobrym przybliżeniem dla pojedynczego cyklu ustalonego (na przykład w połowie żywotności)

$$(D_N - D_T)/D_N = c, \quad (32)$$

i stąd można określić stałą $c = 1 - \frac{D_T}{D_N}$

Stąd

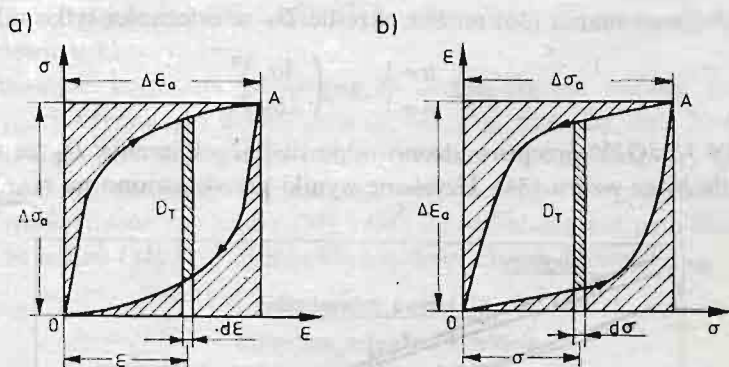
$$(1-c) \sum_{N=1}^{N_f} D_N = N_f D_T. \quad (33)$$

Podstawiając zależność (3) do (33) możemy wyznaczyć liczbę cykli do zniszczenia

$$N_f = \left(\frac{\alpha C_1}{D_T} \right)^{1/\xi} = \left(\frac{C_2}{D_T} \right)^{1/\xi}, \quad (34)$$

gdzie $\alpha = 1 - c$, $\xi = 1 - b$ i $C_2 = \alpha C_1$. W tym wzorze α , C_1 i ξ są stałymi materiałowymi. Dla stali 20G2Y wynoszą one 0,96, 474,7 MPa i 0,6121 oraz 0,96, 519,4 MPa i 0,514 dla stali 35G2Y. Pole pętli histerezy dla danej wielkości obciążenia uzyskujemy przez całkowanie funkcji określającej jej gałęzie. Zgodnie z rys. 18a

$$D_T = \Delta \varepsilon_a \Delta \sigma_a - 2 \left(\Delta \sigma_a \Delta \varepsilon_a - \int_0^{\Delta \varepsilon_a} \sigma d\varepsilon \right) = 2 \int_0^{\Delta \varepsilon_a} \sigma d\varepsilon - \Delta \sigma_a \Delta \varepsilon_a. \quad (35)$$

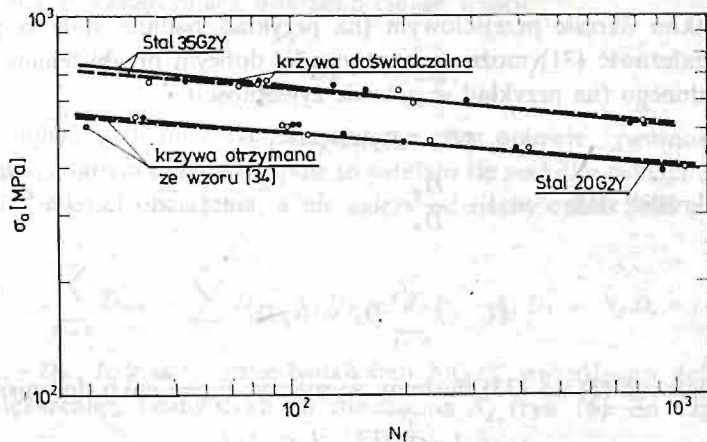


Rys. 18

Opis pętli histerezy został przedstawiony w pracy [12]. Został tam wykorzystany następujący wzór do opisu gałęzi pętli histerezy:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 2 \left(\frac{\sigma}{2B_0} \right)^n, \quad (36)$$

w którym stałe E_0 , n i B_0 zostały określone z aproksymacji krzywej cyklicznego odkształcenia. Dla obliczenia D_T ze wzoru (35) przy wykorzystaniu do opisu pętli zależności (36) wygodnie jest dokonać zamiany zmiennych σ i ε (rys. 18b). Wtedy D_T możemy obliczyć



Rys. 19

z zależności

$$D_T = \Delta \varepsilon_a \Delta \sigma_a - 2 \int_0^{\Delta \sigma_a} \varepsilon d\sigma = \Delta \varepsilon_a \Delta \sigma_a - 2 \int_0^{\Delta \sigma_a} \left[\frac{\sigma}{E_0} + 2 \left(\frac{\sigma}{2B_0} \right)^n \right] d\sigma. \quad (37)$$

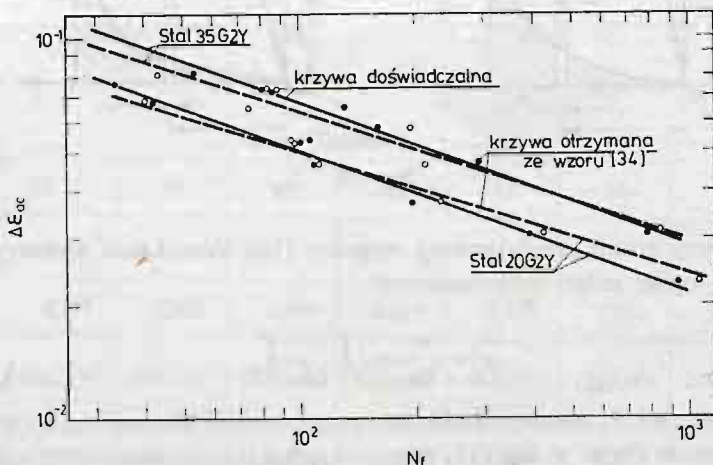
Po przeprowadzeniu obliczeń uzyskujemy:

$$D_T = \Delta \sigma_a \left[\Delta \varepsilon_a - \frac{\Delta \sigma_a}{E_0} - \frac{4}{n+1} \left(\frac{\Delta \sigma_a}{2B_0} \right)^n \right]. \quad (38)$$

Po określeniu $\Delta \varepsilon_a$ z równania (36) można określić D_T w zależności tylko od naprężeń

$$D_T = 2 \frac{n-1}{n+1} \Delta \sigma_a \left(\frac{\Delta \sigma_a}{2B_0} \right)^n \quad (39)$$

Dla stali 20G2Y i 35G2Y przeprowadzono odpowiednie obliczenia D_T ze wzorów (38) i (39) a następnie N_f ze wzoru (34). Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 19 i 20 (linie



Rys. 20

przerwane), na których zostały naniesione również wykresy uzyskane z doświadczenia (linie ciągłe). Uzyskano dość dobrą zgodność obydwu przebiegów.

4. Wnioski końcowe

Szereg zależności dotyczących trwałości w ujęciu energetycznym w układach logarytmicznych można aproksymować liniami prostymi. Należą do nich między innymi następujące zależności:

- a) między dysypacją na jeden cykl D_{sr} przy liczbie cykli równej połowie żywotności a liczbą cykli do zniszczenia N_f ,
- b) między dysypacją sumaryczną $\sum D$ a liczbą cykli do zniszczenia N_f ,
- c) między amplitudą naprężenia cyklu ustalonego σ_a a dysypacją sumaryczną $\sum D$,
- d) między zakresami odkształcenia całkowitego $\Delta \varepsilon_{ac}$ i plastycznego $\Delta \varepsilon_{apl}$ a dysypacją sumaryczną $\sum D$.

Zostały określone nie tylko wykresy tych zależności, ale pokazano również na przykładzie związku b), jak zapisać je w postaci analitycznej, co jest szczególnie przydatne do obliczeń numerycznych. Na tej drodze uzyskano również postać równania Mansona-Coffina i wzory na stałe k i C .

Wyniki uzyskane z rozważań energetycznych są bardziej zbliżone do przewidywanych w porównaniu z wartościami uzyskanymi z analizy odkształceń.

Z przeprowadzonych badań wynika, iż sumaryczna dysypacja energii, przyjmowana przez niektórych autorów jako charakterystyczna wielkość określająca zniszczenie, nie jest dobrą miarą zmęczenia niskocyklicznego, gdyż zależy ona w sposób istotny od liczby cykli i asymetrii cyklu.

Zaproponowane kryterium porównawcze uwzględniające różnice dysypacji rzeczywistej i dysypacji otrzymanej dla modelu G. Masinga dało dla stali 20 G2Y i 35 G2Y wyniki wykazujące dość dobrą zgodność z wynikami doświadczeń. Wymaga ono jednak dalszych badań, aby można było wyciągnąć wnioski o jego przydatności dla innych materiałów. Wyprowadzone zależności (37) i (38) do obliczania pól pętli histerezy ułatwiają korzystanie ze wzoru (34) przy określaniu trwałości niskocyklowej.

Literatura cytowana w tekście

1. C. E. FELTNER, J. D. MORROW, *Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture*, Trans. ASME, Journ. Basic Eng., Vol. 83, 1961, Ser. D, s. 15 - 22.
2. D. E. MARTIN, *An energy criterion for low-cycle fatigue*. Journ. Basic Eng. Trans. ASME, Vol. 83, Ser. D, 1961, s. 565—571.
3. А. Н. РОМАНОВ, *Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении*, Сообщение 1: Энергия разрушения при малом числе циклов нагружения. Проблемы Прочности, № 1, 1974, с. 3 - 10.
4. А. Н. РОМАНОВ, *Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении*, Сообщение 2: Циклический эффект Баллингера и критерии разрушения. Проблемы Прочности № 1, 1974, с. 11 - 18.
5. А. Н. РОМАНОВ, *Энергетические критерии разрушения при циклическом нагружении (обзор)*, Проблемы Прочности № 3, 1971, с. 3 - 9.

6. E. SHIRATORI, Y. OBTAYA, *Cyclic plastic strain energy and low-cycle fatigue strength of nickel-chrome steel*, Bull. ISME, nr 54, 1969, s. 1285 - 1291.
7. Y. OBTAYA, E. SHIRATORI, *Cumulative damage in the low cycle fatigue*, Bulletin of ISME, Vol. 16, nr 71, 1971, s. 418 - 426.
8. В. Т. ТРОЩЕНКО, А. И. АФОНИН, Л. А. ХАМАЗА, *Исследование энергетических критериев усталостного разрушения некоторых металлов на низкой и высокой частотах нагружения*. Проблемы Прочности, № 6, 1973, с. 3 - 7.
9. В. Т. ТРОЩЕНКО, *Деформационные и энергетические критерии усталостного разрушения металлов*, VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, PTMTiS, Warszawa 1978, s. 369 - 385.
10. В. Т. ТРОЩЕНКО, Л. А. ХАМАЗА, *Исследование некоторых энергетических критериев усталостного разрушения металлов*, Проблемы Прочности, № 4, 1969, с. 3 - 8.
11. S. KOSAŃDA, Cz. GOSS, *O osłabieniu stali 45 przy malej liczbie cykli zmian obciążenia*, Biuletyn WAT, nr 12, 1976, s. 107 - 116.
12. Cz. GOSS, S. KOSAŃDA, *Doświadczalny i analityczny opis własności stali o podwyższonej wytrzymałości w zakresie malej liczby cykli*. Mechanika Teoretyczna i Stosowana, nr 3, 1979, s. 339 - 356.
13. Cz. GOSS, S. KOSAŃDA, *Badania trwałości zmęczeniowej stali o podwyższonej wytrzymałości w zakresie malej liczby cykli*, VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, PTMTiS, Warszawa, 1978, s. 259 - 266.
14. Cz. GOSS, S. KOSAŃDA, *Badania zmęczeniowego zachowania się stali o podwyższonej wytrzymałości 20G2A w zakresie malej liczby cykli zmian obciążenia*. III Sympozjum Instytutu Pojazdów Mechanicznych WAT, Warszawa, 1977, s. 133 - 137.
15. S. KOSAŃDA, Cz. GOSS, *Badania zmęczeniowe stali 18G2A w zakresie malej liczby zmian obciążenia*, VII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, PTMTiS, Warszawa, 1976, s. 288 - 296.

Резюме

МАЛОЦИКЛОВАЯ УСТАЛОСТЬ ВЫСОКОПРОЧНЫХ СТАЛЕЙ ПОЛУЧЕННАЯ ИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

В работе представлены диаграммы и аналитические зависимости для определения малоцикло-вой усталости полученные из энергетических условий. При этом было получено уравнение Мэнсона-Кохфа и правила расчета коэффициентов k и C выступающих в этом уравнении. Были проанализированы существующие энергетические критерии разрушения. На основании этого был предложен сравнительный критерий, учитывающий разницу между суммарной диссипацией энергии, установленной на основе эксперимента и полученной при измерении поля петли гистерезиса определенной путем трансформации циклической кривой.

Summary

LOW CYCLE FATIGUE OF HIGH-STRENGTH STEELS IN TERMS OF ENERGY

In the paper diagrams and analytical dependences have been given for determination of low-cycle fatigue from energy considerations. In this way Manson-Coffin equation and formulae for constant coefficients k and C given therein were obtained.

Analysis has been performed by means of energy criteria of fatigue life. From these considerations it has been proposed a new criterion based on the difference between cumulative dissipation of energy obtained from experiments and from area measurements of hysteresis loops, the latter being obtained by scale transformation method.