LIST DO REDAKCJI

1. Tezy pracy [1], jak również prac [2], [3] podważają stan wiedzy w dziedzinie transportu energii poprzez przewodnictwo cieplne oraz przenoszenia masy drogą dyfuzji, bez podania zadowalającej argumentacji. Na fakt ten zwrócił uwagę R. Żelazny, opiniując rozprawę [2]. W pracach tych E. Bobula proponuje nowy matematyczny model jednowymiarowego i nieustalonego procesu transportu. Przewodnictwo ciepła lub dyfuzja ma być zachowawcza w obszarze skończonym, o brzegu przemieszczającym się w czasie. Zatem Autor zamierza usunąć paradoks nieskończenie wielkiej prędkości rozchodzenia się energii lub masy, będący konsekwencją stosowania równań parabolicznych. Natężenie strumienia energii lub masy $\vec{\Phi}$ E. Bobula przyjmuje w postaci:

$$\{1\}^{1)} \qquad \vec{\Phi} = -k\left(\frac{\partial p(x', t)}{\partial x'} + c(x', t)p(x', t)\right)\vec{i},$$

gdzie $x' \in (-\infty, +\infty)$ — współrzędna położenia, $t \in [0, \infty)$ — czas, p — temperatura lub stężenie, c — siły zewnętrzne, bodźce wewnętrzne lub wypadkowa wszystkich oddziaływań, $\vec{i}$ — wersor na osi Ox'.

Po przyjęciu silnych założeń, że $p(x', 0) = p(-x', 0)$, $c(x', t) = -c(-x', t)$, wprowadzeniu nowej zmiennej niezależnej $x = \sqrt{D_p}x'$ i po przekształceniach Autor przedsta- równanie bilansu w postaci:

$$\{2\} \qquad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}(cp) + 2\left(\frac{\partial c}{\partial x} + cp\right)_{x=0^-}\delta(x),$$

W pracach [2] i [3] oraz w rozdziale 3 [1] Autor rozważa problem gdy $c = 0$. Dla skrócenia wywodów w niniejszych rozważaniach zwrócono uwagę głównie na ten przypadek szczególny.

2. Uwagi krytyczne

2.1. Jeszcze przed znalezieniem rozwiązania Autor zakłada, że funkcja p nie posiada pochodnej $\frac{\partial p}{\partial x}$ dla $x = 0$, $t > 0$. Gdy natężenie strumienia energii lub masy podaje wzór {1}, $c \equiv 0$, a proces przebiega w ośrodku jednorodnym to nawet w przypadku, gdy $p(x, 0)$ nie posiada pochodnych po x w skończonej ilości punktów x_i równanie zachowania ma postać

$$\{3\} \qquad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

1) Nawiasy {} dotyczą numerów wzorów tej pracy. Wzory z rozprawy [1] posiadają numery w nawiasach ( ).

oraz posiada klasyczne rozwiązanie. Zagadnienie takie znane jest pod nazwą problemu Cauchy'ego dla równań parabolicznych. Jego rozwiązaniem jest całka Poissona, która jest nieskończenie wiele razy różniczkowalna względem zmiennych x i t (np. [25]). Powstaje więc wątpliwość dlaczego rozwiązanie p musi posiadać właściwości nieistnienia pochodnej po x, dla $x = 0$, $t > 0$. W przypadku ośrodka jednorodnego pochodna $\frac{\partial p}{\partial x}$ nie istnieje dla tych x w których działają punktowe źródła lub upusty energii lub masy. Autor natomiast stwierdza ([1] str. 31) "... zatem otrzymane równanie ((12({2} J.W.) jest równaniem bezźródłowym". Składnik tego równania $2\left(\frac{\partial p}{\partial x}+cp\right)_{x=0^-}\delta(x)$ przedstawia źródło energii lub masy. Wskutek jego działania od punktu $x = 0$ płyną dwa makroskopowe strumienie energii lub masy o natężeniach równych odpowiednio:

$$-k\left(\frac{\partial p}{\partial x}+cp\right)_{x=0^-}\vec{i}, \quad -k\left(\frac{\partial p}{\partial x}+cp\right)_{x=0^+}\vec{i}$$

Rozwiązanie spełniające warunki (14) i (15) [1] oraz zerujące się dla $|x| \geqslant |\lambda(t)|$ nie posiada klasycznych pochodnych $\frac{\partial p}{\partial x}$ dla trzech, a nie dla jednej wartości x. Są to $x_1 = 0$, $x_2 = +\lambda(t)$, $x_3 = -\lambda(t)$. Wobec tego równanie bilansu ma postać

$$\{4\} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + 2\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=0^-}\delta(x) - \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=-\lambda(t)^+}\delta\big(x+\lambda(t)\big) - \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=+\lambda(t)^-}\delta\big(x-\lambda(t)\big),$$

która różni się od (13). Ponadto winny być spełnione warunki

$$p\big(\pm\lambda(t), t\big) = 0, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=0^-} = \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=-\lambda(t)^+}, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=0^+} = \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=\lambda(t)^-}$$

Twierdzenie J. Szarskiego [2] „Jeżeli $p(x, 0)$ jest nieujemne w przedziale $-\lambda(0) \leqslant x \leqslant \lambda(0)$ i zeruje się na zewnątrz tego przedziału i jest ograniczone dla $x \to \infty$ to rozwiązanie jest nieujemne dla $-\lambda(t) \leqslant x \leqslant \lambda(t)$ oraz zeruje się na zewnątrz tego przedziału" nie dotyczy równania (13), lecz równania {4}. Spełnienie warunku (14) jest rezultatem dostosowania natężenia źródła energii lub masy w punkcie $x = 0$ do intensywności jej odbioru na ruchomych brzegach obszaru, zatem Autor rozważa proces ze źródłami a nie zachowawczy jak podaje w tytule. Omawiany problem może być przeformułowany na przypadek źródeł rozłożonych, na co zwrócił uwagę R. Żelazny [2].

2.2. Problemy transportu masy i energii stanowią przedmiot termodynamiki procesów nieodwracalnych [4], [5]. Metodologia badania procesów transportu oparta jest na pojęciach bodźców (sił) i przepływów termodynamicznych, na lokalnym ujęciu II zasady termodynamiki. Użyteczne bywa pojęcie źródła entropii.

Można przypuszczać, że używając słowa „gęstość" w przypadku dyfuzji Autor ma na myśli stężenie, a więc gęstość cząstkową, parcjalną. W powszechnie przyjętym rozumieniu transport masy przez wybraną powierzchnię oznacza sumę transportów cząstkowych poszczególnych składników wyróżnialnych w układzie. Transporty te mogą być skoniugowane lub sprzężone. Bodźcami do transportów skoniugowanych mogą być ułamki molowe. Fragmenty tekstu ze str. 35 i 36 rozprawy [1] przynoszą rewizję tego ogólnie przyjętego stanowiska.

„... transport pewnych składników odbywa się w kierunku przeciwnym do kierunku wyznaczonego przez gradient gęstości ... W tym przypadku modułem napędowym transportu jest potencjał elektrochemiczny". „Jeśli proces dyfuzji posiada strumień, który zależy również od gęstości, jak w przypadku transportu zachodzącego pod wpływem potencjału elektrochemicznego ..., wówczas $c(x, t)$ ... jest czynnikiem ... wpływającym na kształt rozwiązania ..." W dyskusji nad tymi sformułowaniami można stwierdzić:

— bodźcem napędowym transportu cząstkowego jest gradient potencjału chemicznego, a uproszczeniem jest przyjęcie za bodziec gradientu stężenia,
— transport przeciwny do kierunku wyznaczonego przez gradient „gęstości" nie jest wywołany potencjałem chamicznym lecz jest sprzężony z innymi bodźcami,
— potencjał chemiczny jako bodziec powinien występować w postaci gradientu a nie w czynniku $c(x, t)$,
— pojawienie się w równaniu transportu składnika zależącego od „gęstości" cząstkowej utożsamiane jest z działaniem siły zewnętrznej,
— w rozumieniu Autora byłby to czynnik wewnętrzny $c(x, t)$. W tym znaczeniu czynnik ten reprezentuje jakąś właściwość układu. Jak Autor wyjaśnia zmianę znaku tej właściwości dla $x = 0$, lub ewentualną nieciągłość w tym punkcie?

Ponadto biorąc pod uwagę wzór na $c(x, t) = \dfrac{x}{2(r-t)}$ ze str. 27 [1] należy stwierdzić, że ma miejsce niezgodność zwrotów wszystkich bodźców termodynamicznych oraz makroskopowego przepływu energii lub masy. Zatem rozdział 4 [1] kwestionuje lokalne ujęcie II zasady termodynamiki.

2.3. Autor sugeruje, że wyrażenie na strumień {1} pochodzi od M. Smoluchowskiego z pracy [6], gdzie podany jest wzór (niektóre oznaczenia za pracą [1]):

$$\{5\} \qquad \vec{\Phi} = \left(-k\frac{\partial p}{\partial x} + uFp\right)\vec{i}$$

gdzie u — jest ruchliwością cząsteczek, F — rzutem siły zewnętrznej skierowanej równolegle do osi x.

Porównując wyrażenie {1} ze wzorem M. Smoluchowskiego, używanym do dziś [7], [8] należy spostrzec, że w odróżnieniu od wzoru {1} w zależności {5} drugi składnik nie zależy od współczynnika dyfuzji, strumień cząstek transportowanych pod wpływem siły zewnętrznej (zależnej tylko od położenia) jest zgodny z jej zwrotem.

2.4. Odnośnie bibliografii.

a) Autor nie uwzględnia prac dotyczących problemu przewodnictwa cieplnego i dyfuzji po J. B. J. Fourierze i A. Ficku. Należało powołać się m.in. na monografie [9], [10], [7], [11], [26] oraz na prace A. Einsteina, M. Smoluchowskiego, J. E. Boltzmanna, P. G. Shewnona oraz na twórców termodynamiki procesów nieodwracalnych [12], [13], [14] oraz [4], [5], [15].

b) Problem impulsu cieplnego czy masowego o „skończonej prędkości" należy prawie do klasycznych, wywodzi się bowiem od Maxwella. Istnieje polska bibliografia z tego zakresu [16], [17]. Hipotezę Maxwella uzasadnił C. Cattaneo w oparciu o kinetyczną teorię gazów, implikującą równanie hiperboliczne [18], [19]. Omawiany problem był przedmiotem prac P. Vernotte [20], M. E. Gurtina i A. C. Pipkina [21]. Interesująca jest koncepcja J. Müllera, przedstawiona w kilku publikacjach syntetycznie omówionych w monografii K. WILMAŃSKIEGO [22], gdzie zamieszczona jest pełna bibliografia. Podobny wykaz piśmiennictwa można zestawić dla zagadnienia dyfuzji, zaczynając od pracy S. Goldsteina [23] która od lat znalazła stałe miejsce nie tylko w bibliografii problemów dyfuzji lecz także przy omawianiu zagadnień probabilistycznych. Efekt „skończonej prędkości" uzyskuje się także w niektórych przypadkach nieliniowych równań różniczkowych parabolicznych. Wówczas rozwiązanie zachowuje ciągłość, której nie zapewnia równanie hiperboliczne. Autor nie cytuje podanych tu czy ewentualnie innych pozycji literaturowych. W tej sytuacji Autor nie porównuje swojej propozycji z dotychczasowym stanem wiedzy w zakresie „skończonej prędkości" mimo, że problem ten ma stanowić zasadnicze osiągnięcie prac [1], [2] i [3].

2.5. Praca nie zawiera erraty, więc pragnąłbym się nie ustosunkowywać do drobnych błędów, które mogły być naniesione w toku drukowania pracy.

Literatura cytowana w tekście

1. E. BOBULA, *Równanie zachowawczej dyfuzji w przestrzeni dystrybucji a możliwość wpływu na jej przebieg*, ZN AGH, Górnictwo, z. 104, Kraków 1979 r.
2. E. BOBULA, *Pseudoźródłową hipoteza transportu parabolicznego*, rękopis wraz z recenzjami oraz pismem Jacka Szarskiego złożony w Bibliotece Jagiellońskiej, praca doktorska UJ 1974 r.
3. E. BOBULA, ZN AGH nr 428, MFCh z. 19, 1975 r.
4. K. GUMIŃSKI, *Termodynamika procesów nieodwracalnych*. PWN 1962 r.
5. S. WIŚNIEWSKI, B. STANISZEWSKI, R. SZYMANIK, *Termodynamika procesów nierównowagowych*, PWN 1973 r.
6. M. SMOLUCHOWSKI, Ann. der Physik, 48, 1915 r.
7. W. JOST, *Diffusion in Solids, Liquids and Gases*, wyd. 4 Acad. Press. New York, 1960 r.
8. H. SCHMALZRIED, *Reakcje w stanie stałym*, PWN, 1978 r.
9. H. S. CARSLAW, J. C. JAEGER, *Conduction of Heat in Solids*. II. wyd. Oxford 1959 r.
10. A. V. LUIKOW, *Analytical Heat Diffusion Theory*. Acad. Press N. York 1968 r.
11. J. CRANK, *Mathematics of Diffusion*, Oxford 1956 r.
12. L. ONSAGER, Phys. Rev. 1931 r. 37, 405, 1931 r. 38, 2265.
13. S. R. de GROTT, *Thermodynamics of Irreversible Processes*, Amsterdam 1952 r.
14. I. PRIGOGINE, *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes* 1955 r.
15. B. BARANOWSKI, *Nierównowagowa termodynamika w chemii fizycznej*, PWN, 1974 r.
16. S. KALISKI, Biuletyn PAN, 1965 r. 13, 211.
17. S. KALISKI, Biuletyn PAN 1965 r. 13, 253.
18. C. CATTANEO, Atti del Sem. Mat. Fis. Univ. Modena 3, 8, 3 1948 r.
19. C. CATTANEO, C. R. Acad. Sci. Paris 1958 r. 247/431.
20. P. VERNOTTE, CR Acad. Sci. Paris, 1958 r. 246, 3154.
21. M. E. GURTIN i A. C. PIPKIN. Arch. Rac. Mech. An 1968 r. 31, 113.
22. K. WILMAŃSKI, *Podstawy termodynamiki fenomenologicznej* PWN, 1974 r.
23. S. GOLDSTEIN, Quart. J. Mech. Appl. Math. 1951 r.
24. A. N. TICHONOW, A. A. SAMARSKI, *Równania fizyki matematycznej*, PWN Warszawa 1963 r.
25. S. K. GODUNOW, *Równanie fizyki matematycznej*, WNT 1975 r.
26. Ł. A. KOZDOBA, *Metody rešenia nelinejnych zadač teploprovodnosti*, Moskwa 1975 r.