

PŁYNIĘCIE KOŁNIERZA PRZY KSZTAŁTOWANIU WYTŁOCZKI Z NIEJEDNORODNEJ BLACHY ANIZOTROPOWEJ

TADEUSZ SOŁKOWSKI (KRAKÓW)

1. Wstęp

Istnieje grupa specjalnych sposobów tłoczenia, w których celowo wytwarza się niejednorodność własności blachy przeznaczonej do kształtowania. Sposoby te polegają na obniżeniu wytrzymałości materiału w kołnierzu formowanej wytłoczki, przy zachowaniu początkowej wyższej wytrzymałości w obszarze i otoczeniu dna. Dzięki temu, graniczna siła jaką może przenieść dno pozostaje taka sama, a siła tłoczenia obniża się w wyniku spadku oporu kształtowania i można uzyskać wyższą wytłoczkę w jednej operacji.

Niejednorodność własności praktycznie uzyskuje się poprzez miejscowe wyżarzenie lub miejscowe podgrzanie blachy. W wyniku ograniczonych możliwości technicznych nagrzewu, nie uzyskuje się skokowego spadku σ_p , lecz wytwarza się w kołnierzu pewien rozkład $\sigma_p(x, y)$. Ponadto bardzo często materiał blachy wykazuje anizotropię własności.

Analiza teoretyczna takich przypadków wytłaczania powinna być wykonana z uwzględnieniem zarówno plastycznej niejednorodności jak i anizotropii materiału.

W analizie przedstawionej w niniejszej pracy, uwzględniono zmienną wartość naprężenia uplastyczniającego w zależności od położenia punktu w obszarze odkształcenia oraz od kąta φ wzajemnej orientacji kierunków głównych tensora naprężenia i ortotropii materiału. Ograniczono się do procesu wytłaczania, w którym naprężenia główne mają różnoimienne znaki oraz do przypadku ortotropii symetrycznej względem kątów będących całkowitą wielokrotnością 45° do kierunku walcowania blachy. Przy takich założeniach można zastosować warunek plastyczności Treski zmodyfikowany dla materiału anizotropowego przez IWLEWA [3].

W pracy podano równania i związki wzdłuż charakterystyk dla naprężeń i prędkości płynięcia w warunkach płaskiego stanu naprężenia. Wykonano przykłady ilustrujące wpływ niejednorodności i anizotropii na stan naprężeń i prędkości płynięcia w kołnierzu wytłoczek o niektórych kształtach podstawy w początkowym stadium ich formowania. Wskazano na praktyczne zastosowanie uzyskanych rozwiązań.

2. Płaski stan naprężenia niejednorodnego materiału anizotropowego

W przypadku niejednorodnego materiału Treski o ortotropii symetrycznej, tzn.

$$\sigma_p(x, y, \varphi) = \sigma_p\left(x, y, \varphi \pm \frac{\pi}{2}\right) \text{ i przy } \sigma_1 \sigma_2 \leq 0 \text{ podstawowy układ równań płaskiego stanu}$$

naprężenia ma postać:

$$(2.1) \quad \frac{\partial(h\sigma_x)}{\partial x} + \frac{\partial(h\tau_{xy})}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial(h\sigma_y)}{\partial y} + \frac{\partial(h\tau_{xy})}{\partial x} = 0,$$

$$(2.2) \quad \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_p(x, y, \varphi),$$

lub

$$(2.2a) \quad F \equiv (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 - \sigma_p^2(x, y, \varphi) = 0,$$

$$(2.3) \quad \frac{\dot{\epsilon}_x}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_x}} = \frac{\dot{\epsilon}_y}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_y}} = \frac{\dot{\epsilon}_{xy}}{\frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}}} = \lambda,$$

$$(2.4) \quad \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_h = 0.$$

Powyższy układ równań może być rozwiązany w sposób podany przez HILLA [2] po przyjęciu z góry założenia o rozkładzie grubości $h(x, y)$, a warunek nieściśliwości (2.4) nie będzie wówczas spełniony.

Warunek plastyczności będzie tożsamościowo spełniony przy dowolnej funkcji $\sigma_p(x, y, \varphi)$ po parametryzacji znanym sposobem:

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma + k \cos 2\varphi, \\ \sigma_y &= \sigma - k \cos 2\varphi, \\ \tau_{xy} &= k \sin 2\varphi, \end{aligned}$$

gdzie:

$$k = \frac{1}{2} \sigma_p(x, y, \varphi); \quad \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}; \quad \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Po wprowadzeniu zależności (2.5) do warunków równowagi (2.1) uzyskuje się pewien nie wypisany tutaj układ dwóch równań różniczkowych quasi-liniowych typu hiperbolicznego, który posiada dwie rodziny charakterystyk o równaniach:

$$(2.6) \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \left(\xi \pm \frac{\pi}{4} \right),$$

gdzie:

$$\xi = \varphi - \delta, \quad \delta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \frac{\partial \ln k}{\partial \varphi}.$$

Natomiast związki wzdłuż charakterystyk mają postać:

$$(2.7) \quad \pm d\sigma + \frac{2k}{\cos 2\delta} d\varphi + \left[\left(\frac{\partial \ln k}{\partial x} + \frac{\partial \ln h}{\partial x} \right) \sin 2\delta - \left(\frac{\partial \ln k}{\partial y} + \frac{\partial \ln h}{\partial y} \right) \cos 2\delta \right] k dx + \\ + \left[\left(\frac{\partial \ln k}{\partial x} + \frac{\partial \ln h}{\partial x} \right) \cos 2\delta + \left(\frac{\partial \ln k}{\partial y} + \frac{\partial \ln h}{\partial y} \right) \sin 2\delta \right] k dy + \\ + \left(- \frac{\partial \ln h}{\partial x} \sin 2\xi + \frac{\partial \ln h}{\partial y} \cos 2\xi \right) \sigma dx + \left(\frac{\partial \ln h}{\partial x} \cos 2\xi + \frac{\partial \ln h}{\partial y} \sin 2\xi \right) \sigma dy = 0.$$

W szczególnym przypadku przy $h = \text{const}$ równania charakterystyk (2.6) pozostają takie same, a związki wzdłuż charakterystyk przybierają prostszą postać:

$$(2.8) \quad \pm d\sigma + \frac{2k}{\cos 2\delta} d\varphi + \left(\frac{\partial k}{\partial x} \sin 2\delta - \frac{\partial k}{\partial y} \cos 2\delta \right) dx + \\ + \left(\frac{\partial k}{\partial x} \cos 2\delta + \frac{\partial k}{\partial y} \sin 2\delta \right) dy = 0.$$

Prawo płynięcia (2.3) stowarzyszone z warunkiem plastyczności, po uwzględnieniu (2.5) daje dwa równania różniczkowe typu hiperbolicznego, które posiadają dwie rodziny charakterystyk o takich samych równaniach (2.6) jak charakterystyki dla naprężeń. Wyprowadzenie tych równań dla płaskiego stanu odkształcenia materiału anizotropowego podał BYKOWCEW [1]. Wzdłuż charakterystyk dla prędkości obowiązują związki podane przez Geiringer:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} d\vartheta_\alpha + \vartheta_\beta d\xi &= 0, \\ d\vartheta_\beta - \vartheta_\alpha d\xi &= 0, \end{aligned}$$

3. Początkowe płynięcie kołnierza w procesie wytłaczania

Teoria płaskiego stanu naprężenia ma ważne zastosowanie do analizy procesów tłoczenia blach. Aby móc rozwiązać zagadnienie płynięcia kołnierza w procesie wytłaczania, musimy poczynić pewne założenia upraszczające. Zakładamy, że kołnierz znajduje się w warunkach płaskiego stanu naprężenia, tzn. pomija się naprężenia normalne i styczne pochodzące od dociskacza, jako niewielkie w porównaniu z oporem odkształcenia. Na wewnętrznym brzegu kołnierza, czyli na krawędzi otworu matrycy działa jedynie naprężenie ciągnące normalne do tego brzegu. Maksymalna wartość tego naprężenia jaką może przenieść materiał jest równa jego granicy plastyczności w tym miejscu.

Najbardziej interesującym będzie przypadek, w którym rozkład naprężenia ciągnącego na wewnętrznym brzegu jest równomierny, gdyż jak pokazuje doświadczenie, kołnierz wykreślony z warunku równomiernego rozkładu ciągnięć ma najmniejszą skłonność do utraty stateczności przy wytłaczaniu.

Po przyjęciu założeń odnośnie warunków na brzegu wewnętrznym można wyznaczyć wokół niego siatkę charakterystyk dla naprężeń dla przypadku płyty nieograniczonej. Prowadzone rozwiązanie ma jednak praktyczne znaczenie tylko w obszarze do trajektorii, wzdłuż której byłoby $\sigma_1 = 0$ i byłaby ona prostopadła w każdym punkcie do kierunku działania σ_1 . Technika poszukiwania takiej trajektorii na wykreślonej już siatce charakterystyk może być różnorodna. W przypadku materiału jednorodnego i niejednorodnego ale bez anizotropii, można tę trajektorię wykreślić z warunku, że linie poślizgu mają do niej podchodzić pod kątem 45° w każdym jej punkcie.

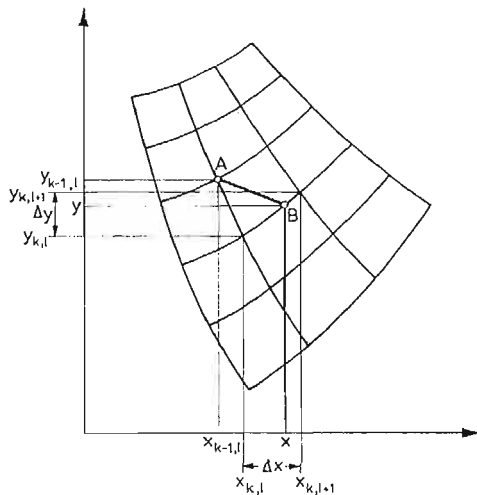
Wychodzimy z jakiegoś węzła siatki, o którym wiemy, że $\sigma_1 = 0$. Niech będzie to punkt A na rys. 1. Następny punkt, w którym szukana trajektoria przecina linię poślizgu ma współrzędne x, y , które znajdujemy rozwiązując następujący układ równań (według oznaczeń podanych na rys. 1):

$$(3.1) \quad y - y_{k-1, l} = \frac{1 + \frac{\Delta y}{\Delta x}}{1 - \frac{\Delta y}{\Delta x}} (x - x_{k-1, l}),$$

$$(3.1) \quad y - y_{k,l} = \frac{\Delta y}{\Delta x} (x - x_{k,l}),$$

[cd.]

Znaleziony punkt jest nowym punktem wyjściowym do poszukiwania następnego. Tak wykreślona linia jest w każdym punkcie prostopadła do kierunku działania naprężenia σ_1 . Czy i z jaką dokładnością spełnia ona warunek swobodnego brzegu możemy sprawdzić znajdując przez interpolację wartości σ_1 w poszczególnych jej punktach.



Rys. 1.

W przypadku materiału anizotropowego, kierunek naprężenia głównego σ_1 nie tworzy z charakterystykami kąta $\frac{\pi}{4}$, lecz kąt $\frac{\pi}{4} \pm \delta$, a więc charakterystyki nie pochodzą do szukanej trajektorii pod kątem $\frac{\pi}{4}$ z wyjątkiem kątów $\varphi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \dots$

Mając wykreśloną siatkę charakterystyk i znając wartości φ i σ_1 w węzłach, w przypadku materiału anizotropowego również wychodzimy z jakiegoś węzła, w którym $\sigma_1 = 0$. Następny punkt x, y szukanej trajektorii (rys. 1) wyznaczamy rozwiązując układ równań:

$$(3.2) \quad y - y_{k-1,l} = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_{k-1,l}} (x - x_{k-1,l})$$

$$y - y_{k-1} = \frac{\Delta y}{\Delta x_j} (x - x_{k,l})$$

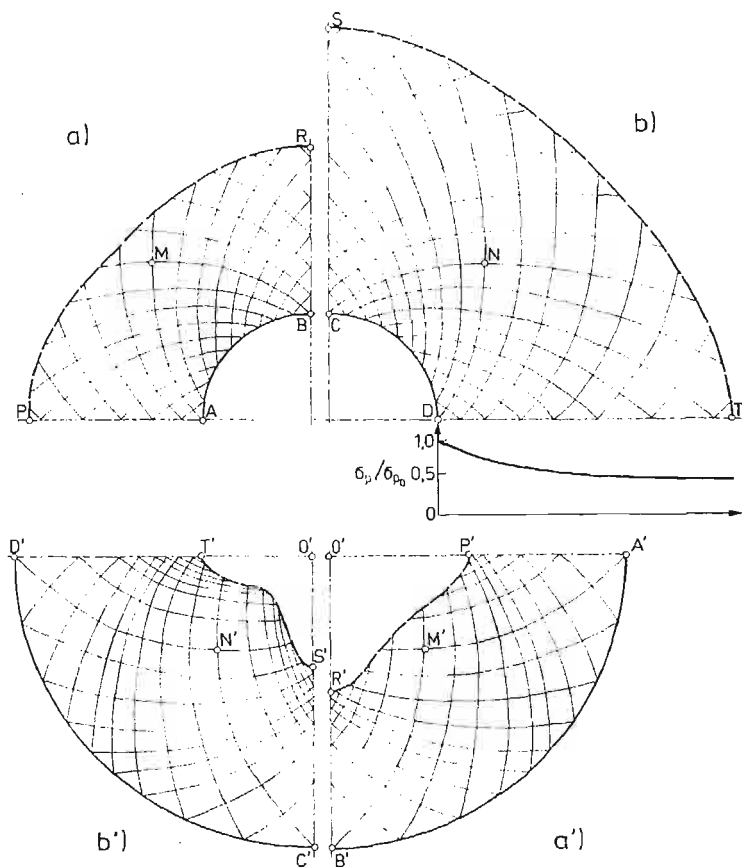
Następnie znajdujemy przez interpolację wartość kąta φ w punkcie x, y , której znajomość jest niezbędna do kontynuacji obliczeń. Możemy też znaleźć drugie i dalsze przybliżenia współrzędnych punktu x, y , biorąc w pierwszym równaniu (3.2) zamiast kąta $\varphi_{k-1,l}$ wartość średnią z kątów $\varphi_{k-1,l}$ i $\varphi_{x,y}$.

Tak wyznaczona trajektoria będzie w każdym punkcie prostopadła do kierunku działania naprężenia σ_1 . Pozostaje do sprawdzenia wzdłuż wykreślonej linii z jaką dokładnością jest spełniony warunek $\sigma_1 = 0$.

W przedstawionych w pracy przykładach odchylenia były rzędu $\frac{\sigma_1}{\sigma_{p_0}} = 0,02$ do $0,06$ i są one podane przy każdym rozwiązaniu. Wykreślona trajektoria wyznacza kształt i graniczne wymiary materiału wyjściowego na wylotczkę, jaki teoretycznie może być wzięty do wytłaczania w jednej operacji.

Plan prędkości płynięcia w kołnierzu sporządza się na podstawie związków (2.9) wychodząc z założenia, że prędkość płynięcia na wewnętrznym brzegu kołnierza jest równa prędkości stempla i ma rozkład równomierny. Założenie takie jest dopuszczalne, gdyż w wyniku działania sił tarcia między czołem stempla a blachą, odkształcenia blachy w dnie są niewielkie [4]. Dla każdego kształtu podstawy wylotczki zarys zewnętrzny hodografu będzie więc kołem, a wartość prędkości stempla przedstawia promień tego koła. Konstrukcję hodografu prowadzimy do wyznaczonego na siatce charakterystyk dla naprężeń brzegu zewnętrznego kołnierza.

Przedstawione poniżej przykłady rozwiązań obrazują wpływ niejednorodności i anizotropii blachy na kształt i graniczne wymiary materiału wyjściowego wyznaczone z warunku równomiernego rozkładu ciągnięcia o wartości σ_{p_0} na brzegu otworu matrycy.



Rys. 2.

Niejednorodność i anizotropię blachy uwzględniono w tych przykładach wprowadzając rozkład σ_p opisany funkcją:

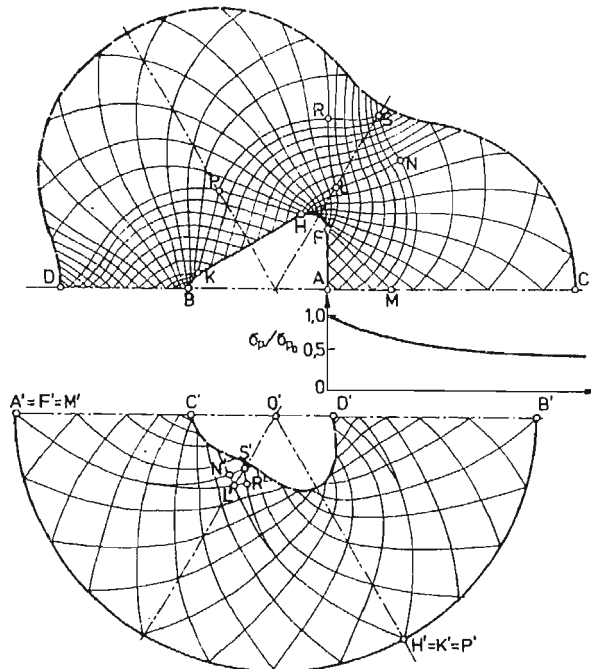
$$(3.3) \quad \frac{\sigma_p}{\sigma_{p_0}} = (1 + a \sin^2 2\varphi) b e^{c\sqrt{x^2+y^2}},$$

gdzie: σ_{p_0} — wartość σ_p na brzegu otworu matrycy i w kierunku walcowania blachy.

Pierwszy człon tej zależności opisuje symetryczną anizotropię blachy z dobrą zgodnością dla wielu gatunków materiałów. W przykładach przyjęto dla aluminium $a = -0.15$.

Drugi człon wczytywano w ten sposób, aby rozkład σ_p podany na wykresach przy każdym przykładzie opasywał podstawę wytłoczki. Przykłady wykonano dla początkowego stadium płynięcia, w którym $h = \text{const}$. Wykonano też rozwiązania przy liniowym wzroście grubości blachy w kierunku brzegu kołnierza o wartość rzędu do 5%, ale różnice w polu charakterystyk były tak niewielkie, że nie można ich przedstawić na rysunkach. Małe zmiany grubości występujące w początkowych etapach płynięcia są więc pomijalne.

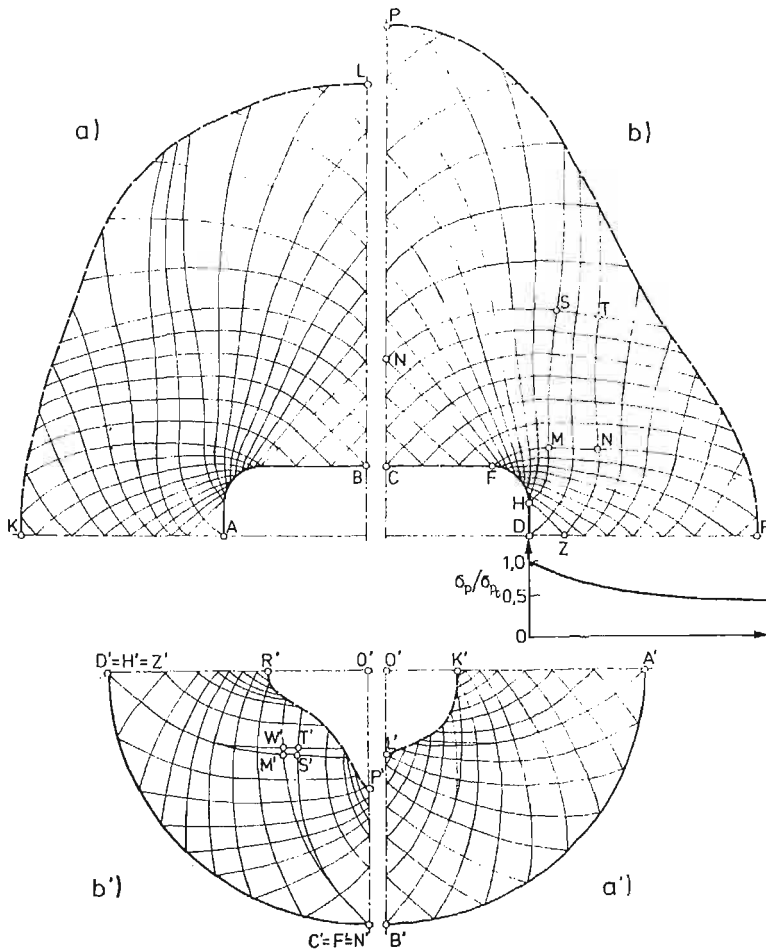
Na rys. 2 przedstawiono siatki charakterystyk dla naprężeń w kołnierzu wytłoczki o podstawie kołowej w przypadku blachy anizotropowej (a) i anizotropowej z podaną niejednorodnością (b). Siatki wyznaczono na podstawie związków (2.8) metodą różnic skończonych obliczając kolejne przybliżenia punktów. Przedstawione rozwiązania są trzecim przybliżeniem, przy czym czwarte i dalsze przybliżenia nie wprowadzają już praktycznie żadnych zmian. Wzdłuż trajektorii zewnętrznego brzegu wartość $\frac{\sigma_1}{\sigma_{p_0}}$ odbiega od zera maksymalnie o 0,02. Niejednorodność blachy nie zmienia obrazu siatki, ale dopuszczalny obszar kołnierza jest znacznie większy.



Rys. 3.

Plan prędkości pokazuje, że prędkość płynięcia na zewnętrznym brzegu kołnierza jest najmniejsza w kierunku pod kątem 45° , przy czym różnica między prędkościami w kierunku 0° i 45° jest większa po zwiększeniu kołnierza w przypadku blachy niejednorodnej. Taka różnica prędkości powoduje dobrze znane w praktyce zjawisko tworzenia się uszu w przypadku wytłoczenia z blachy anizotropowej naczynia cylindrycznego z pół wyrobu kołowego.

Sama niejednorodność materiału, bez występowania anizotropii może również znacznie wpłynąć na obraz siatki charakterystyk. Wykazuje to przykład na rys. 3 wykonany dla wytłoczki o podstawie trójkątnej w przypadku występowania niejednorodności o rozkładzie podanym na wykresie. Przy bokach prostych otworu matrycy wartość σ_p zmienia się tylko w kierunku do nich prostopadłym i pola siatki przyległe do tych boków pozostają wtedy prostoliniowe. Zagadnienie charakterystyczne FMNL rozpoczyna się od charakterystyki prostoliniowej FM, ale charakterystyki tej rodziny przechodzą w krzywoliniowe. Konsekwencją tego jest wystąpienie na planach prędkości obszarów typu $A'N'L'$, w których charakterystyki $A'N'$ i $A'L'$ wychodzą ze wspólnego punktu i stopniowo się



Rys. 4.

rozchodzą. Początkowo zmiana krzywizny linii z rodziny FM na płaszczyźnie fizycznej jest tak nieznaczna, że praktycznie linie A'N' i A'L' pokrywają się.

W powyższym przykładzie, na zewnętrznym brzegu wykreślonego kołnierza wartość $\frac{\sigma_1}{\sigma_{p_0}}$ waha się od 0 do 0,03.

Dla wytłoczki o podstawie prostokątnej (rys. 4) wykonano dwa przypadki rozwiązania obrazujące wpływ poszczególnych cech materiału:

- a) materiał niejednorodny bez anizotropii
- b) materiał niejednorodny anizotropowy

Przy tym kształcie wytłoczki uzyskano nieco gorszą dokładność na zewnętrznym brzegu; wartość $\frac{\sigma_1}{\sigma_{p_0}}$ wynosi od 0 do 0,06.

Rozwiązania takie, jak przedstawiono na powyższych przykładach są wskazówką przy projektowaniu kształtu materiału wyjściowego na wytłoczkę, gdyż pokazują kształty kołnierzy zapewniające równomierny rozkładciągnięć w otworze matrycy. Podają też w jakim stopniu wywołana niejednorodność blachy wpływa na zwiększenie dopuszczalnych wymiarów materiału wyjściowego.

4. Uwagi końcowe

Przedstawione przykłady wykazują, że przy zastosowaniu zlinearyzowanego warunku plastyczności można rozwiązać pewną klasę zagadnień płynięcia kołnierzy przy wytłaczaniu w warunkach płaskiego stanu naprężenia z równoczesnym uwzględnieniem niejednorodności i symetrycznej anizotropii blachy. Dokładność rozwiązań zależy od kształtu wewnętrznego brzegu kołnierza oraz ilości punktów brzegowych wziętych do obliczeń, ale jest wystarczająco duża dla celów praktycznych. Mimo, że możliwe jest sformułowanie rozwiązań jedynie dla początkowego stadium płynięcia, to mają one zastosowanie do analizy procesów wytłaczania blach z miejscowym podgrzewaniem i po miejscowym wyżarzeniu. Rozwiązania te pozwalają wyznaczyć kształty materiału wyjściowego zapewniające równomierny rozkładciągnięć na brzegu otworu matrycy i są pomocne przy projektowaniu technologii wytłaczania.

Literatura cytowana w tekście

1. G. I. BYKOWCEW; *O płaskiej deformacji anizotropnych idealno-plastycznych tel.* Izv. AN SSSR, OTN, Mech. i Maszynostr., 1963, 2.
2. R. HILL; *The mathematical theory of plasticity.* Oxford, 1950.
3. W. F. KATKOW, M. N. GORBUNOW, O. W. POPOW, N. A. KLJUCZAREW; *Głubokaja wytjażka polykh izdelij s podogrewom*, w „Obrabotka metalłow dawlennijem”, Izd. AN SSSR, Moskwa, 1958.
4. D. D. IWLEW; *Teoria idealnoj plasticznosti.* Izd. Nauka, Moskwa, 1966.
5. A. D. TOMLENOW; *Plasticzeskoje teczenije w procesach složnoj wytjażki listowych metalłow.* Kuzn.-szlamp. Proiz. 1968, 7.

Резюме

ТЕЧЕНИЕ ФЛАНЦА ПРИ ГЛУБОКОЙ ВЫТЯЖКЕ ДЕТАЛЕЙ
ИЗ НЕОДНОРОДНОГО АНИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

В статье представлено решение по методу характеристик, задачи о первоначальном пластическом течении фланца в процессе глубокой вытяжки с учетом неоднородности и плоской анизотропии материала. Разработаны сетки характеристик для напряжений и голографы для некоторых примеров вытяжки деталей различной формы поперечного сечения. Эти решения определяют благоприятный контур заготовок, а также объясняют механизм появления фестонов при вытяжке анизотропного листового металла.

Summary

FLOW OF THE FLANGE IN DEEP DRAWING OF SHELLS FROM A NON-HOMOGENEOUS
ANISOTROPIC SHEET METAL

The method of characteristics is applied to solve the problem of initial plastic flow of the flange in deep drawing with regard to the non-homogeneity and plane anisotropy of material.

Characteristic line networks for stresses and hodographs are designed for some cases of shells with different cross-section shapes. The solutions allow to determine the favourable shape of the blank for the deep drawn part and explain the mechanism of earing of an anisotropic sheet metal.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 28 lutego 1979 roku.
