MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
3, 17 (1979)

DOŚWIADCZALNY I ANALITYCZNY OPIS WŁASNOŚCI STALI O PODWYŻSZONEJ WYTRZYMAŁOŚCI W ZAKRESIE MAŁEJ LICZBY CYKLI[1]

CZESŁAW GOSS, STANISŁAW KOCAŃDA (WARSZAWA)

1. Wstęp

Niskocykliczna wytrzymałość zmęczeniowa należy do młodszych, ale intensywnie rozwijających się działów nauki o zmęczeniu materiałów i układów konstrukcyjnych. Pierwsze zależności do praktycznych obliczeń w zakresie małej liczby cykli obciążenia sformułowano bowiem w połowie lat pięćdziesiątych. Rozwinięto je w latach sześćdziesiątych, co wiązało się przede wszystkim z zapewnieniem właściwej niezawodności statkom latającym. Badania i obliczenia w latach siedemdziesiątych objęły zbiorniki i rurociągi, składy siłowni cieplnych i statków morskich, urządzenia siłowni jądrowych, a nawet narzędzia do obróbki plastycznej. Stąd też zaistniała pilna konieczność zebrania informacji o zachowaniu się materiałów produkcji krajowej w omawianym zakresie wytrzymałości zmęczeniowej, a zwłaszcza stali o podwyższonej wytrzymałości. Taka była geneza podjęcia i przeprowadzenia przez nas badań w latach 1974 - 78, rozpoczętych od badań stali 45 [1]. Chodziło w nich głównie o ustalenie odpowiednich metodyk eksperymentalnych. Następnie wykonano badania stali o podwyższonej wytrzymałości 1862A, 2062Y, 35G2Y i 34GS. Wyniki badań stali 18G2A przy jednostronnie zmiennym rozciąganiu o współczynniku amplitudy cyklu $R = 0$ i $R = 0{,}5$ przedstawiono w pracy [2], natomiast w pracach [3] i [4] opublikowano ciekawsze wyniki badań pozostałych stali przy cyklach jednostronnych i symetrycznych.

W niniejszej pracy zostaną przedstawione przebiegi ustalonych pętli histerezy, wykresy cyklicznego odkształcenia i krzywe trwałości zmęczeniowej dla stali 35G2Y, 20G2Y i 18G2A przy symetrycznym rozciąganiu — ściskaniu w „odkształceniach". Na podstawie wyników doświadczeń podjęto próbę analitycznego opisu związków między naprężeniem i odkształceniem w czasie cyklicznego obciążenia. Spośród wielu metod analitycznego opisu przyjęto na początek jedną z najprostszych, a mianowicie — transformacji skali. Opis ten jest opisem fenomenologicznym, modelowym, nie wiążącym się z rzeczywistą strukturą badanych stali i z fizycznym charakterem zachodzących w nich zmian. Rozważane będą zarówno stany ustalone, jak i nieustalone. Wyniki doświadczeń i opis modelowy ograniczymy do jednoosiowego stanu obciążenia. Istnieje jednak możliwość wy-

---

[1] Praca stanowi rozszerzenie referatu przedstawionego na VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego

Warszawa 4 - 6 września 1978

Wyniki badań pochodzą z pracy wykonanej w ramach problemu węzłowego 05.12 „Wytrzymałość i optymalizacja konstrukcji budowlanych i maszynowych", koordynowanego przez IPPT PAN.

korzystania niektórych wielkości otrzymanych w czasie tych badań do obciążeń złożonych, mimo pewnych różnic ilościowych w zachowaniu się metalu, przy obciążeniach w obydwu stanach [5]. Zaznaczmy przy okazji, że wpływ wielu czynników na cykliczne zachowanie się stali nastręcza ogólnie znanych trudności w pełnym ujęciu analitycznego opisu własności cyklicznych, a szczególnie w opisie stanów przejściowych.

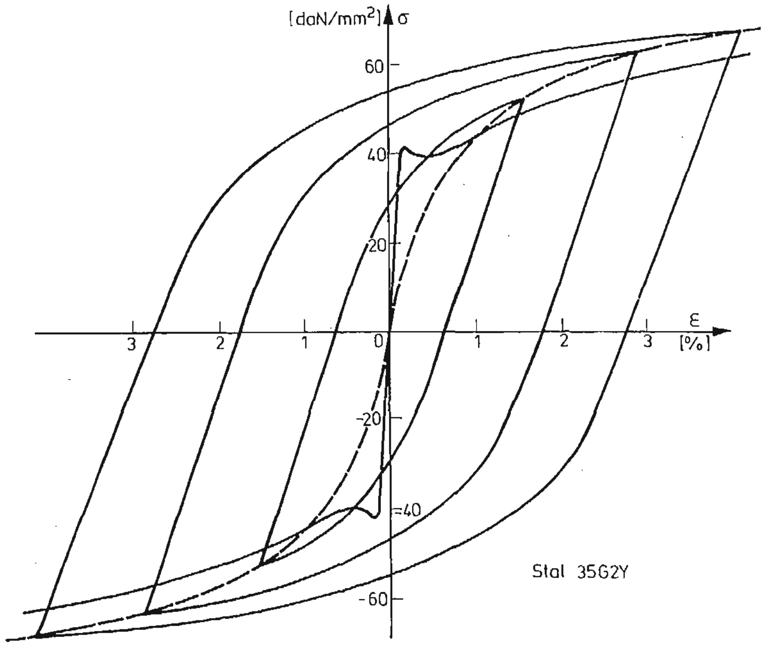
2. Badania doświadczalne i określenie trwałości zmęczeniowej

Badania prowadzono na maszynie wytrzymałościowej Instron 1251 przy częstotliwości 0,3 Hz. Tak niska częstotliwość, charakterystyczna dla badań w zakresie małej liczby cykli, umożliwia łatwe śledzenie zmian pętli histerezy ze wzrostem liczby cykli obciążenia. Stosowano metodykę badań i próbki, które omówiono w pracy [1]. Składy chemiczne badanych stali ujęto w tablicy 1.

Tablica 1

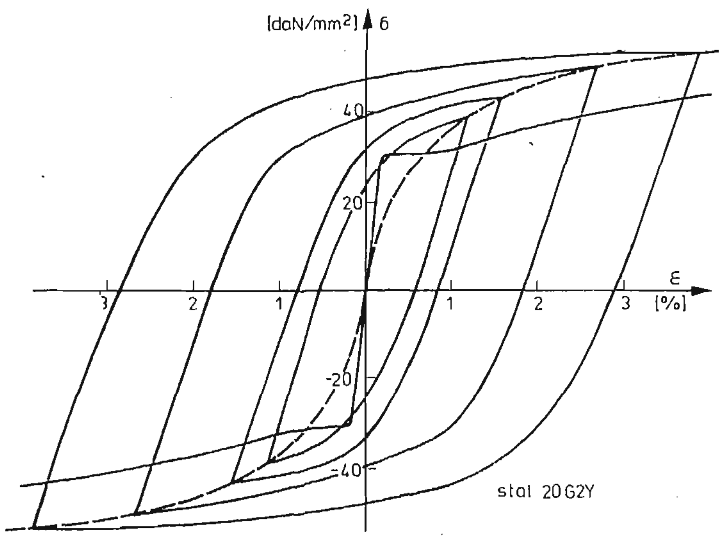
Nazwa stali	C %	Mn %	P %	S %	Si %
18G2A	0,18	1,50	0,047	0,022	0,034
20G2Y	0,20	1,13	0,023	0,039	ślady
35G2Y	0,33	1,29	0,031	0,04	ślady

Pomiaru odkształceń dokonywano przy pomocy ekstensometru. Wstępną kontrolę wydłużenia przeprowadzano za pomocą czujnika zegarowego o dokładności pomiaru 0,01 mm. Ze względu na możliwość wyboczenia próbek kontrolowano również odkształcenia poprzeczne za pomocą czujnika zegarowego. Obciążenie i wydłużenie zapisywano na papierze milimetrowym korzystając z jednego lub dwóch rejestratorów $x-y$. Otrzymywano przebiegi zmian odkształcenia wraz ze zmianą liczby cykli na wykresach $\sigma-\varepsilon$ i przebiegi zmian naprężenia na wykresach $\sigma-t$. Na podstawie tych wykresów możemy określić krzywe cyklicznego odkształcenia i wykresy trwałości zmęczeniowej. Krzywe cyklicznego odkształcenia oznaczono na rys. 1, 2 i 3 liniami kreskowymi, a statycznego rozciągania — liniami ciągłymi. Na rysunkach tych zaznaczono również przebiegi ustabilizowanych pętli histerezy dla kilku wybranych próbek, które były badane przy ustalonej amplitudzie odkształcenia całkowitego. Uzyskane w czasie badań przebiegi zmian pętli histerezy ze wzrostem liczby cykli dostarczają informacji o cyklicznym zachowaniu się badanych stali i umożliwiają również wykonanie wykresów zmiany odkształceń ε_c, ε_{pl}, ε_s (rys. 4, 5 i 6) i wykresów zmęczeniowych (rys. 7). Badane stale charakteryzują się nieznacznym osłabieniem dla $\varepsilon_c < 1\%$ i wyraźnym umocnieniem przy wyższym odkształceniu. Świadczy o tym położenie względem siebie krzywych odkształcenia cyklicznego (krzywe kreskowe) i statycznego rozciągania (krzywe ciągłe) na rys. 1, 2 i 3. Wyniki te dla stali 18G2A różnią się nieco od wyników podanych w pracy [2] dla cykli niesymetrycznych, w której stwierdzono cykliczne umocnienie w całym zakresie odkształceń. Różnice mogły być spowodowane



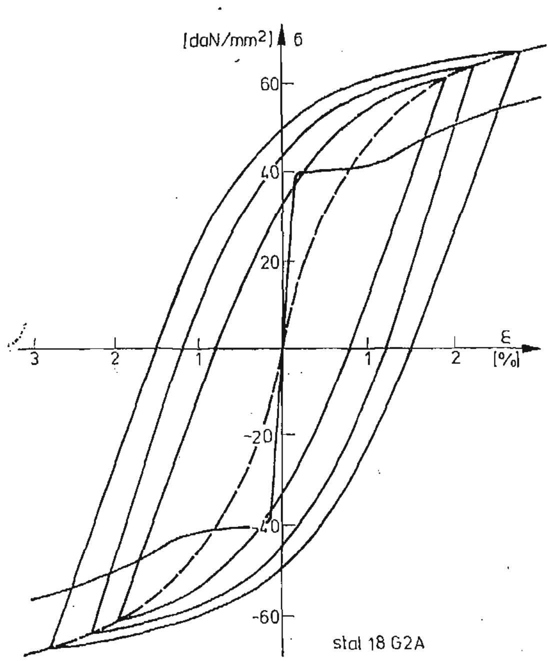
[daN/mm2] σ
60
40
20
-20
-40
-60
3
2
1
0
1
2
3
ε
[%]
Stal 35G2Y

Rys. 1

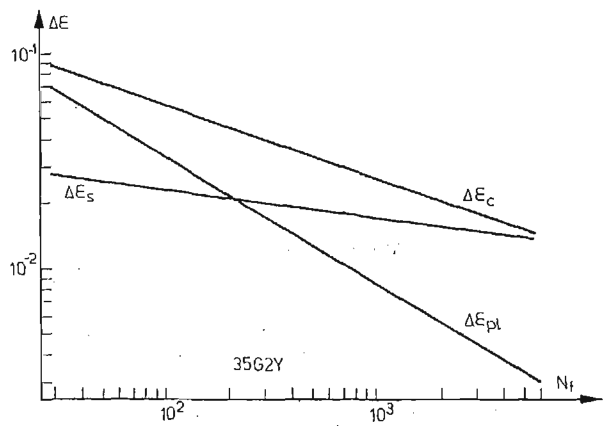


[daN/mm2] 6
40
20
-20
-40
3
2
1
1
2
3
ε
[%]
stal 20G2Y

Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

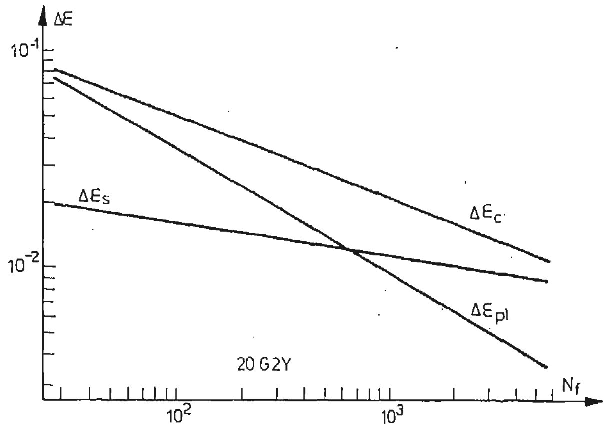
pewnymi zmianami w składzie chemicznym i innym rodzajem obróbki, o czym świadczyły również inne własności mechaniczne.

Zależności zmian odkształcenia plastycznego, sprężystego i całkowitego od liczby cykli do zniszczenia w układzie logarytmicznym, jako zbliżone do prostych, opracowano metodą korelacji liniowej. Wyniki obliczeń współczynnika korelacji r dla poszczególnych składowych odkształceń badanych stali wskazują, że przebieg najbardziej zbliżony do liniowego wykazały odkształcenia całkowite dla wszystkich trzech badanych stali (wartość współczynnika korelacji r mieściła się dla nich w zakresie od $-0{,}9975$ do $-0{,}9912$) i plastyczne dla stali 20G2Y ($r = -0{,}9788$). Najniższa wartość współczynnika r wynosiła

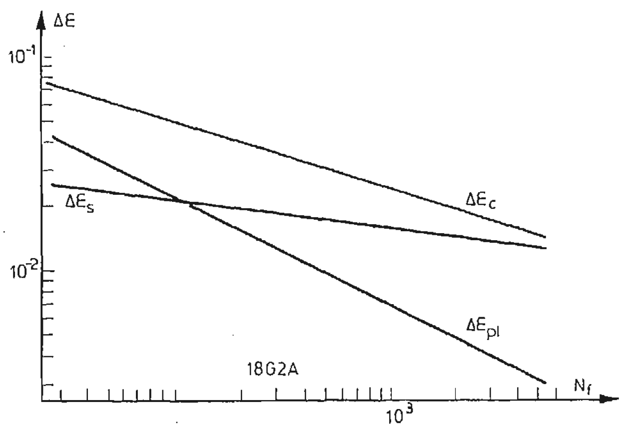
$-0{,}8840$ dla odkształceń sprężystych stali 20G2Y. Wynika stąd, że dla praktycznych obliczeń inżynierskich, można wszystkie trzy krzywe aproksymować w układzie logarytmicznym liniami prostymi. W ujęciu analitycznym proste te określa wzór Morrowa:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_{pl}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_s}{2} = \varepsilon_f'(2N_f)^c + \frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b. \tag{1}$$

We wzorze tym c jest wykładnikiem, a ε_f' — współczynnikiem cyklicznego odkształcenia plastycznego, σ_f' jest współczynnikiem, a b — wykładnikiem wytrzymałości zmęczeniowej, $2N_f$ — liczbą nawrotów obciążenia, $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon_{pl}$, $\Delta\varepsilon_s$ — są zakresami zmian odkształceń



Rys. 5



Rys. 6

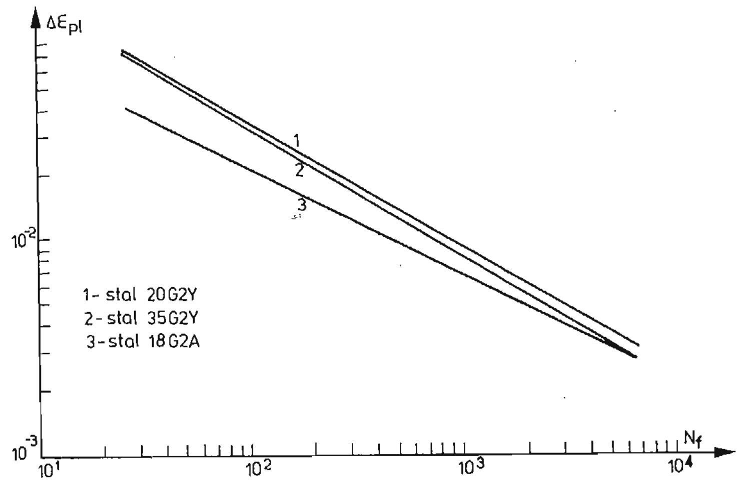
całkowitych ($\Delta\varepsilon = 2\varepsilon_c$) plastycznych ($\Delta\varepsilon_{pl} = 2\varepsilon_{apl}$) i sprężystych ($\Delta\varepsilon_s = 2\varepsilon_s$), a E oznacza moduł Young'a. Współczynnik odkształcenia plastycznego ε_f' jest równy odkształceniu plastycznemu przy zerwaniu próbki w pierwszym nawrocie ($2N_f = 1$). Jego wartość mieści się zwykle w przedziale od $0{,}35\varepsilon_f$ do ε_f, gdzie ε_f jest odkształceniem plastycznym przy zerwaniu podczas statycznego rozciągania. Wykładnik b zmienia się dla większości metali w przedziale od $-0{,}05$ do $-0{,}15$, natomiast c od $-0{,}5$ do $-0{,}8$. Wykładniki

b i c są równe współczynnikom kierunkowym prostych $\Delta\varepsilon_s$ i $\Delta\varepsilon_{pl}$ we współrzędnych logarytmicznych. Współczynnik σ_f' stanowi naprężenie zerwania przy jednym nawrocie. W przybliżeniu można przyjąć, że σ_f' jest równe naprężeniu zerwania przy jednoosiowym rozciąganiu σ_f.

Pierwszy człon we wzorze Morrowa może być również przedstawiony w postaci wzoru Mansona-Coffina.

$$N_f^k \Delta\varepsilon_{pl} = C_1, \tag{2}$$

gdzie k i C_1 są stałymi materiałowymi. Wartość stałej k przyjmuje się wstępnie równą 0,5, a stałą C_1 można w przybliżeniu określić ze statycznej próby rozciągania $C_1 = \frac{1}{2}\ln\frac{F_0}{F_u}$, gdzie F_0 oznacza pole przekroju początkowego próbki, a F_u przekroju po zerwaniu. Wykresem zależności (2) w układzie logarytmicznym jest linia prosta ($\Delta\varepsilon_{pl}$ na rys. 4, 5, 6 i 7). Porównawcze wykresy zmęczeniowe dla badanych stali przedstawiono



Rys. 7

na rys. 7. Większe różnice uwidaczniają się przy mniejszych liczbach cykli N_f. Otrzymane dla badanych stali wartości wykładników i współczynników występujące w zależnościach (1) i (2) ujęto w tablicy 2. Mieszczą się one na ogół w przedziałach przewidywanych dla tych gatunków stali, tylko współczynniki wytrzymałości zmęczeniowej σ_f' różnią

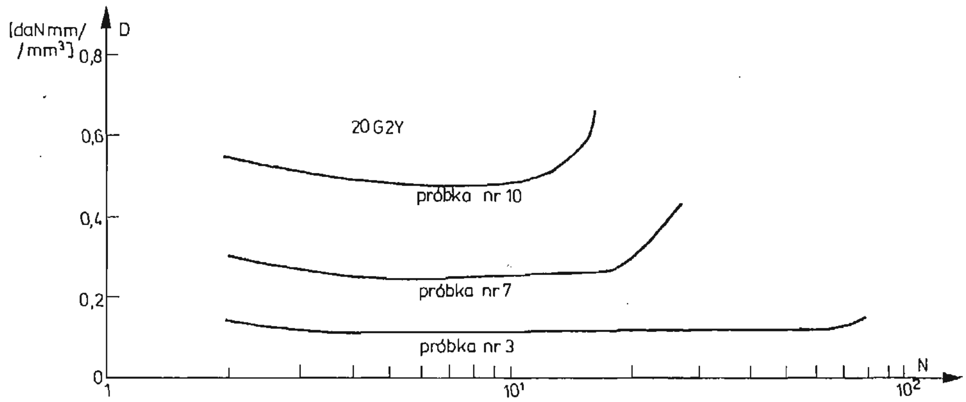
Tablica 2

Nazwa stali	$k = -c$	C_1 z próby statycznej	C_1 z badań cyklicznych	b	ε_f' %	σ_f' daN/mm²	σ_f daN/mm²
18G2A	0,588	0,444	0,383	−0,125	10	600,4	149,1
20G2Y	0,615	0,569	0,567	−0,075	13	215,8	107,9
35G2Y	0,887	0,503	2,98	−0,140	6,75	325,7	137,3

się znacznie od orientacyjnie z nimi porównywalnymi rzeczywistymi naprężeniami zerwania σ_f. Wartości stałych k i C_1 dla stali 35G2Y występujące w zależności Mansona-Coffina (2) otrzymane z badań cyklicznych bardzo istotnie odbiegają of wyników określonych ze statycznej próby rozciągania.

Z wykresów zmiany odkształceń $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon_{pl}$, $\Delta\varepsilon_s$ dla badanych stali przedstawionych na rys. 4, 5 i 6 wynika, że odporność na cykliczne zmęczenie przy tym rodzaju obciążenia zależy w znacznym stopniu od własności plastycznych. Proste $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon_{pl}$ i $\Delta\varepsilon_s$ dla poszczególnych stali różnią się wielkością kąta pochylenia i położeniem. Punkt przecięcia prostych $\Delta\varepsilon_{pl}$ i $\Delta\varepsilon_s$ wynosi odpowiednio około 600 cykli dla stali 20G2Y, 200 cykli dla stali 35G2Y i 130 dla stali 18G2A. Przesuwanie się tego punktu w kierunku mniejszych liczb cykli świadczy o zmniejszaniu się własności plastycznych materiału.

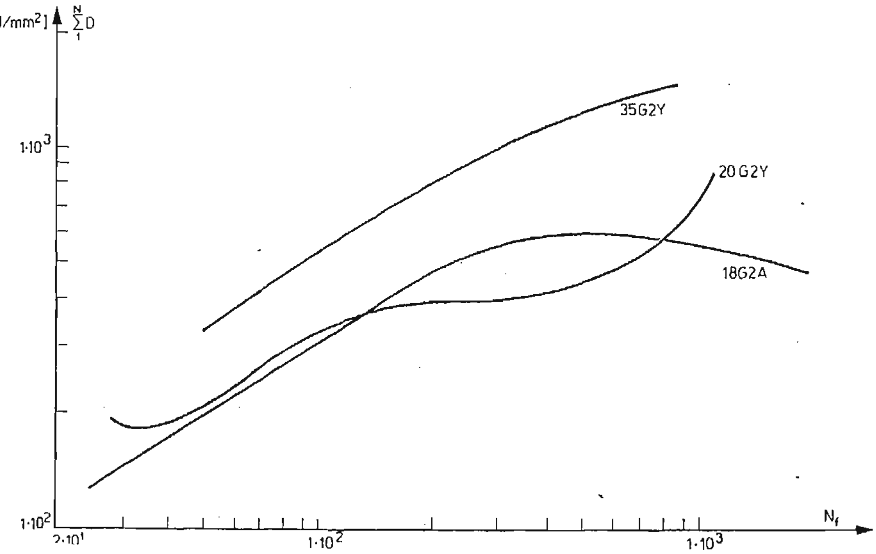
Rozpatrzono również zmiany dysypacji energii D na jeden cykl i sumaryczną dysypowaną energię w czasie wszystkich cykli do zniszczenia $\sum_{1}^{N_f} D$. Jej wartość jest uwzględniana w kryteriach niszczenia elementów przy małej liczbie cykli obciążenia [6], a ostatnio również w zakresie ograniczonej i nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej [7]. Z tego względu znajomość dysypacji odgrywa ważną rolę w charakterystyce stali w czasie cyklu obciążenia. Stwierdzono, że przebieg zmian dysypacji ze wzrostem liczby cykli dla jednej próbki jest



Rys. 8

podobny do przebiegu zmian odkształceń plastycznych. W pracy [7] zasygnalizowano o podobnej zależności również dla obciążeń wysokocyklicznych w zakresie od 10^4 do 10^7 cykli. Przebiegi zmian dysypacji ze wzrostem liczby cykli dla wybranych próbek ze stali 20G2Y w zakresie małej liczby cykli przedstawiono na rys. 8. Wartości dysypacji są różne dla każdej z badanych stali, nawet przy tych samych przebiegach obciążeń. Im mniejsza wartość dysypacji w jednym cyklu, tym większą liczbę cykli do zniszczenia będzie wykazywała próbka z danej stali. Sumaryczna dysypacja w czasie wszystkich cykli do zniszczenia N_f powiększa się wraz ze wzrostem N_f. Jest to widoczne z rys. 9, na którym przedstawiono jej przebiegi dla stali 35G2Y, 20G2Y i 18G2A w układzie logarytmicznym. Dają się zauważyć pewne różnice dla każdej z badanyh stali.

Istniejący pogląd o możliwości przewidywania kierunku zmian własności cyklicznych metali na podstawie próby statycznej znalazł potwierdzenie w naszych badaniach, o ile pominiemy przejściowe osłabienie przy wartościach $\varepsilon_c < 1\%$. Według tego poglądu dla $R_m/R_{02} > 1{,}4$ materiał umacnia się cyklicznie, a dla $R_m/R_{02} < 1{,}2$ wykazuje cykliczne osłabienie. Pomiędzy tymi wartościami materiał może być cyklicznie stabilny. W naszym przypadku dla badanych stali stosunek ten wynosił 1,78 dla stali 18G2A, 1,70 dla stali



Rys. 9

20G2Y i 1,62 dla stali 35G2Y, a więc we wszystkich przypadkach jest większy od 1,4. Dotyczy to wyłącznie badań przy cyklach symetrycznych. Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych będą stanowić podstawę do analitycznego opisu zachowania się tych stali przy obciążeniu cyklicznym.

3. Analityczny opis krzywych cyklicznego odkształcenia

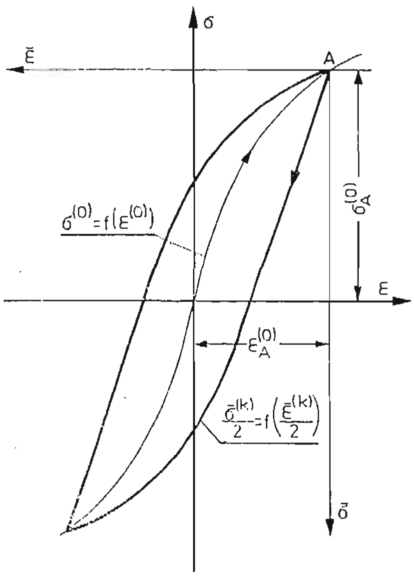
Jedna z najprostszych metod opisu cyklicznej deformacji jest oparta o transformację skali. Została ona zaproponowana przez G. Masinga i sprowadza się do zmiany skali układu odniesienia przy odciążeniu. Jeśli krzywa obciążenia wstępnego (OA na rys. 10) określona jest przez związek

(3) $$\sigma^{(0)} = f(\varepsilon^{(0)}),$$

to naprężenia $\bar{\sigma}^{(k)}$ i odkształcenia $\bar{\varepsilon}^{(k)}$ przy odciążaniu spełniają równanie

(4) $$\frac{\bar{\sigma}^{(k)}}{2} = f\left(\frac{\bar{\varepsilon}^{(k)}}{2}\right),$$

gdzie $\bar{\sigma}^{(k)} = \sigma_A^{(0)} - \sigma^{(k)}$ i $\bar{\varepsilon}^{(k)} = \varepsilon_A^{(0)} - \varepsilon^{(k)}$, a $\sigma_A^{(0)}$ i $\varepsilon_A^{(0)}$ oznaczają wartości naprężenia i odkształcenia w punkcie A, w którym następuje zmiana kierunku obciążenia, $k = 1, 2, 3 \ldots$ $\ldots 2N \ldots 2N_f$ oznacza numer kolejnego nawrotu obciążenia i jest równocześnie numerem gałęzi pętli histerezy, natomiast N oznacza liczbę cykli obciążenia. Zależność między naprężeniami i odkształceniami przy odciążaniu w układzie $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ otrzymuje się przez dwukrotne rozciągnięcie wykresu $\sigma^{(0)} = f(\varepsilon^{(0)})$ w układzie σ, ε. Zależność (4) określa pętle histerezy, a (3) krzywą obciążenia wstępnego. Przez krzywą obciążenia wstępnego zwaną inaczej krzywą szkieletową rozumie się zgodnie z określeniem niektórych autorów krzywą



Rys. 10

przy obciążeniu statycznym. Wydaje się jednak, że takie określenie może obowiązywać dla materiałów bez wyraźnej granicy plastyczności i cyklicznie stabilnych. Wygodniejsze jest przyjęcie krzywej cyklicznego odkształcenia jako podstawy do konstrukcji pętli histerezy, to jest krzywej określonej zależnością (3). Z samej istoty jej konstrukcji (łączy wierzchołki ustabilizowanych pętli histerezy) wynika związek ze stanami ustalonymi, a więc i możliwość ich opisu. Potwierdzeniem tego są uzyskane wyniki przebiegów krzywych cyklicznego odkształcenia i statycznego rozciągania na rys. 1, 2 i 3 dla stali 35G2Y, 20G2Y i 18G2A.

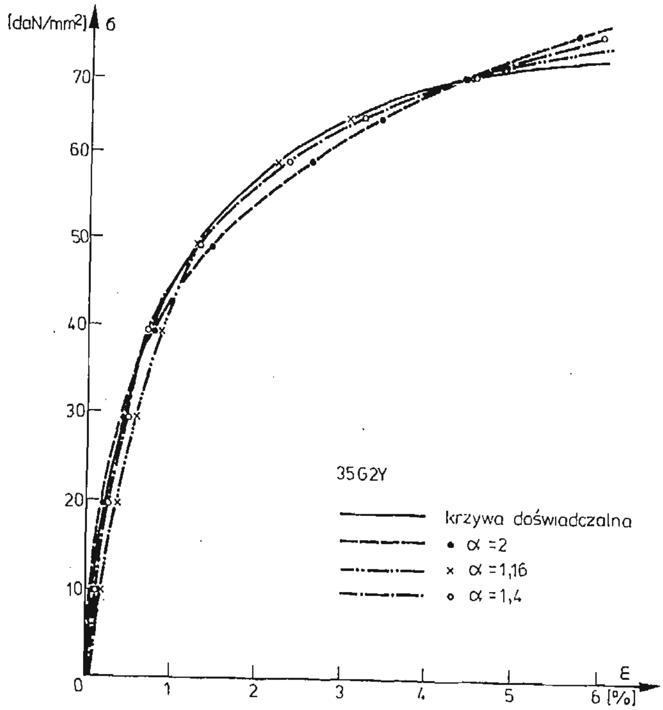
3.1. Aproksymacja krzywej cyklicznej. W obliczeniach analitycznych wygodnie jest aproksymować krzywą cyklicznego odkształcenia za pomocą prostych zależności, które mogą być przydatne również w praktycznych obliczeniach inżynierskich. Na początek przyjęto postać funkcji zgodną z zależnością Ramberga-Osgooda dla opisu krzywej statycznego odkształcenia

$$\varepsilon^{(0)} = \frac{\sigma^{(0)}}{E_0} + \left(\frac{\sigma^{(0)}}{B_0}\right)^n, \tag{5}$$

gdzie E_0, B_0 i n są stałymi materiałowymi. Przyjęto, że n jest liczbą całkowitą nieparzystą dla umożliwienia opisu takim samym wzorem wykresu rozciągania i ściskania. W dalszych rozważaniach zrezygnowano z tego ograniczenia przyjmując n ze zbioru liczb rzeczywistych, co umożliwia dokładniejszą aproksymację krzywej cyklicznej. Sprawę znaku rozwiązano zakładając przy każdej zmianie kierunku obciążenia nowy układ współrzędnych $\bar{\sigma}^{(i)}$, $\bar{\varepsilon}^{(i)}$, w którym naprężenia i odkształcenia są zawsze dodatnie. Dla wyznaczenia stałych E_0, B_0 i n przyjmujemy 3 punkty $(\sigma_{(i)}, \varepsilon_{(i)})$, $i = 1, 2, 3$ na krzywej cyklicznego odkształcenia. Ze względów obliczeniowych, wynikających z postaci równania (5) wygodnie jest rozpatrywać punkty, dla których zachodzą związki $\frac{\sigma_{(2)}}{\sigma_{(1)}} = \frac{\sigma_{(3)}}{\sigma_{(2)}} = \alpha$, to znaczy $\sigma_{(2)}$ jest średnią geometryczną $\sigma_{(1)}$ i $\sigma_{(3)}$. Wtedy uzyskujemy następujące zależności na stałe E_0, n i B_0

$$E_0 = \frac{2\sigma_{(2)}\cdot\varepsilon_{(2)} - \sigma_{(1)}\cdot\varepsilon_{(3)} - \sigma_{(3)}\cdot\varepsilon_{(1)}}{\varepsilon_{(2)}^2 - \varepsilon_{(1)}\cdot\varepsilon_{(3)}}, \quad n = \frac{1}{\log\alpha}\log\frac{\varepsilon_{(2)} - \frac{\sigma_{(2)}}{E_0}}{\varepsilon_{(1)} - \frac{\sigma_{(1)}}{E_0}}, \tag{6}$$

$$B_0 = \sigma_{(1)}\left(\varepsilon_{(1)} - \frac{\sigma_{(1)}}{E_0}\right)^{-1/n};$$



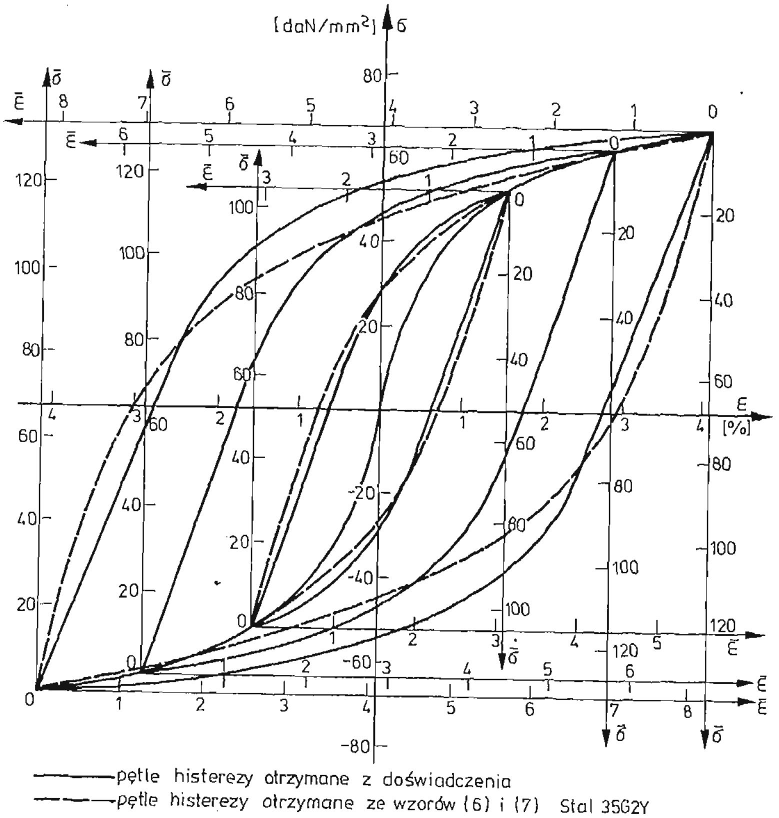
Rys. 11

Dla różnych wartości parametru α otrzymujemy inne położenie punktów $(\sigma_{(i)}, \varepsilon_{(i)})$ na krzywej cyklicznego odkształcenia i różne wartości stałych E_0, n, B_0. Na rys. 11 przedstawiono linią ciągłą krzywą cyklicznego odkształcenia dla stali 35G2Y, a liniami przerywanymi i punktowymi jej aproksymację dla $\alpha = 2$, $\alpha = 1{,}16$ i $\alpha = 1{,}4$. Względnie dobrą aproksymację otrzymano przy $\alpha = 1{,}4$. Wtedy dla $\sigma_{(1)} = 35$ daN/mm^2 otrzymujemy $E_0 = 7056$ daN/mm^2, $n = 5{,}24$ i $B_0 = 130$ daN/mm^2. Właśnie krzywa cyklicznego odkształcenia obliczona dla tej wartości parametru α zostanie wykorzystana do budowy pętli histerezy.

3.2. Opis stanów ustalonych. Możliwość analitycznego opisu stanów ustalonych jest istotna z wielu powodów. Na przykład we wzorach określających trwałość zmęczeniową różnych metali występują zakresy odkształceń całkowitych, sprężystych i plastycznych określone dla stanów ustalonych [6], a stany te obejmują większą część żywotności próbek. Ponadto istnieje możliwość określenia dysypacji w czasie cyklicznego obciążenia i innych wielkości istotnych dla określenia cyklicznego zachowania się danego materiału. Wzór opisujący pętlę histerezy w stanie ustalonym uzyskujemy przez przekształcenie zależności (5) do postaci (4):

$$\bar{\varepsilon}^{(u)} = \frac{\bar{\sigma}^{(u)}}{E_0} + 2\left(\frac{\bar{\sigma}^{(u)}}{2B_0}\right)^n, \tag{7}$$

gdzie $\bar{\sigma}^{(u)}$, $\bar{\varepsilon}^{(u)}$ oznaczają naprężenia i odkształcenia w stanie ustalonym, a stałe E_0, n i B_0 zostały określone z aproksymacji krzywej cyklicznego odkształcenia według wzorów (6). Rys. 12 przedstawia porównanie doświadczalnych przebiegów ustalonych pętli histe-



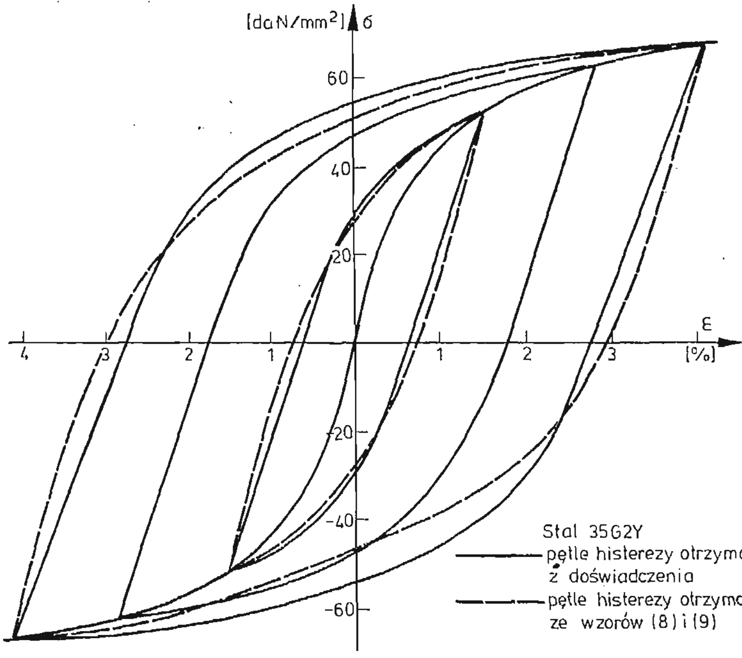
——— pętle histerezy otrzymane z doświadczenia
– – – pętle histerezy otrzymane ze wzorów (6) i (7) Stal 35G2Y

Rys. 12

rezy dla stali 35G2Y (linie ciągłe) i otrzymanych przez transformację skali krzywej cyklicznego odkształcenia (5) według wzorów (6) i (7) (linie przerywane). Dla małych i średnich zakresów odkształceń uzyskano dość dobre przybliżenie ustalonych pętli histerezy. Większe różnice uwidaczniają się w zakresie największych obciążeń. Dla poprawienia wierności odwzorowania postanowiono zmienić wartości stałych E_0 i B_0 przy niezmienionej wartości wykładnika n. Na początek zmieniono tylko wartość stałej B_0 na B_u obliczoną z warunku, że gałąź pętli histerezy określona ze wzoru (7) i odpowiadająca ustalonej największej pętli musi przejść przez ustalony punkt na krzywej doświadczalnej. Zmiana stałej B_0 poprawia aproksymację zależnie od przyjętego punktu na krzywej doświadczalnej. W następnej próbie zmieniono również stałą E_0 na E_u przyjmując ją równą tangensowi kąta pochylenia początkowego przebiegu gałęzi pętli histerezy. Zależność (7) przyjmuje wtedy postać:

$$\bar{\varepsilon}^{(u)} = \frac{\bar{\sigma}^{(u)}}{E_u} + 2\left(\frac{\bar{\sigma}^{(u)}}{2B_u}\right)^n. \tag{8}$$

W tym przypadku uzyskuje się zwiększenie dokładności dla początkowego przebiegu i w części, w której leży wybrany punkt na krzywej doświadczalnej. Najlepsze wyniki osiągnięto przyjmując, że krzywa określona wzorem (8) będzie przechodzić przez dwa dowolne punkty $(\sigma_{(1)}, \varepsilon_{(1)})$ i $(\sigma_{(2)}, \varepsilon_{(2)})$ na krzywej doświadczalnej. Wartość wykładnika n



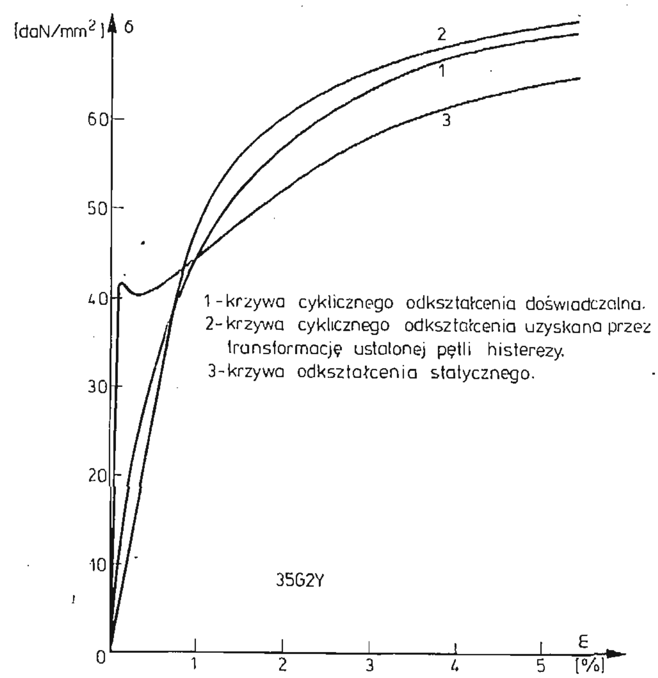
Rys. 13

w dalszym ciągu nie zmieniono, posługując się wciąż aproksymacją krzywej cyklicznego odkształcenia. Z zależności (8) uzyskujemy wtedy:

$$B_u = \left[\frac{\sigma_{(2)}^n - \alpha\sigma_{(1)}^n}{2^{n-1}(\varepsilon_{(2)} - \alpha\varepsilon_{(1)})}\right]^{1/n}, \quad E_u = \sigma_{(1)}\left[\varepsilon_{(1)} - 2\left(\frac{\sigma_{(1)}}{2B_u}\right)^n\right], \quad \alpha = \frac{\sigma_{(2)}}{\sigma_{(1)}}, \tag{9}$$

Dla przyjętych $\sigma_{(1)} = 88$ daN/mm², $\varepsilon_{(1)} = 0{,}018$, $\sigma_{(2)} = 132$ daN/mm², $\varepsilon_{(2)} = 0{,}065$, $\alpha = 1{,}5$, $n = 5{,}24$ uzyskano $B_u = 135{,}3$ daN/mm², $E_u = 7071{,}5$ daN/mm². Na rys. 13 przedstawiono linią przerywaną dwie ustalone pętle histerezy otrzymane tą metodą, na tle odpowiadających im pętli uzyskanych na podstawie doświadczeń.

Zasadniczym celem dotychczasowych rozważań był opis stanów ustalonych metodami względnie prostymi, ale jednocześnie umożliwiającymi dość wierne odwzorowanie. Dalszym krokiem do opisu pętli histerezy może być zmiana wartości nie tylko stałych E_0 i B_0, uzyskanych z aproksymacji krzywej cyklicznego odkształcenia według zależności (5), ale również wykładnika n przy zachowaniu postaci funkcji odwzorowującej. Nowe wartości stałych możemy uzyskać na przykład przez dokonanie aproksymacji gałęzi największej — uzyskanej w czasie badań ustalonej pętli histerezy. Dla stali 35G2Y przyjmując



Rys. 14

$\alpha = 1{,}4$, $\sigma_{(3)} = 132$ daN/mm², $\varepsilon_{(3)} = 0{,}065$, $\sigma_{(2)} = 94{,}3$ daN/mm², $\varepsilon_{(2)} = 0{,}02$, $\sigma_{(1)} = 67{,}4$ daN/mm², $\varepsilon_{(1)} = 0{,}013$ ze wzorów (5) i (6) otrzymujemy: $E_0 = 5225$ daN/mm², $n = 8{,}82$, $B_0 = 191{,}44$ daN/mm². Stąd przez przekształcenie zależności (5) do postaci (8) mamy $E_u = E_0$, $n = 8{,}82$, $B_u = \dfrac{B_0}{2^{1-1/n}} = 103{,}5$ daN/mm². Po obliczeniu stałych E_u, n i B_u możemy wykreślić dla nich krzywą odpowiadającą zależności (5)

$$\varepsilon^{(0)} = \frac{\sigma^{(0)}}{E_u} + \left(\frac{\sigma^{(0)}}{B_u}\right)^n, \tag{10}$$

to znaczy krzywą obciążenia wstępnego, która w naszym przypadku odpowiada krzywej cyklicznego odkształcenia. Ciekawe jest porównanie tej krzywej z doświadczalną, rzeczywistą krzywą cyklicznego odkształcenia. Różnice w ich przebiegu dają nam obraz o wielkości niedokładności, jakie popełniamy, stosując metodę transformacji skali dla badanej stali przy zadanej postaci funkcji odwzorowującej (5). Odpowiednie wykresy wraz z krzywą statycznego odkształcenia przedstawiono na rys. 14. Z rysunku tego wynika, że możliwe jest szybkie określanie przybliżonej krzywej cyklicznego odkształcenia przez transformację ustalonej pętli histerezy uzyskanej z badania jednej próbki przy kilkudziesięciu cyklach do zniszczenia. Jest to szczególnie cenne przy dużej pracochłonności badań zmęczeniowych. Porównanie tych trzech krzywych: cyklicznego odkształcenia, krzywej uzyskanej przez odwrotną transformację największej badanej pętli histerezy (a zatem akurat przeciwnie do propozycji G. Masinga) i krzywej statycznego odkształcenia świadczy o możliwości przewidywania z dość dużym prawdopodobieństwem cyklicznego zachowania się stali 35G2Y na podstawie badania dwóch próbek. Jedną z tych próbek należy obciążyć statycznie, a drugą cyklicznie o bardzo wysokiej amplitudzie obciążenia (kilka lub kilkadziesiąt cykli do zniszczenia) przy cyklu symetrycznym. Podsumowując możemy stwierdzić, że dla badanych stali metoda transformacji skali przy wykorzystaniu krzywej cyklicznego odkształcenia jako krzywej obciążenia wstępnego z przedstawionymi modyfikacjami może być przydatna dla odwzorowania ustalonych pętli histerezy przy obciążeniach cyklicznych. Ale istnieje również możliwość innego podejścia, a mianowicie krzywą cyklicznego odkształcenia można określać z pętli histerezy, a nie odwrotnie. To bardzo istotne zagadnienie wymaga dalszych badań, dla innych stali.

3.3. Opis stanów nieustalonych. Przedstawione metody opisu pętli histerezy po wprowadzeniu pewnych zmian mogą być wykorzystane do analitycznego ujęcia stanów nieustalonych. W stanach nieustalonych ma miejsce ciągła zmiana pętli histerezy i w związku z tym natrafia się na trudności w ich opisie. Za podstawę tego opisu przyjmujemy, podobnie jak dla stanów ustalonych, krzywą cyklicznego odkształcenia i największą, doświadczalnie wyznaczoną pętlę histerezy. Przez ich aproksymację wcześniej omówionym postępowaniem za pomocą zależności (5) i (8) określimy stałe E, n i B. Poszczególne gałęzie pętli histerezy zostaną opisane na podstawie wzoru ujmującego ich zmianę ze wzrostem liczby nawrotów obciążenia k. W tym celu wprowadzono człon poprawkowy $A_{(k)}$ do wzoru (8)

$$\bar{\varepsilon}^{(k)} = \frac{\bar{\sigma}^{(k)}}{E_u} + 2\left\{\frac{\bar{\sigma}^{(k)}}{2[B_u + A_{(k)}]}\right\}^n, \tag{11}$$

gdzie $A_{(k)} = ak^2+bk+c$. Stałe E_u, n i B_u określono dla stanu ustalonego danej stali, natomiast pozostałe stałe a, b i c obliczono czerpiąc dane z wykresów zmian pętli histerezy ze wzrostem liczby cykli i zmiany naprężeń w funkcji czasu. Z wykresów tych odczytuje się wielkości zakresów odkształceń całkowitych $\Delta\varepsilon_c = \bar{\varepsilon}$, przy których były badane różne próbki i wielkości zakresów naprężeń $\Delta\sigma^{(k)} = \bar{\sigma}^{(k)}$ dla danej liczby k nawrotów obciążenia ($k = 2N$). Sporządzono wykresy $A_{(k)}$ w funkcji liczby nawrotów obciążenia k dla pięciu wybranych próbek i stwierdzono, że wielkości te można z dość dobrym przybliżeniem aproksymować wielomianem drugiego stopnia

$$A_{(k_i)} = ak_i^2+bk_i+c, \tag{12}$$

gdzie $i = 1, 2, 3$.

Przyjmując do obliczeń więcej, niż trzy punkty, można $A_{(k)}$ aproksymować wielomianem wyższego stopnia ogólnie znanymi metodami. Jednak z przeprowadzonej analizy wynika, że dla stali 35G2Y wystarcza trójmian kwadratowy. Wartości stałych a, b i c wyznaczamy dla kilku próbek o różnych wielkościach zakresów odkształcenia całkowitego $\bar{\varepsilon}$, a tym samym również dla różnych liczb nawrotów obciążenia $2N_f$. W tym celu odczytujemy dla każdej próbki wielkości zakresów naprężeń $\bar{\sigma}^{(k_i)}$ $i = 1, 2, 3$ dla trzech liczb zmian nawrotów obciążenia k: na początku przebiegu ($k_1 \approx 2 \div 4$), dla cykli środkowych ($k_2 \approx N_f$) i przed zniszczeniem ($k_3 \approx 2N_f$) Dla tych wartości $\bar{\sigma}^{(k_i)}$ obliczamy $A_{(k_i)}$ ze wzoru (11) (dla $i = 1, 2, 3$)

$$A_{(k_i)} = \frac{\bar{\sigma}^{(k_i)}}{2\left[\dfrac{\bar{\varepsilon} - \dfrac{\bar{\sigma}^{(k_i)}}{E_u}}{2}\right]^{1/n}} - B_u. \tag{13}$$

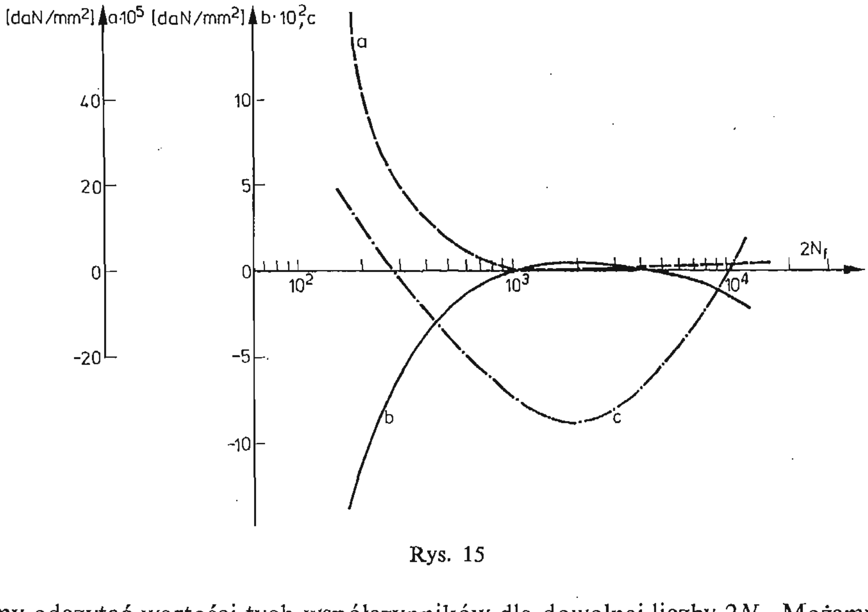
Otrzymujemy więc układ trzech równań (12) z trzema niewiadomymi ze względu na stałe a, b i c. Przyjmując oznaczenia:

$$\begin{aligned} k_2 - k_1 &= \beta, & k_2^2 - k_1^2 &= \gamma, & A_{(k_2)} - A_{(k_1)} &= \xi, \\ k_3 - k_1 &= \lambda, & k_3^2 - k_1^2 &= \delta, & A_{(k_3)} - A_{(k_1)} &= \Delta, \end{aligned} \tag{14}$$

otrzymujemy następujące wzory na stałe b, a i c:

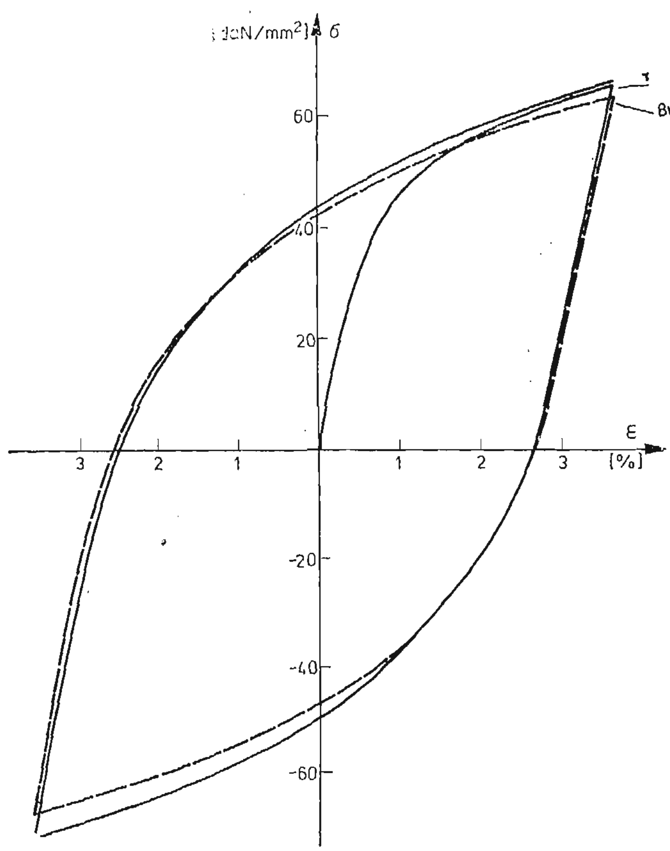
$$b = \frac{\Delta\gamma - \xi\delta}{\lambda\gamma - \beta\delta}, \quad a = \frac{1}{\gamma}(\xi - b\beta), \quad c = A_{(k_1)} - ak_1^2 - bk_1; \tag{15}$$

Po obliczeniu współczynników a, b i c wielomianu $A_{(k)}$ dla próbek o różnej liczbie cykli do zniszczenia N_f, sporządzamy ich wykresy w funkcji $2N_f$ (lub N_f) (rys. 15). Z wykresów

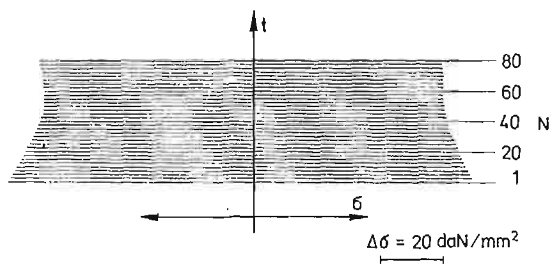


Rys. 15

możemy odczytać wartości tych współczynników dla dowolnej liczby $2N_f$. Możemy zatem określić przebiegi poszczególnych pętli histerezy ze wzrostem liczby cykli $N = \dfrac{k}{2}$ również dla okresu przejściowego. Właśnie na rys 16 zostały przedstawione pętle początkowe i końcowe dla danych: $E_u = 7071{,}5$ daN/mm², $n = 5{,}24$, $B_u = 135{,}3$ daN/mm², $\bar{\varepsilon} =$



Rys. 16



Rys. 17

$= 0{,}073$, $2N_f = 166$, $a = 4{,}33 \cdot 10^{-4}$ daN/mm², $b = -0{,}123$ daN/mm², $c = 2{,}95$ daN/mm². Zmiany amplitud naprężenia ze wzrostem liczby cykli N ilustruje rys. 17. Podobieństwo uzyskanych wyników obliczeniowych do przebiegów doświadczalnych jest dobre. Z przeprowadzonej próby analitycznego opisu stanów nieustalonych wynika możliwość ich dość wiernego opisu zaproponowaną metodą, zarówno przy cyklicznym osłabieniu, jak i przy umocnieniu. Efekt umocnienia lub osłabienia przy tym opisie uzyskujemy przez odpowiednią zmianę stałych a, b, c członu poprawkowego $A_{(k)}$. Przy bardziej złożonym przebiegu własności cyklicznych materiału, np. typu osłabienie, umocnienie i ponowne osłabienie również istnieje możliwość opisu przedstawioną metodą, ale wtedy stopień wielomianu $A_{(k)}$ musiałby być odpowiednio wyższy.

4. Wnioski końcowe

W pierwszej części pracy przedstawiliśmy wyniki badań zmęczeniowych stali o podwyższonej wytrzymałości 35G2Y, 20G2Y i 18G2Y w zakresie małej liczby cykli obciążenia przy symetrycznym rozciąganiu — ściskaniu o stałej amplitudzie odkształcenia całkowitego. Zostały przedstawione przebiegi ustalonych pętli histerezy, krzywe cyklicznego odkształcenia i wykresy trwałości zmęczeniowej. Przedstawione wyniki wskazują na cykliczne umocnienie tych stali za wyjątkiem obciążeń o $\varepsilon_c < 1\%$.

Uzyskane wyniki eksperymentalne wykorzystano w drugiej części pracy do opisu analitycznego stanów ustalonych i nieustalonych. Przy opisie ustalonych pętli histerezy wykorzystano metodę transformacji skali opisując te pętle przez przekształcenie krzywej cyklicznego odkształcenia według zasady G. Masinga. Możliwe jest również podejście odwrotne, to znaczy jako podstawową przyjmowano jedną z największych pętli histerezy uzyskaną w czasie badań danej stali i przez jej transformację otrzymano krzywą cyklicznego odkształcenia.

Zmiany pętli histerezy w stanach przejściowych zostały ujęte przez wprowadzenie do wzoru podstawowego na transformację skali wielomianu poprawkowego zależnego od liczby nawrotów obciążenia. Przedstawiona metoda umożliwia opis pętli histerezy w stanach ustalonych na podstawie wyników badań jednej próbki z danej stali przy możliwie największym obciążeniu, natomiast dla odtworzenia stanów przejściowych konieczne jest przebadanie kilku lub klikunastu (zależnie od wymaganej dokładności opisu) próbek przy różnej wielkości obciążenia (w zakresie małej liczby cykli).

Literatura cytowana w tekście

1. S. KOCAŃDA, CZ. GOSS: *O osłabieniu stali 45 przy małej liczbie cykli zmian obciążenia.* Biuletyn WAT, nr 12, 1976, s. 107 - 116.
2. S. KOCAŃDA, CZ. GOSS: *Badania zmęczeniowe stali 18G2A w zakresie małej liczby cykli obciążenia.* VII Sympozjum Badań Doświadczalnych w Mechanice Ciała Stałego. Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej. Warszawa, 1976, s. 288 - 296.
3. CZ. GOSS, S. KOCAŃDA: *Porównawcze badania stali o podwyższonej wytrzymałości typu zrównoważonego w zakresie małej liczby cykli obciążenia.* II Sympozjum Zespołu Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji, PAN, Lublin, 1977, s. 105 - 110.
4. CZ. GOSS, S. KOCAŃDA: *Badania trwałości zmęczeniowej stali o podwyższonej wytrzymałości w zakresie małej liczby cykli.* VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, PTMTiS, Warszawa, 1978, s. 259 - 266.
5. M. ŚLIWOWSKI: *Badania wpływu trwałych odkształceń przy obciążeniach cyklicznych na uplastycznienie metalu w złożonym stanie naprężenia,* Prace IPPT, 24, 1977.
6. BELA I. SANDOR: *Fundamentals of cyclic stress and strain.* The University of Wisconsin Press 1972.
7. В. Т. ТРОЩЕНКО: *Деформационные и энергетические критерии усталостного разрушения металлов.* VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, PTMTiS, Warszawa 1978, s. 369 - 385.

Резюме

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ВЫСОКОПРОЧНЫХ СТАЛЕЙ ПРИ МАЛОМ ЧИСЛЕ ЦИКЛОВ НАГРУЗКИ

В первой части этой работы представлено результаты исследований малоцикловой усталости высокопрочных сталей 35G2Y, 20G2Y и 18G2Y. Исследования были проведены при симетрическом растяжении — сжатии с постоянной амплитудой полной деформации. Представлено стабильные петли гистерезиса, кривые циклической деформации и усталостные диаграммы. Полученные результаты показали циклическое упрочнение этих сталей, кроме малых нагрузок с амплитудой полной деформации меньше одного процента.

Результаты полученные в этих исследованиях были основой для аналитической записи петли гистерезиса и кривых циклической деформации. В этом описании был использован метод трансформации масштаба. Этот метод даёт возможность записи стабильных петлей гистерезиса и кривой циклической деформации из исследований одного образца.

Эти предположения требуют дальнейших исследований.

Summary

EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL STUDIES ON HIGH-STRENGTH STEELS WITHIN THE RANGE OF LOW CYCLE FATIGUE

In the first part of the paper the experimental results of low-cycle fatigue investigations on high strength steels 35G2Y, 20G2Y and 18G2A have been given. The tests were performed for symmetric tension-compression with a constant amplitude of total strain. The steady hysteresis loops, cyclic strain curves and fatigue diagrams have been developed. The results obtained have shown cyclic workhardening of the steels, except of total strain amplitude smaller than one percent.

On the basis of the experimental results an analytic description of hysteresis loops and cyclic strain has been proposed. In this description the method of transformation of scale has been used. The method makes it possible to describe the steady hysteresis loops and cyclic strain curve from the test of one specimen only. Further studies are desirable.

WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA

Praca została złożona w Redakcji dnia 10 lutego 1979 r.