

ROZPRASZANIE ŚWIATŁA PRZY SKOŚNYM PRZEŚWIETLANIU
W ZASTOSOWANIU DO ANALIZY NAPRĘŻEŃ W SZKLE HARTOWANYM¹⁾

STANISŁAW MAZURKIEWICZ, LESZEK KUC, MAREK SIKOŃ (KRAKÓW)

Prawa fizyczne i warunki skośnego prześwietlania

Pole naprężeń własnych powstałe w płytkach szklanych w wyniku obróbki cieplnej ma wzdłuż grubości rozkład paraboliczny. Warstwy zewnętrzne posiadają wysoką wartość naprężeń ściskających zaś warstwa środkowa poddana jest naprężeniom rozciągającym [1], [12], [4], [3], [2]. Stan naprężeń w dowolnym punkcie badanej płytki szklanej można opisać tensorem naprężeń σ_{ij} , stan optyczny zaś tensorem współczynników przenikalności dielektrycznej n_{ij} . Składowe obydwu tensorów wiąże prawo Maxwella.

$$(1) \quad \begin{aligned} n_1 &= n_0 + C_1 \sigma_1 + C_2 (\sigma_2 + \sigma_3), \\ n_2 &= n_0 + C_1 \sigma_2 + C_2 (\sigma_1 + \sigma_3), \\ n_3 &= n_0 + C_1 \sigma_3 + C_2 (\sigma_1 + \sigma_2), \end{aligned}$$

gdzie:

n_1, n_2, n_3 , współczynniki przenikalności dielektrycznej wzdłuż kierunków głównych.

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, naprężenia główne.

n_0 , współczynnik przenikalności dielektrycznej w ciele wolnym od naprężeń.

C_1, C_2 , stałe optyczne.

Przyjęty model rozpraszania Rayleigha [13] opisują następujące równania:

$$(2) \quad \eta = \frac{8\pi}{3} |\alpha|^2 \left(\frac{\omega}{C} \right)^4,$$

η wielkość energii wiązki światła zabierana przez światło rozproszone

α zdolności do polaryzacji światła drobin lub atomu ośrodka rozpraszającego

ω częstość kołowa światła padającego i rozproszonego

C prędkość światła w próżni

$$(3) \quad I = I_0 \Omega_0 \left(\frac{\eta}{4\pi} \right) \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \zeta),$$

¹⁾ Praca stanowi rozszerzenie referatu przedstawionego na VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego

I natężenie światła rozproszonego (dipol oświetlany światłem niespolaryzowanym).

I_0 natężenie oświetlającej wiązki światła.

Ω_0 kąt rozbieżności oświetlającej wiązki światła.

ζ kąt rozpraszania.

$$(4) \quad P(\zeta) = \frac{\sin^2 \zeta}{1 + \cos^2 \zeta},$$

P stopień polaryzacji światła rozproszonego

Ze wzorów (2), (3), (4), wynika: $\eta \sim \frac{1}{\lambda^4}$, $I = I_{\max}$ dla $\zeta = 0^\circ$, $P = 1$ dla $\zeta = 90^\circ$.

Dalszą analizę będziemy przeprowadzać w płaszczyźnie światła rozproszonego tworzącej kąt $\zeta = 90^\circ$ z kierunkiem padającej wiązki światła.

Jeżeli wiązkę światła spolaryzowanego przepuścimy wzdłuż kierunku głównego (3) [wzór (1)] to na elementarnej drodze dz pokrywającej się z kierunkiem (3) powstanie różnica faz $d\psi_1$ promieni drgających w kierunkach głównych (1) i (2) spowodowana anizotropią optyczną ($\kappa_1 \neq \kappa_2$).

Uwzględniając obrót $d\Phi$ kierunków (1) i (2) na drodze dz wielkość powstałej różnicy faz $d\psi$ podaje wzór Maxwella-Neumanna [6].

$$(5) \quad d\psi = d\psi_1 + \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \sin \psi d\Phi,$$

gdzie:

a, b amplitudy promieni drgających wzdłuż kierunków (1) i (2)

ψ różnica faz promieni drgających w kierunkach (1) i (2) w punkcie $dz = 0$

Licząc $d\psi_1$ według wzoru:

$$(6) \quad d\psi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{\kappa_1} - \sqrt{\kappa_2}) dz$$

oraz wykorzystując równania (1), (5) otrzymujemy ostatecznie:

$$(7) \quad \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\lambda}{2\pi C_\sigma} \left[\frac{d\psi}{dz} - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \sin \psi \frac{d\Phi}{dz} \right],$$

gdzie:

$$C_\sigma = \frac{C_1 - C_2}{2\sqrt{\kappa_0}}.$$

Wzór (7) zaniedbuje zmianę w fazie wspólną dla rozpatrywanych promieni.

Do dalszych rozważań przyjmiemy trzy układy współrzędnych: układ (p, q) związany z płaszczyzną polaryzacji światła padającego, układ $[(1), (2)]$ związany z kierunkami głównymi oraz układ (m, n) związany z kierunkiem obserwacji. Wówczas w płaszczyźnie rozpraszania $\zeta = 90^\circ$ natężenie światła rozproszonego wynika ze wzoru [11]:

$$(8) \quad I = K [\sin^2 \beta + \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta)(1 - \cos \psi)],$$

K stała zależna od natężenia światła i własności rozpraszających ośrodka (wzór 3)

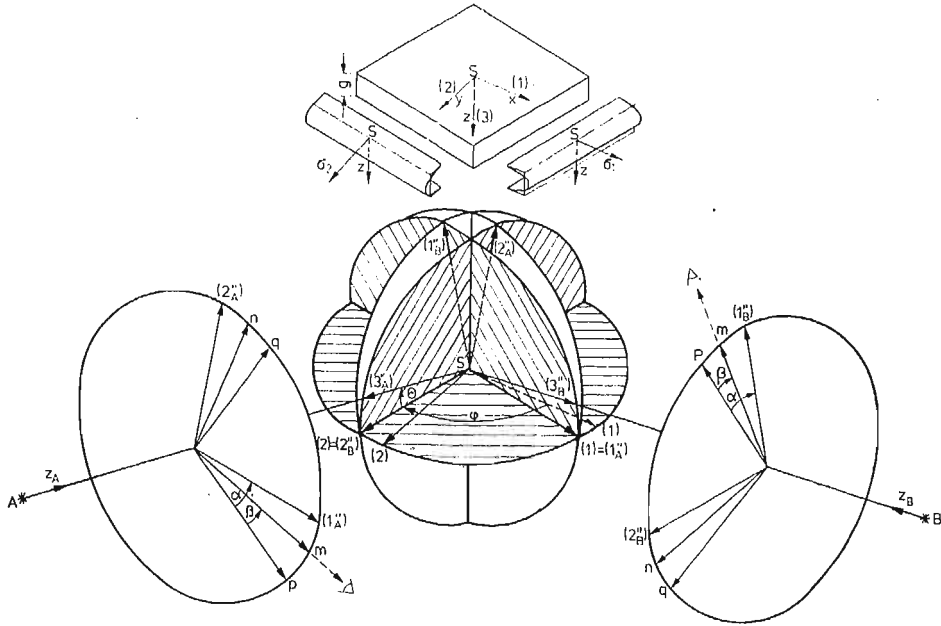
α kąt między układami (p, q) a $[(1), (2)]$

β kąt między układem (p, q) a układem (m, n)

Dla kąta $\beta = 0^\circ$ i $\alpha = 45^\circ$ wzór (8) upraszcza się do równania:

$$(9) \quad I = K(1 - \cos \psi)$$

i wówczas $I = 0$ dla $\psi = 2\pi m$, $I = I_{\max}$ dla $\psi = (2m-1)\pi$. Znajdując punkty ($m = 0, 1, 2, \dots$) na drodze z w których $I = 0$. Sporządzany wykres $m = m(z)$.



Rys. 1

Jeżeli amplitudy a i b (wzór 7) są sobie równe lub ψ jest całkowitą wielokrotnością długości fali, lub $\frac{d\Phi}{dz}$ jest bardzo małe to wspólnie z zależnością $\frac{d\psi}{dz} = 2\pi \frac{dm}{dz}$ wzór (7) przyjmuje postać

$$(10) \quad \sigma_1 - \sigma_2 = S_\sigma \frac{dm}{dz},$$

gdzie:

$$S_\sigma = \frac{\lambda}{C_\sigma}.$$

W przypadku gdy kierunek padania promienia nie pokrywa się z kierunkiem głównym (3) (rys. 1) powyższe równania obowiązują dla kierunków wtórnych (1'') (2'') (3'').²⁾ Należy zaznaczyć, że obserwacja światła w płaszczyźnie rozpraszania pozwala na wyzna-

²⁾ Kierunki wtórne określa padająca wiązka światła. Jeden z nich pokrywa się z kierunkiem padającej wiązki światła pozostałe dwa są do niej prostopadłe. Naprężenia w kierunkach wtórnych otrzymujemy z transformacji naprężeń głównych na kierunki wtórne.

czenie kierunków wtórnych. W punktach ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$) w których $I = 0$ [wzór (8), (9)] kierunki te tworzą kąt 45° z kierunkiem obserwacji.

Analizując naprężenia w hartowanych płytkach szklanych przyjmujemy:

$$(11) \quad \begin{aligned} \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0, \\ \int_0^g \sigma_x dz = \int_0^g \sigma_y dz = 0. \end{aligned}$$

Zakładamy stałość kierunków głównych w całym polu naprężeń czyli

$$(12) \quad \frac{d\Phi}{dz} = 0.$$

Przykład skośnego prześwietlania (tzw. „podwójny ukos”) przedstawia rys. 1. Kierunki główne (1), (2), (3) pokrywają się z przyjętym układem współrzędnych x, y, z .

Wiązka światła liniowo spolaryzowana pada na model pod kątem Θ w pierwszym przypadku z kierunku A którego rzut na płaszczyznę (xy) tworzy kąt φ z kierunkiem głównym (1) zaś w drugim przypadku z kierunkiem B tworzącym odpowiednio kąt $\varphi - 90^\circ$. Kierunek wtórny ($3'_A$) lub ($3'_B$) pokrywa się z kierunkiem padającej wiązki światła odpowiednio A lub B , płaszczyzna kierunków wtórnych [(1' $_A$), (2' $_A$)] lub [(1' $_B$), (2' $_B$)] pokrywa się z odpowiednią płaszczyzną rozpraszania $\zeta = 90^\circ$.

W płaszczyźnie kierunków wtórnych [(1' $_A$), (2' $_A$)] lub [(1' $_B$), (2' $_B$)] odmierzamy kąty $\alpha = 45^\circ$ i $\beta = 0^\circ$ [rys. 1, wzory (8) i (9)] względem polaryzacji padającej wiązki światła.

Celem określenia wtórnych naprężeń głównych σ'_j ($j = 1, 2, 3$), dokonujemy transformacji z kierunków głównych (1), (2), (3) na kierunki wtórne (1' $_A$), (2' $_A$), (3' $_A$) i (1' $_B$), (2' $_B$), (3' $_B$) poprzez kierunki (1'), (2'), (3') (rys. 1) według wzoru

$$(13) \quad \sigma'_j = \sum_{i=1}^3 \sigma_i a_i^2$$

Współczynniki a_i obliczamy mnożąc wyznaczniki macierzy transformacji.

$$(14) \quad \begin{aligned} (1) \begin{bmatrix} (1'_A) \\ (2'_A) \\ (3'_A) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\Theta & \cos\Theta \\ 0 & -\cos\Theta & -\sin\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ (1) \begin{bmatrix} (1'_B) \\ (2'_B) \\ (3'_B) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Wzór (13) łącznie z zależnościami (10) i (14) pozwala zapisać

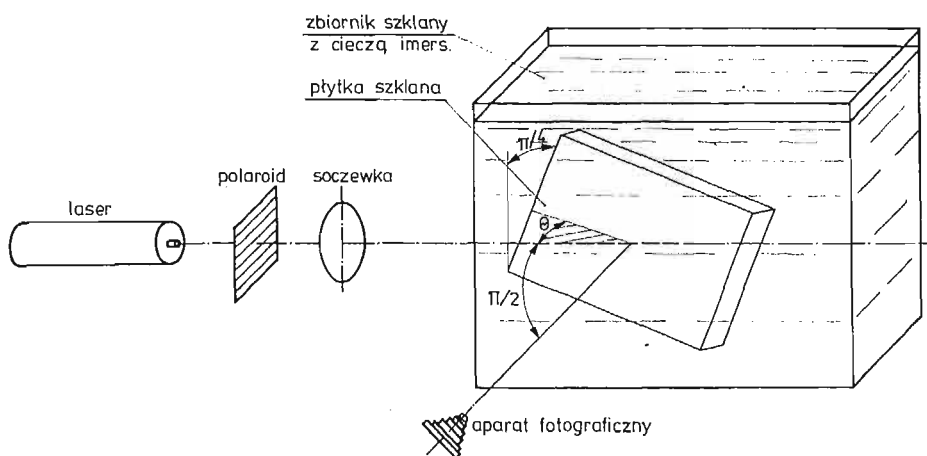
$$(15) \quad \begin{aligned} \sigma'_{1A} - \sigma'_{2A} &= [\sigma_2 \cos^2\varphi + \sigma_1 \sin^2\varphi] - [\sigma_3 \cos^2\Theta + (\sigma_1 \cos^2\varphi + \\ &+ \sigma_2 \sin^2\varphi) \sin^2\Theta] = S_\sigma \frac{dm_A}{dz_A}, \\ \sigma'_{1B} - \sigma'_{2B} &= [\sigma_3 \cos^2\Theta + (\sigma_2 \cos^2\varphi + \sigma_1 \sin^2\varphi) \sin^2\Theta] - [\sigma_1 \cos^2\varphi + \\ &+ \sigma_2 \sin^2\varphi] = S_\sigma \frac{dm_B}{dz_B}. \end{aligned}$$

Oznaczając $\frac{dm_A}{dz_A} = m'_A$, $\frac{dm_B}{dz_B} = m'_B$ oraz uwzględniając założenia (11) otrzymujemy po przekształceniu równania (15):

$$(16) \quad \sigma_{1,2} = S_\sigma \left[\pm \frac{m'_A + m'_B}{2(1 + \sin^2\theta)(1 - 2\sin^2\varphi)} + \frac{m'_A - m'_B}{2\cos^2\theta} \right].$$

Stanowisko do badań

Przedmiotem badań były płytki szkła hartowanego sodowo-wapniowego produkcji krajowej o wymiarach $0,08 \times 0,08 \times 0,006$ [m]. Jako źródło światła zastosowano laser He—Ne o mocy około $5 \cdot 10^{-3}$ [W] i długości fali $\lambda = 6328 \times 10^{-10}$ [m].

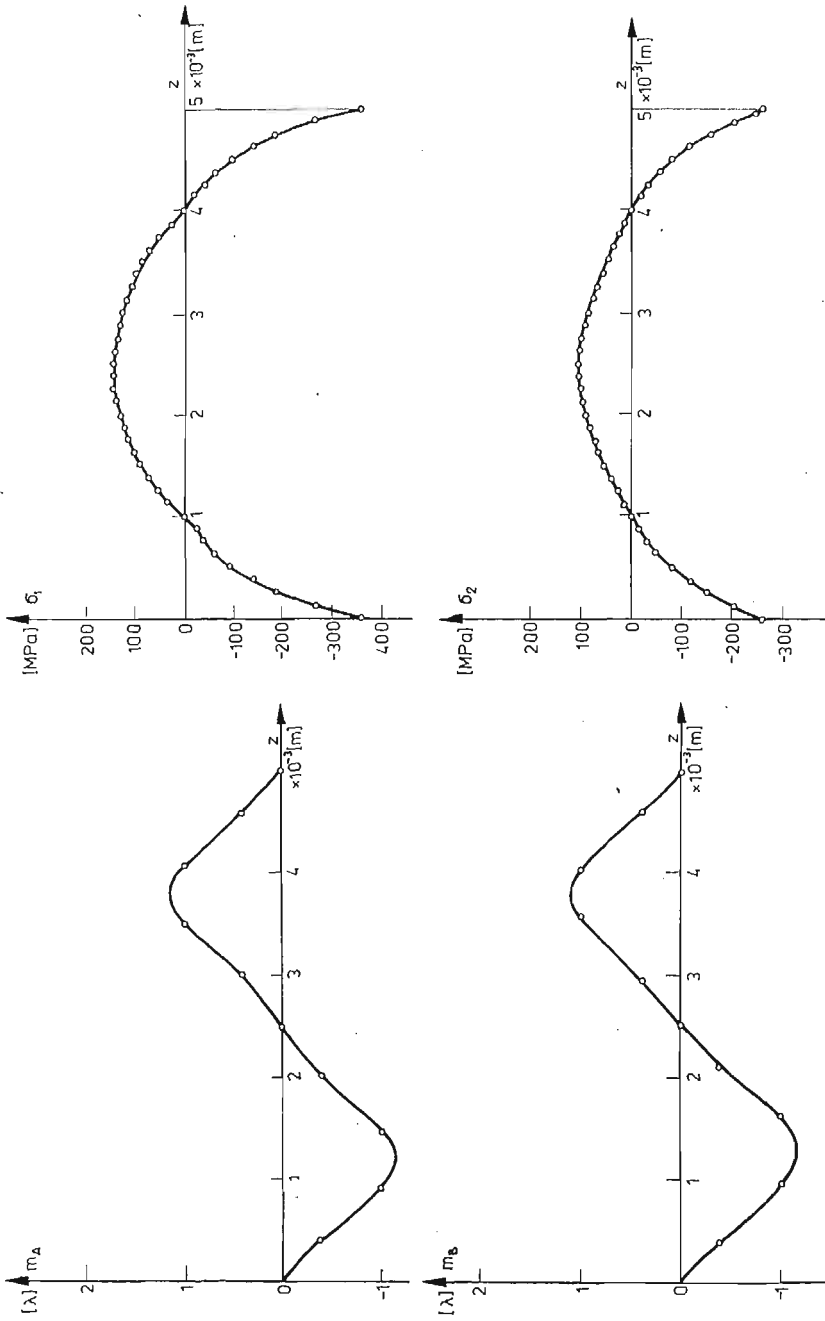


Rys. 2

Rejestrację prążków światła rozpraszanego dokonano aparatem Exakta z obiektywem Tessar o ogniskowej 0,05 [m] i jasności 2,8 na błonie fotograficznej Forter o czułości 23 DIN. Czas naświetlania — około 60 [s] dla zastosowanej przysłony 5,6. Schemat stanowiska przedstawia rys. 2.



Rys. 3



Rys. 4

Na okrągłych tarczach tego samego gatunku szkła wyznaczono elastoptyczny współczynnik materiałowy S_e , który dla użytej długości fali światła wynosi $S_e = 260,5 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$.

Wyniki badań

Obraz otrzymanych prążków światła rozpraszanego przedstawia rys. 3. W oparciu o uzyskany w dwóch prostopadłych kierunkach obraz prążków światła rozpraszanego sporządzono wykres względnego opóźnienia obu składowych wektora świetlnego w długościach fali wzdłuż grubości płytki (rys. 4a).

Znajdując konwencjonalną metodą obraz izoklin wyznaczono kierunek naprężenia σ_1 . Kierunek ten tworzy kąt $\varphi = 30^\circ$ z rzutem kierunku padającej wiązki światła na płaszczyznę (x, y) (rys. 1). Dla kąta $\varphi = 30^\circ$ i $\Theta = 11^\circ$ otrzymujemy według zależności (16):

$$(17) \quad \sigma_{1,2} = 135500(m'_A - m'_B) \pm 250900(m'_A + m'_B).$$

Wyrażenia m'_A , m'_B wyznaczamy różniczkując wykresy z rys. 4a. Zależności naprężeń głównych σ_1, σ_2 w funkcji grubości płytki przedstawiono na rys. 4b.

Dyskusja otrzymanych wyników i ocena błędów

Większą dokładność wykresów względnego opóźnienia obu składowych wektora świetlnego w funkcji drogi uzyskać można stosując kompensator na wejściu wiązki światła w badany element [8], [11]. Wówczas względne opóźnienie promieni w danym punkcie modelu mierzone rzędem prążka m winno być pomniejszone o Δm prążków wywołanych działaniem kompensatora.

W opracowaniu wyników przyjęto założenie, iż kierunki naprężeń głównych wzdłuż drogi światła przechodzącego przez model nie zmieniają się. Błąd wynikający z takiego założenia można zmniejszyć zwiększając kąt padania Θ przez co jednak uzyskuje się zagęszczenie prążków i ich obserwacja wymaga zastosowania mikrofotometru.

W technice ukośnego prześwietlania zakładamy, że rozkład naprężeń wzdłuż drogi światła (tzw. drogi pozornej) jest taki sam, jak wzdłuż grubości płytki. Rzeczywista droga światła zależna jest od współczynnika załamania, który nie jest stały i zmienia się w materiale w zależności od poziomu naprężeń [10], [7]. Rejestracja za pomocą aparatu fotograficznego powoduje pozorne skrócenie długości drogi światła [3]. Błąd względny tym spowodowany można wyznaczyć ze wzoru

$$(18) \quad \frac{\Delta b}{b} = \sin^2 \Theta \left[\frac{n \cdot \cos \Theta}{(1 - n^2 \sin^2 \Theta)^{\frac{1}{2}}} - 1 \right],$$

gdzie:

b długość drogi w szkle

Δb skrócenie pozorne

n współczynnik załamania w szkle.

Wnioski

Przedstawione rezultaty mają charakter badań rozpoznawczych. Niemniej wydaje się, że w wyniku udoskonalenia techniki pomiarów metoda ta może być interesująca jeśli idzie o laboratoryjne a w przyszłości i techniczne określenie jakości szkła hartowanego.

Praca została zrealizowana w ramach prac badawczych wykonywanych z inicjatywy i pod kontrolą Komitetu Mechaniki Wydziału IV PAN.

Literatura cytowana w tekście

1. A. ACLOGUE, C. GUILLEMET, *Method for the Photoelastic Measurement of Stresses in Equilibrium in the Thickness of a Plate* — Proc. Stress Analysis Conf., Inst. of Phys., Delft 1956, 71 - 76.
2. A. S. ARGON, *A New Method for the Measurement of Residual Stresses in Tempered Glass* — MIT Masters Thesis, 1953.
3. S. BATESON, J. W. HUNT, D. A. DALBY, N. K. SINHA, *Stress Measurements in Tempered Glass Plates by Scattered Light Method with a Laser Source* — Bull. Am. Ceram. Soc. 45 (1), (1966).
4. Y. F. CHENG, *A Scattered Light Photoelastic Method of the Determination of Tempered Stresses in Aircraft Windshields* — Boeing Sci. Res. Lab., Scattle, Washington, April 1967.
5. M. M. FROCHT, *Photoelasticity*, John Wiley and Sons., 1948.
6. H. T. JESSOP, *The scattered Light method of exploration of stresses in two — and three-dimensional models* — Vol. 2 september 1951 British Journal of Applied Physics.
7. A. A. LEBEDER, *Bul. Acad., Sci, USSR Phys. Ser.* 5 (4) (1940).
8. S. MAZURKIEWICZ, *O metodzie światła rozproszonego w elastooptyce*, Czas. Techn. Z 2M 1977 r.
9. S. MAZURKIEWICZ, J. T. PINDER, *Photoelastic Isodynes: A New Type of Stress Modulated Light Intensity Distribution*. Mech. Res. Com. 4 (4), 1977.
10. J. T. PINDER, N. K. SINHA, *On the Studies of Residual Stresses in Glass Plates*. Experim. Mech. March 1971.
11. J. T. PINDER, P. STRAKA, *Response of the Integrated Polariscopes*. Journ. of Strain Anal. 8 No. 1. 1973.
12. N. K. SINHA — *Stress State in Tempered Glass Plate and Determination of Heat — transfer Rate*. Experim. Mech. January 1978.
13. ENCYKLOPEDIA FIZYKI — Państwowe Wydawnictwo Naukowe rok 1979.

Резюме

РАССЕЯНИЕ СВЕТА ПРИ КОСОМ ПРОСВЕЧИВАНИИ В ПРИМЕНЕНИИ
К АНАЛИЗУ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАКАЛЕННОМ СВЕТУ

В работе представлены физические законы, а также геометрические зависимости описывающие явление рассеяния в случае косоугольного просвечивания. Применяя косоугольное просвечивание в двух перпендикулярных направлениях и используя законы вынужденного двупреломления, можно определить перераспределение главных напряжений вдоль толщины пластинки закаленного стекла.

Приведена схема установки и результаты эксперимента, а также описание найденных погрешностей.

S u m m a r y

SCATTERING OF LIGHT IN OBLIQUE INCIDENCE IN APPLICATION FOR
ANALYZING STRESSES IN TEMPERED GLASS

In the work have been shown physical laws and geometrical dependences describing the phenomenon of oblique incidence scattering. Using oblique incidence in two perpendicular directions and applying the birefringence laws, principal stresses along the thickness of the tempered glass were found.

The scheme of device, results of the experiment and discussion of errors are given.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
INSTYTUT MECHANIKI
I PODSTAW KONSTRUKCJI
MASZYN

Praca została złożona w Redakcji dnia 22 lutego 1979 r.
