

GRAFY PRZEPŁYWU SYGNAŁÓW W MODELOWANIU KASKADOWEJ STRUKTURY UKŁADU WYCIĄGOWEGO

JERZY ŚWIDER, JÓZEF WOJNAROWSKI (GLIWICE)

1. Wstęp

Sięganie do coraz głębiej położonych pokładów węgla kamiennego zmusza konstruktorów do zajęcia się problemami zjawisk dynamicznych zachodzących w układach wyciągowych głębokich szybów. Zagadnieniu modelowania układu wyciągowego poświęcono szereg prac [1-8]. W szczególności w [1] i [2] podano sposób modelowania układu wyciągowego wraz z częścią napędową i sterującą. Problematykę tę podjęto również w pracach [3] i [4]. W [5] przedstawiono sposób budowy schematów strukturalnych układu wyciągowego. Zastosowanie modeli dyskretnych w analizie układów wyciągowych omówiono ostatnio w pracach [6] i [7]. Model układu wyciągowego jako systemu wielkiego przedstawiono w pracy [8].

W niniejszej pracy podjęto próbę zmodelowania układu wyciągowego grafem macierzowym. Analiza macierzowego grafu przepływu sygnałów pozwala na wyznaczenie zmiennych szeregowych i równoległych¹⁾ dowolnego elementu modelu układu wyciągowego w funkcji wymuszenia. Natomiast zwarty, macierzowy opis takiego grafu umożliwia algorytmizację obliczeń i wykorzystanie elektronicznej techniki obliczeniowej.

Wykorzystując spostrzeżenie, że układ wyciągowy charakteryzuje się strukturą kaskadową, podjęto również próbę zamodelowania go czwórnikowymi grafami przepływu sygnałów [9, 10, 11], które nie wymagają układania równań i stanowią równoważny model matematyczny. Jest to szczególnie korzystne przy stosowaniu grafów w modelowaniu analogowym megaukładów. Takim właśnie megaukładem [8] jest dyskretny model układu wyciągowego.

2. Struktura dwójników i graf biegunowy jako model układu wyciągowego

Rozważmy układ wyciągowy w postaci, jak na rys. 1, wyodrębniając w nim silnik napędowy wraz z przekładnią (1), wał napędowy (2), koło pędne (3), lewą (4) i prawą (5) linię wyciągową, lewą (6) i prawą (7) klatkę wyciągową, lewą (8) i prawą (9) część liny wyrównawczej.

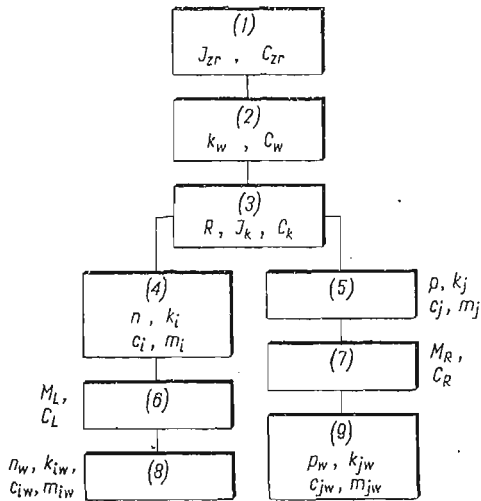
Na rys. 1 oznaczono dodatkowo przez:

I_{zr} zredukowany moment bezwładności wirnika silnika i przekładni,

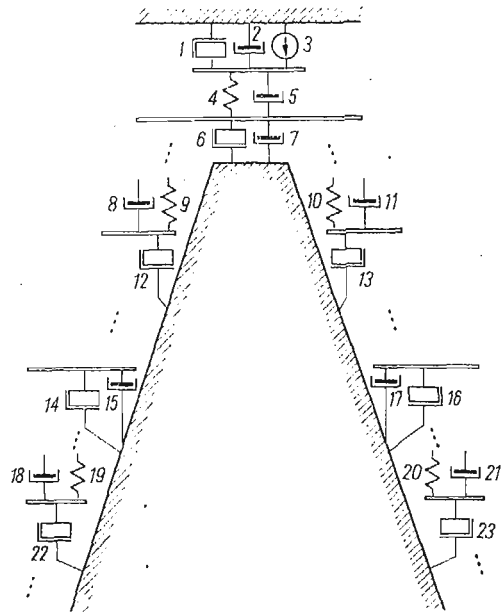
I_k moment bezwładności koła pędnego,

¹⁾ Stosowane są również nazwy: «zmienne przepływowce» i «zmienne biegunowe». Por. s. 114. [15].

- C_{zr} zredukowane tłumienie silnika i przekładni,
 C_w tłumienie wału napędowego,
 C_k tłumienie koła napędowego,
 k_w sztywność wału napędowego,
 R promień koła napędowego,
 n liczbę elementów dyskretnego modelu lewej linii wyciągowej,



Rys. 1



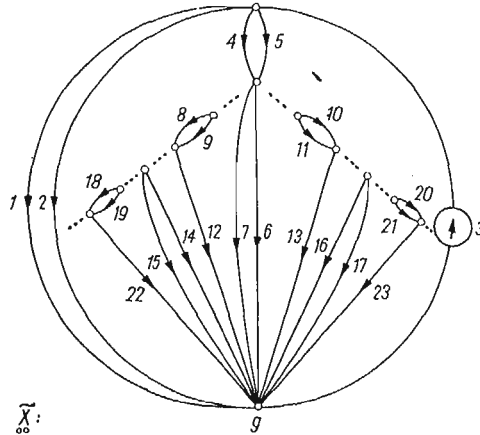
Rys. 2

- k_i, c_i, m_i sztywność, tłumienie i masę i -tego dyskretnego elementu lewej linii wyciągowej ($i \in n$),
 p liczbę elementów dyskretnego modelu prawej linii wyciągowej,
 k_j, c_j, m_j sztywność, tłumienie i masę j -tego dyskretnego elementu prawej linii wyciągowej ($j \in p$),
 M_L masę lewej klatki wyciągowej,
 C_L tłumienie w przewodnicach lewej klatki wyciągowej,
 M_R masę prawej klatki wyciągowej,
 C_R tłumienie w przewodnicach prawej klatki wyciągowej,
 n_w liczbę elementów dyskretnego modelu lewej linii wyrównawczej,
 $\left\{ \begin{array}{l} k_{i_w}, c_{i_w} \\ m_{i_w} \end{array} \right.$ sztywność, tłumienie i masę i_w -tego elementu lewej linii wyrównawczej ($i_w \in n_w$),
 p_w liczbę elementów dyskretnego modelu prawej linii wyrównawczej,
 $\left\{ \begin{array}{l} k_{j_w}, c_{j_w} \\ m_{j_w} \end{array} \right.$ sztywność, tłumienie i masę j_w -tego elementu prawej linii wyrównawczej ($j_w \in p_w$).

Model w postaci dwójników [12] z wyróżnionymi elementami sprężystymi, tłumieniowymi oraz inercyjnymi przedstawiono na rys. 2, gdzie liczby 1 ÷ 23 oznaczają:

1 — I_{zr} , 2 — C_{zr} , 3 — zredukowany moment napędowy M_s , 4 — k_w , 5 — C_w , 6 — I_k , 7 — C_k , 8 — c_i , 9 — k_i , 10 — k_j , 11 — c_j , 12 — m_i , 13 — m_j , 14 — M_L , 15 — C_L , 16 — M_R , 17 — C_R , 18 — c_{iw} , 19 — k_{iw} , 20 — k_{jw} , 21 — c_{jw} , 22 — m_{iw} , 23 — m_{jw} .

Stosując metodę grafów [10, 13], układ wyciągowy w postaci dwójników sprowadzono do grafu biegunowego (rys. 3).



Rys. 3

Wprowadzając następujące definicje:

— jeżeli każda ścieżka grafu biegunowego układu, zaczynająca się i kończąca w biegunie ${}_1x_0$, ma tylko jeden wierzchołek pośredni, to układ ma strukturę równoległą,

— jeżeli w grafie biegunowym układu istnieje ścieżka Hamiltona zaczynająca się i kończąca w biegunie ${}_1x_0$, to układ ma strukturę kaskadową,

— we wszystkich innych przypadkach struktura układu jest mieszana, można zauważyć, że analizowany układ wyciągowy charakteryzuje się rozgałęzioną strukturą kaskadową.

Graf biegunowy układu wyciągowego przyjęto jako podstawę w tworzeniu macierzowego grafu przepływu sygnałów.

3. Macierzowy graf przepływu sygnałów jako model układu wyciągowego

Zgodnie z procedurą podaną w pracy [14] graf biegunowy układu wyciągowego (rys. 3) przetransformowano na graf przepływu sygnałów (rys. 4).

W tym celu [15]:

— w grafie biegunowym wybrano drzewo tworzące $\{1, 6, 12, 13, 14, 16, 22, 23\}$

— gałęziom drzewa przyporządkowano macierz wiersz zmiennych równoległych

$${}_1\mathbf{S} = [{}_1s_1, {}_1s_6, \dots, {}_1s_{12}, \dots, {}_1s_{13}, \dots, {}_1s_{14}, \dots, {}_1s_{16}, \dots, {}_1s_{22}, \dots, {}_1s_{23}, \dots]$$

i macierz wiersz zmiennych szeregowych

$${}_2\mathbf{S} = [{}_2s_1, {}_2s_6, \dots, {}_2s_{12}, \dots, {}_2s_{13}, \dots, {}_2s_{14}, \dots, {}_2s_{16}, \dots, {}_2s_{22}, \dots, {}_2s_{23}, \dots];$$

— cięciwom grafu przyporządkowano macierz wiersz zmiennych równoległych

$${}_1\mathring{S} = [{}_1\mathring{s}_2, {}_1\mathring{s}_3, {}_1\mathring{s}_4, {}_1\mathring{s}_5, {}_1\mathring{s}_6, \dots, {}_1\mathring{s}_7, \dots, {}_1\mathring{s}_8, \dots, {}_1\mathring{s}_9, \dots, {}_1\mathring{s}_{10}, {}_1\mathring{s}_{11}, \dots, {}_1\mathring{s}_{15}, \dots, {}_1\mathring{s}_{17}, \\ \dots, {}_1\mathring{s}_{18}, {}_1\mathring{s}_{19}, \dots, {}_1\mathring{s}_{20}, {}_1\mathring{s}_{21}, \dots]$$

i macierz wiersz zmiennych szeregowych

$${}_2\mathring{S} = [{}_2\mathring{s}_2, 0, {}_2\mathring{s}_4, {}_2\mathring{s}_5, {}_2\mathring{s}_7, \dots, {}_2\mathring{s}_8, {}_2\mathring{s}_9, \dots, {}_2\mathring{s}_{10}, {}_2\mathring{s}_{11}, \dots, {}_2\mathring{s}_{15}, \\ \dots, {}_2\mathring{s}_{17}, \dots, {}_2\mathring{s}_{18}, {}_2\mathring{s}_{19}, \dots, {}_2\mathring{s}_{20}, {}_2\mathring{s}_{21}, \dots];$$

— wymuszenie układu zapisano w postaci macierzy

$${}_2\mathring{S}_w = [0, {}_2\mathring{s}_3, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0, 0, \dots];$$

— operatorowe sztywności dynamiczne cięciw zapisano w postaci macierzy diagonalnej

$$\text{DIAG } W(p) = \text{DIAG}[C_{zr}p, 0, k_w, C_w p, C_k p, \dots, c_i p, k_i, \dots, k_j, c_j p, \dots, \\ c_i p, \dots, C_R p, \dots, c_{iw} p, k_{iw}, \dots, k_{jw}, c_{jw}, \dots];$$

— operatorowe podatności dynamiczne gałęzi drzewa zapisano w postaci macierzy diagonalnej

$$\text{DIAG } {}_1W(p) = \text{DIAG} \left[\frac{1}{J_{zr} p^2}, \frac{1}{J_k p^2}, \dots, \frac{1}{m_i p^2}, \dots, \frac{1}{m_j p^2}, \dots, \frac{1}{M_L p^2}, \dots, \frac{1}{M_R p^2}, \dots, \frac{1}{m_{iw} p^2}, \dots, \frac{1}{m_{jw} p^2}, \dots \right].$$

Łącząc odpowiednio punkty przyporządkowane elementom macierzy ${}_1\mathring{S}$, ${}_1\mathring{S}$, ${}_2\mathring{S}_w$, ${}_2\mathring{S}$, ${}_2\mathring{S}$ jak podano poniżej:

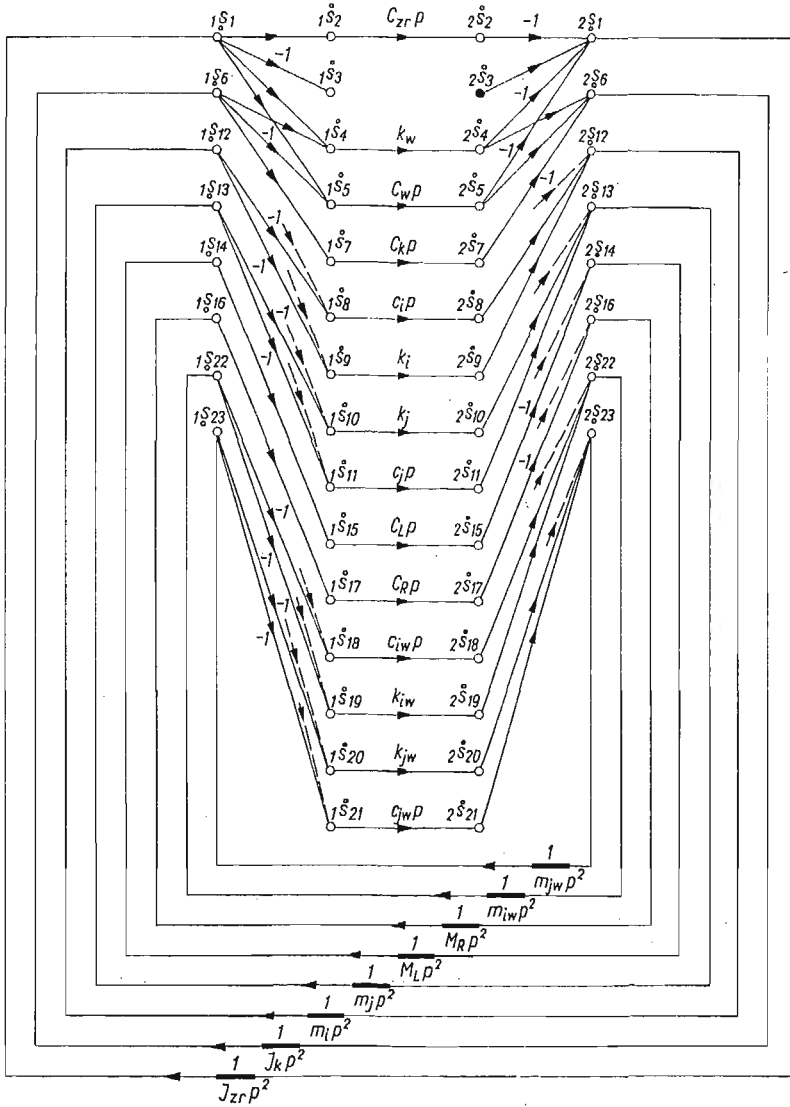
${}_1\mathring{S} - {}_1\mathring{S}$ — sympleksami o wagach 1, -1 i R zgodnie z uogólnionym II prawem Kirchhoffa,

$({}_2\mathring{S} + {}_2\mathring{S}_w) - {}_2\mathring{S}$ — sympleksami o wagach 1, -1 i R zgodnie z uogólnionym I prawem Kirchhoffa,

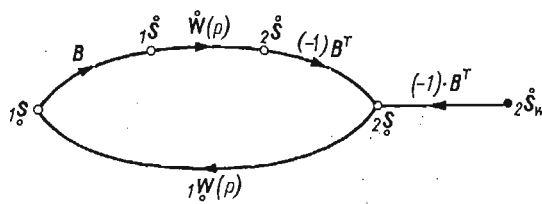
${}_1\mathring{S} - {}_2\mathring{S}$ — sympleksami o wagach równych odpowiednio elementom macierzy $\mathring{W}(p)$ zgodnie z równaniami biegunowymi cięciw grafu,

${}_2\mathring{S} - {}_1\mathring{S}$ — sympleksami o wagach równych odpowiednio elementom macierzy ${}_1\mathring{W}(p)$ zgodnie z równaniami biegunowymi gałęzi drzewa tworzącego, uzyskano graf przepływu sygnałów jak na rys. 4. Graf ten można przedstawić w postaci czwórnika w reprezentacji macierzowej (rys. 5), gdzie \mathbf{B} , $(-1) \cdot \mathbf{B}^T$ oznaczają macierze rozptyłu sygnałów zmiennych równoległych i szeregowych²⁾.

²⁾ Stosowane są również odpowiednio oznaczenia: ${}_1\vec{\mathbf{B}}$ i ${}_2\vec{\mathbf{B}}$.



Rys. 4



Rys. 5

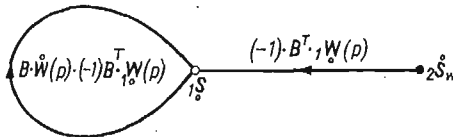
[219]

Dla grafu z rys. 5 macierz \mathbf{B} ma postać:

$$\mathbf{B} = \begin{array}{cccccccccccccccccccc} & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 & \dots & 8 & 9 & \dots & 10 & 11 & \dots & 15 & 17 & \dots & 18 & 19 & \dots & 20 & 21 & \dots \\ \begin{array}{l} * \\ ** \end{array} & \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 6 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots \\ 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & & -1 & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots \\ 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -1 & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots \\ 14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots \\ 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -1 & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots \\ 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -1 & -1 & \dots \\ \dots & \dots \end{array}$$

* Ciężywy, ** odcięcia

Macierzowy graf przepływu sygnałów przedstawiony na rys. 5 można zredukować [5] do postaci ukazanej na rys. 6.



Rys. 6

Ostatecznie z grafu przedstawionego na rys. 6 wynika następujące równanie macierzone:

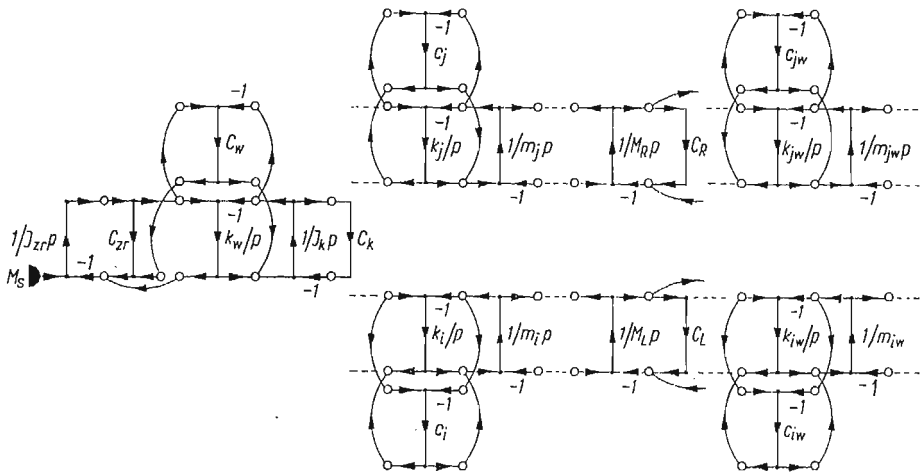
$${}_1\mathring{S} = {}_2\mathring{S}_w \cdot (-1)B^T \cdot {}_1\mathring{W}(p) \cdot [1 - B \cdot \mathring{W}(p) \cdot (-1)B^T \cdot {}_1\mathring{W}(p)]^{-1},$$

mogące być podstawą do wyznaczenia:

- macierzy zmiennych odpowiedzi w funkcji sił wzбудzających,
- przepustowości operatorowej i widmowej układu wyciągowego,
- równania charakterystycznego układu wyciągowego.

4. Czwórnikowy graf przepływu sygnałów jako podstawa zbudowania modelu analogowego układu wyciągowego

Jak wcześniej zauważono, układ wyciągowy charakteryzuje się rozgałęzioną strukturą kaskadową. Dyskretne układy mechaniczne o strukturze kaskadowej wygodnie jest modelować czwórnikowym grafem przepływu sygnałów. Graf taki buduje się przez kaskadowe łączenie grafów czwórników elementów układu mechanicznego [9]. Czwórnikowy graf przepływu sygnałów układu wyciągowego z rys. 2 przedstawiono na rys. 7. Graf ten można również uzyskać bezpośrednio przez przekształcenie grafu przepływu sygnałów z rys. 4.



Rys. 7

Jeżeli wszystkie elementy modelu układu są liniowe, to uzyskany graf może być podstawą wyznaczania operatorowej funkcji przenoszenia między źródłem a dowolnym węzłem [9, 14].

W celu przeprowadzenia analizy na maszynie analogowej uzyskany graf przepływu sygnałów można przetransformować na program dla EMA, ponieważ grafom czwórników odpowiadają izomorficzne czwórniki analogowe [9]. Transformacja grafu przepływu sygnałów na model analogowy polega na (rys. 8):



Rys. 8

- zastąpieniu zbioru zmiennych przyporządkowanych wierzchołkom grafu zbiorem zmiennych analogowych \bar{s} ,
- zastąpieniu operatorowych wag G_{ij} wszystkich gałęzi grafu przepływu sygnałów członami operacyjnymi maszyny analogowej realizującymi te wagi,
- włączeniu biernych członów operacyjnych wprowadzających opisane relacje transformacji α_{ij} .

Jeżeli a_{s1} i a_{sJ} są przyjętymi współczynnikami skali zmiennych, to relacje α_{ij} mają postać

$$\alpha_{ij} = \frac{a_{sJ}}{a_{s1}}.$$

Uzyskany w ten sposób model analogowy układu wyciągowego można uprościć, korzystając z podstawowych zasad przekształcenia schematów analogowych, i wykorzystać do badania procesów przejściowych i ruchu ustalonego na elektronicznej maszynie analogowej.

5. Wnioski

1. Układ wyciągowy głębokiego szybu kopalni można przedstawić w postaci modelu o rozgałęzionej strukturze kaskadowej.

2. Zastosowanie macierzowego grafu przepływu sygnałów do modelowania układu wyciągowego pozwala na szybkie uzyskanie zawartego, macierzowego opisu zjawisk zachodzących w przyjętym modelu. Pozwala to na optymalizację i automatyzację obliczeń.

3. W opisie układów mechanicznych czwórnikowym grafem przepływu sygnałów można pominąć etap wypisywania równań różniczkowych, co przyspiesza sporządzenie programu dla elektronicznej maszyny analogowej.

4. Izomorfizm grafu czwórnikowego elementu modelu mechanicznego i jego czwórnika analogowego umożliwia dowolne rozbudowywanie kaskadowej struktury przyjętego modelu bez konieczności rozbudowania układu równań. Ułatwia to modyfikację parametrów, zmianę warunków początkowych i sygnałów wejściowych w procesie prowadzenia eksperymentu analogowego.

Literatura cytowana w tekście

1. Ф. В. Флоринский, В. В. Безпалько, В. В. Колосов, *О динамическом аналоге подъемной установки*, Сб. Стальные канаты № 10, Киев 1972.
2. В. В. Безпалько, Л. В. Колосов, А. П. Нестеров, Ю. Р. Бредихин, *О выборе эквивалентных схем шахтных многоканатных подъемных установок*, Известия вузов, Горный журнал, 1 (1971).
3. L. SZKLARSKI, R. WOJNICKI, A. STANKIEWICZ, *Badania dynamiki maszyn wyciągowych z uwzględnieniem sprężystości liny*, Materiały Międzynarodowej Konferencji Automatyzacji Górnictwa, t. 1, Kraków 1969, s. 9—14.
4. L. SZKLARSKI, A. SKALNY, *Teoretyczne zagadnienia maszyn wyciągowych*, cz. 1, Warszawa 1975.
5. Ю. Г. Киричок, В. М. Чермалых, *Привод шахтных подъемных установок большой мощности*, Недра, Москва 1972.
6. W. KLICH, M. WÓJCİK, *Zastosowanie dyskretnego modelu urządzenia wyciągowego do analizy dynamiki awaryjnego hamowania*, Zbiór referatów XV Sympozjum Optymalizacja w Mechanice. PTMTS, Gliwice-Wisła 1976, s. 173—186.
7. Streszczenie referatów Sympozjum Naukowo-Technicznego «Kierunki projektowania i budowy urządzeń wyciągowych i głównego odwadniania w polskim górnictwie miedziowym», Lubin—Wrocław—Kraków 1976.
8. Praca zbiorowa pod red. J. WOJNAROWSKIEGO, *Pewne problemy modelowania wieloliniowych układów wyciągowych*, Gliwice 1976, s. 71.

9. L. ROBICHAUD, M. BOISVERT, J. ROBERT, *Grafy przepływu sygnałów*, Warszawa 1968.
10. J. WOJNAROWSKI, *Graf jako język struktury układu*, Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Mechanika, z. 52, (1973), 3—21.
11. J. WOJNAROWSKI, *Metodyczne ćwiczenia laboratoryjne z mechanicznej teorii maszyn*, Skrypt Uczelniany Pol. Śląskiej nr 600, Gliwice 1975.
12. В. Н. ФЕДОРОВИЧ, И. М. ОРЛОВА, А. А. ИВАНОВ, *Расчет динамических моделей с ручагами связи электромеханических колебательных систем методом графов*, Вопросы радиоэлектроники, Техника приводной связи, 3 (1971).
13. J. WOJNAROWSKI, *Analiza dyskretnych liniowych układów mechanicznych o skończonej liczbie stopni swobody metodą grafów*, Zbiór referatów VII Polsko-Czechosłowackiej Konferencji Dynamiki Maszyn, Gliwice 1971, s. 567—581.
14. J. S. MASON, H. J. ZIMMERMANN, *Electronic Circuits, Signal and Systems*, New York—London 1960.
15. J. WOJNAROWSKI, *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*, Pol. Śląska — PTMETS Oddział Gliwice, z. 38, Gliwice 1977.

Резюме

ГРАФЫ СИГНАЛОВ В МОДЕЛИРОВАНИИ КАСКАДНОЙ СТРУКТУРЫ ПОДЪЕМНОЙ СИСТЕМЫ

В работе представлен метод моделирования подъемной системы матричным графом сигналов. Используя наблюдение, что подъемная система с большой глубиной вытягивания характеризуется каскадной структурой, разработана её модель в виде четырехполосного графа сигналов. Изоморфная с ним аналоговая система может быть основой в исследовании влияния параметров подъемной системы на её динамические характеристики.

Summary

SIGNAL FLOW GRAPHS IN MODELLING OF THE CASCADE STRUCTURE OF THE LIFTING SYSTEM

The modelling procedure of the lifting system by means of the matrix signal flow graph has been presented. Using the fact that the deep pulling lifting system is characterized by a cascade structure, the four terminal signals flow graph has been used to model it. The analogue system isomorphous with the graph may serve as the basis for investigating the influence of the lifting system parameters on its dynamic characteristics.

INSTYTUT PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ, GLIWICE

Praca została złożona w Redakcji dnia 8 sierpnia 1977 r.