

METODA FIKCYJNYCH ŹRÓDEŁ ZMIENNEJ BIEGUNOWEJ JAKO SPOSÓB  
WYZNACZANIA PODATNOŚCI DYNAMICZNEJ ZŁOŻONYCH UKŁADÓW  
MECHANICZNYCH

JERZY ŚWIDER, JÓZEF WOJNAROWSKI (GLIWICE)

1. Wstęp

Jedną z charakterystyk układu mechanicznego jest macierz podatności dynamicznych, której elementy stanowią, w opisie wielowejściowych układów mechanicznych, funkcje odwzorowujące harmoniczne zmienne przepływowe  $i$ -tego wejścia w zmienne biegunowe  $j$ -tego wyjścia. Znane są różne metody wyznaczania funkcji podatności dynamicznej. Metody klasyczne wymagają zawsze opisu analizowanego układu w formie równań różniczkowych [1, 2, 3] i przez to stwarzają określone trudności w sformułowaniu zagadnienia dla przygotowania programu na maszynę cyfrową. Metody niekonwencjonalne umożliwiają opuszczenie etapu układania równań różniczkowych. W pracach [4, 5] podano sposób wyznaczania funkcji podatności dynamicznych układów mechanicznych przy użyciu grafów i liczb strukturalnych. W pracy [6] rozpatrzono zagadnienia analizy górniczego układu wyciągowego przy zastosowaniu macierzowych grafów przepływu sygnałów<sup>1)</sup>. Uzyskany w niej graf może być podstawą wyznaczania charakterystyk dynamicznych przyjętego modelu, w tym także funkcji podatności. Zastosowanie tego grafu do obliczenia macierzy podatności jest jednak utrudnione z uwagi na istnienie pętli<sup>2)</sup>. Złożoność obliczeń można uprościć, jeśli do wyznaczania macierzowego grafu przepływu sygnałów zastosować metodę fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej. W niniejszej pracy przedstawiono tę metodę, a na przykładzie górniczej maszyny wyciągowej pokazano sposób wyznaczania funkcji podatności dynamicznej.

2. Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej

Podstawą tej metody jest teza, że swobodny układ mechaniczny można modelować grafem biegunowym  $\overset{\infty}{\infty}X$  posiadającym gałęzie wymuszenia, które reprezentują fikcyjne źródła zmiennej biegunowej. Ponadto w metodzie tej korzystano z transformacji grafu  $\overset{\infty}{\infty}X$  w graf przepływu sygnałów [4, 6, 7].

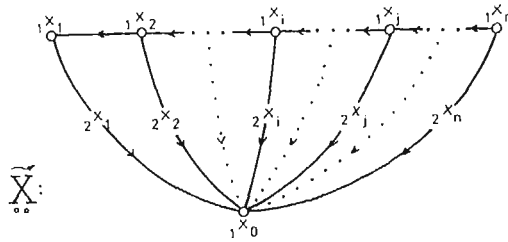
<sup>1)</sup> Macierzowym grafem przepływu sygnałów nazywamy taki graf, którego transmitancje (przyporządkowane gałęziom) i zmienne (przyporządkowane wierzchołkom) są macierzami.

<sup>2)</sup> Por. rys. 6 [6].

Rozważmy układ mechaniczny o  $n$  stopniach swobody. Graf takiego układu [4, 8, 9] przyjmie postać jak na rys. 1. Zgodnie z definicją grafu biegunowego, każdej krawędzi przypisana jest para zmiennych wielkości fizycznych, czyli istnieje dla grafu przyporządkowanie

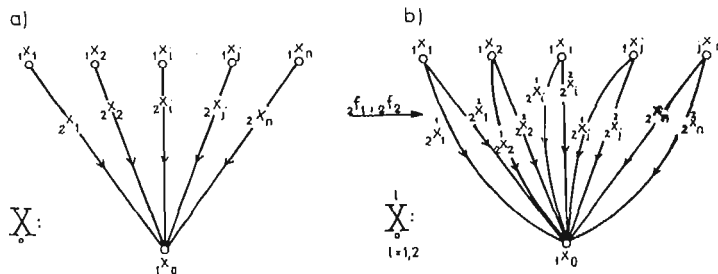
$${}_2f: {}_2X \rightarrow [{}_1S, {}_2S],$$

gdzie  ${}_1S$  jest zbiorem zmiennych biegunowych, np. zbiorem przemieszczeń,  ${}_2S$  jest zbiorem zmiennych przepływowych, np. zbiorem sił,  ${}_2f$  jest funkcją przyporządkowującą.



Rys. 1

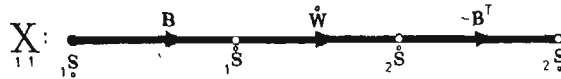
Jeśli przekształcimy graf  $\overset{\infty}{X}$  tak, że drzewo Lagrange'a (rys. 2a) zastąpimy drzewem z multigałęziami (rys. 2b), to uzyskamy graf z «multidrzewem Lagrange'a». Każdej z gałęzi  ${}_2x$  multidrzewa przyporządkowano parę zmiennych  $[{}_1s, {}_2s]$ , a każdej z gałęzi  ${}_1x$  — tylko zmienną biegunową  ${}_1s$ .



Rys. 2

Zmienne biegunowe  ${}_1s_i$  przyporządkowane gałęziom multigałęzi  $({}_2x, {}_2x)_i$ , ( $i = 1 \div n$ ) są sobie równe, ponieważ gałęzie te rozpięte są na parze tych samych wierzchołków  $({}_1x_0, {}_1x_i)$ . Gałęzie  ${}_2x_i$ , ( $i = 1 \div n$ ) traktować będziemy jako fikcyjne źródła zmiennej biegunowej, a utworzone z nich drzewo  $\overset{1}{X}_0$  nazwiemy «drzewem fikcyjnych źródeł» zmiennej biegunowej. Tak uzyskany graf  $\overset{\infty}{X}$ , czyli graf z multidrzewem Lagrange'a  $\overset{1}{X}_0$ , stanowi podstawę do przeprowadzenia transformacji układu w macierzowy graf przepływu sygnałów. Stosując procedurę podaną w pracy [6] i przyjmując jako drzewo tworzące — drzewo  $\overset{1}{X}_0$ , uży-

skujemy macierzowy graf przepływu sygnałów (rys. 3). Dzięki przekształceniu grafu biegunowego do grafu z multidrzewem Lagrange'a  $\overset{I}{X}$  uzyskujemy graf  $\overset{\infty}{X}$ , w którym wszystkie krawędzie reprezentujące rzeczywiste elementy układu mechanicznego są cięciwami, a więc należą do przeciwdrzewa  $\overset{\circ}{X}$ . Uzyskany przez transformację graf przepływu sygnałów redukuje się wtedy do ścieżki prostej, zawierającej trzy łuki (rys. 3), w której:



Rys. 3

- $\overset{1}{S}$  oznacza macierz wierszową fikcyjnych źródeł zmiennych biegunowych,
- $\overset{1}{S}$  — macierz wierszową zmiennych biegunowych cięciw,
- $\overset{2}{S}$  — macierz wierszową zmiennych przepływowych cięciw,
- $\overset{2}{S}$  — macierz wierszową zmiennych przepływowych odpowiadających, w reprezentacji dualnej, fikcyjnym źródłom zmiennych biegunowych,
- $\overset{\circ}{W}$  — diagonalną macierz operatorowych sztywności dynamicznych wszystkich rzeczywistych elementów układu mechanicznego,
- $B, -B^T$  — macierze rozptywu sygnałów [6]<sup>3)</sup> wynikające z I i II postulatu dla grafów biegunowych [4].

Macierz rozptywu sygnałów charakteryzuje rozptyw zmiennych przepływowych  ${}_{2s_i}$  w wierzchołkach i zmiennych biegunowych  ${}_{1s_i}$  w konturach grafu biegunowego.

Zatem każdy graf biegunowy swobodnego układu mechanicznego można, dzięki przekształceniu do grafu  $\overset{\infty}{X}$  z drzewem fikcyjnych źródeł zmiennej  ${}_{1s_i}$ , sprowadzić do ścieżki prostej macierzowego grafu przepływu sygnałów.

### 3. Sposób wyznaczania macierzy podatności dynamicznych

Dokonując inwersji ścieżki prostej grafu przedstawionego na rys. 3, łatwo spostrzec, że inwersja iloczynu  $B \cdot \overset{\circ}{W} \cdot (-B^T)$  jest macierzą operatorowych podatności układu<sup>4)</sup>

$$Y(p) = - [B \cdot \overset{\circ}{W} \cdot (-B^T)]^{-1},$$

co jest rozwiązaniem sformułowanego problemu.

Dla  $p = \hat{i}\omega$ , gdzie  $\hat{i} = \sqrt{-1}$ , macierz operatorowa  $Y(p)$  staje się macierzą podatności dynamicznych układu mechanicznego [3, 4].

Wtedy

$$Y(\hat{i}\omega) = [{}_{2s_i}Y_{1s_j}(\hat{i}\omega)], \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

gdzie  ${}_{2s_i}Y_{1s_j}(\hat{i}\omega)$  oznacza podatność dynamiczną układu między  $i$ -tą zmienną przepływową (wzbudzenie układu), a  $j$ -tą zmienną biegunową (odpowiedź układu).

W takim ujęciu wyznaczanie funkcji podatności dynamicznych układu mechanicznego polega na:

<sup>3)</sup> Por. odnośnik 1), s. 218.

<sup>4)</sup> Znak minus wynika z konieczności zmiany znaku zmiennej biegunowej wzbudzenia w dualnej reprezentacji grafu  $\overset{\infty}{X}$ .

- przedstawieniu swobodnego układu mechanicznego w postaci grafu obciążonego  $\overset{\text{II}}{\overset{\text{I}}{\mathbb{X}}}$ ,
- przejściu z grafu swobodnego  $\overset{\text{II}}{\overset{\text{I}}{\mathbb{X}}}$  do grafu biegunowego z multidrzewem Lagrange'a  $\overset{\text{I}}{\mathbb{X}}$ ,
- dokonaniu transformacji uzyskanego grafu w macierzowy graf przepływu sygnałów  $\overset{\text{I}}{\mathbb{X}}$  przy wyborze drzewa fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej ( $\overset{\text{I}}{\mathbb{X}}$ ) jako drzewa tworzącego graf,
- wyznaczeniu odwrotności transmitancji ścieżki prostej grafu  $\overset{\text{I}}{\mathbb{X}}$ .

Należy zwrócić uwagę, że przy praktycznym wykorzystaniu przedstawionej metody wyznaczania podatności dynamicznej złożonych układów mechanicznych, nie ma potrzeby przeprowadzania całego ciągu transformacji. Opisane transformacje i przekształcenia dokonane na grafach należy traktować jedynie jako dowód, że wyrażenie  $-\mathbf{[B \cdot \overset{\circ}{W} \cdot (-B^T)]}^{-1}$  jest macierzą funkcji podatności dynamicznych. Natomiast macierze  $\mathbf{B}$ ,  $\overset{\circ}{\mathbf{W}}$  i  $-\mathbf{B}^T$  można wypisać bezpośrednio z grafu biegunowego analizowanego układu.

**Twierdzenie:** Macierz  $\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)$  podatności dynamicznych układu mechanicznego, uzyskana metodą fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej, jest zawsze macierzą kwadratową o wymiarze  $n \times n$ , gdzie  $n$  jest liczbą stopni swobody układu. Wskaźniki kolumn macierzy  $\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)$  odpowiadają wskaźnikom elementów w wierszu odpowiedzi układu, a wskaźniki wierszy — wskaźnikom elementów w wierszu wzbudzenia układu.

Aby wykazać prawdziwość tego twierdzenia przyjmijmy, że:

- $L$  — jest liczbą elementów układu mechanicznego, odpowiadającą liczbie krawędzi jego grafu biegunowego,
  - $n$  — jest liczbą stopni swobody układu mechanicznego, odpowiadającą liczbie gałęzi drzewa Lagrange'a jego grafu biegunowego,
  - $w_m$  ( $m = 1, 2, \dots, i, j, \dots$ ) — jest wskaźnikiem wiersza macierzy  $\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)$ ,
  - $k_r$ , ( $r = 1, 2, \dots, i, j, \dots$ ) — jest wskaźnikiem kolumny macierzy  $\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)$ ,
  - ${}_1s_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, n$ ) — jest elementem macierzy wierszowej  ${}_1\mathbf{S}$  odpowiedzi układu,
  - ${}_2s_\beta$ , ( $\beta = 1, 2, \dots, n$ ) — jest elementem macierzy wierszowej  ${}_2\mathbf{S}$  wzbudzenia układu,
- Obowiązują również zależności

$${}_1\mathbf{S} = {}_2\mathbf{S} \cdot \mathbf{Y}(\hat{i}\omega),$$

$$\mathbf{Y}(\hat{i}\omega) = \mathbf{[B \cdot \overset{\circ}{W} \cdot (-B^T)]}^{-1}, \quad (\max w_m, \max k_r).$$

Wtedy macierz podatności dynamicznych przyjmie postać macierzy kwadratowej:

$$w_m \overbrace{\{[\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)]_{n \times n}\}}^{k_r} \rightarrow \begin{cases} m = 1, 2, \dots, i, j, \dots, n, \\ r = 1, 2, \dots, i, j, \dots, n, \end{cases}$$

a wskaźniki wierszy  $m$  i kolumn  $r$  macierzy  $\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)$  odpowiadają wskaźnikom zmiennych przepływowych  $\beta$  i biegunowych  $\alpha$ :

$$r \leftrightarrow \alpha, \quad m \leftrightarrow \beta.$$

**Dowód:** Z drugiego postulatu dla grafów biegunowych wynika  $[\mathbf{B}]_{n \times L}$ . Macierz sztyw-

ności dynamicznych wszystkich elementów układu mechanicznego jest diagonalną  $[\mathbf{W}]_{L \times L}$ .

Zatem

$$-[\mathbf{B}]_{n \times L} \cdot [\mathbf{W}]_{L \times L} \cdot [-\mathbf{B}^T]_{L \times n}]^{-1} = [\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)]_{n \times n}$$

i  $r = 1, 2, \dots, i, j, \dots, n$ ,  $m = 1, 2, \dots, i, j, \dots, n$ .

Z zależności

$${}_2\mathbf{S} \cdot \mathbf{Y}(\hat{i}\omega) = {}_1\mathbf{S}$$

wynika, że przy jednym niezerowym  $i$ -tym elemencie  ${}_2S_i$  macierzy wzbudzenia  ${}_2\mathbf{S}$  otrzymujemy

$${}_1S_j = {}_2S_i [\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)]_{w_i, k_j},$$

co implikuje odpowiedniość wskaźników:

$$r \leftrightarrow \alpha, \quad m \leftrightarrow \beta.$$

Podatność dynamiczna  ${}_2S_i Y_{1s_j}(\hat{i}\omega)$  jest więc elementem macierzy kwadratowej  $\mathbf{Y}(\hat{i}\omega)$  leżącym w  $i$ -tym wierszu  $j$ -tej kolumny c.n.u.

W ogólnym przypadku funkcje  ${}_2S_i Y_{1s_j}$  są zespolone i można je zapisać jako

$${}_2S_i Y_{1s_j}(\hat{i}\omega) = \operatorname{Re}[{}_2S_i Y_{1s_j}(\hat{i}\omega)] + \operatorname{Im}[{}_2S_i Y_{1s_j}(\hat{i}\omega)] \cdot \hat{i}$$

lub

$${}_2S_i Y_{1s_j}(\hat{i}\omega) = A(\omega) e^{i\hat{\Phi}(\omega)},$$

gdzie  $A(\omega)$  jest współczynnikiem uwielokrotnienia amplitudy,  $\hat{\Phi}(\omega)$  jest kątem przesunięcia fazowego.

Dla zachowawczych układów mechanicznych funkcje podatności dynamicznych są rzeczywiste i stanowią wprost współczynniki uwielokrotnienia między  $i$ -tym wzbudzeniem harmonicznym i  $j$ -tą odpowiedzią układu.

#### 4. Wyznaczenie podatności dynamicznej układu wyciągowego

Dla ilustracji metody rozważymy górnica maszynę wyciągową [10], której model przedstawiono na rys. 4.

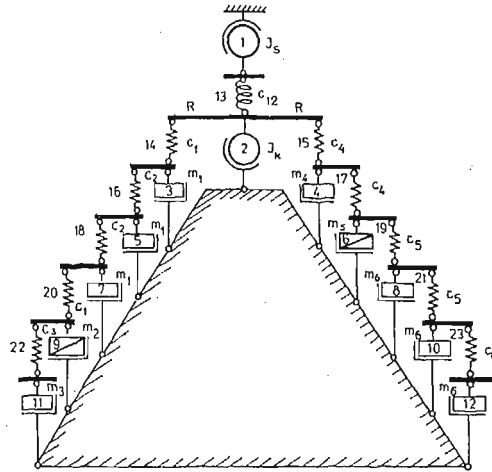
W modelu tym wyodrębniono: wirnik silnika, maszyny wyciągowej (1), koło pędne (2), elementy masy dyskretnego modelu lewej liny (3, 5, 7), element masy dyskretnego modelu prawej liny (4), lewe naczynie wydobywcze<sup>5)</sup> (9), prawe naczynie wydobywcze z ładunkiem (6), element masy dyskretnego modelu lewej części liny wyrównawczej (11), elementy masy dyskretnego modelu prawej części liny wyrównawczej (8, 10, 12), promień koła pędnego (R), sztywność skrętną wału pędnego (13), sztywności wzdłużne dyskretnego modelu lewej liny (14, 16, 18, 20), sztywności wzdłużne dyskretnego modelu prawej liny (15, 17), sztywność wzdłużną dyskretnego modelu lewej części liny wyrównawczej (22), sztywności wzdłużne dyskretnego modelu prawej części liny wyrównawczej (19, 21, 23). Do dalszych obliczeń przyjęto następujące parametry, wyznaczone dla rzeczywistej górniczej maszyny wyciągowej<sup>6)</sup>:

<sup>5)</sup> Stosowana jest również nazwa skip.

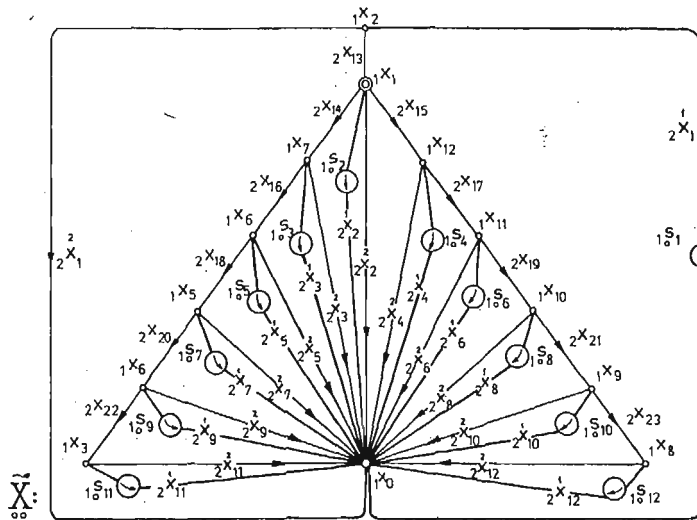
<sup>6)</sup> Projektowanej dla jednej z kopalń.

$J = 5,3 \cdot 10^{-3} [\text{MNms}^2]$ ,  $C_{12} = 500 [\text{MNm}(\text{rd})^{-1}]$ ,  $J_k = 5,2 \cdot 10^{-2} [\text{MNms}^2]$ ,  
 $C_1 = 2,2 [\text{MNm}^{-1}]$ ,  $C_2 = 1,1 [\text{MNm}^{-1}]$ ,  $C_3 = 1,16 [\text{MNm}^{-1}]$ ,  $C_4 = 3,2 [\text{MNm}^{-1}]$ ,  
 $C_5 = 0,72 [\text{MNm}^{-1}]$ ,  $m_1 = 5,55 \cdot 10^{-3} [\text{MNs}^2\text{m}^{-1}]$ ,  $m_2 = 19,2 \cdot 10^{-3} [\text{MN}^{-1}\text{s}^2]$ ,  
 $m_3 = 1,1 \cdot 10^{-3} [\text{MNs}^2\text{m}^{-1}]$ ,  $m_4 = 3,8 \cdot 10^{-3} [\text{MNs}^2\text{m}^{-1}]$ ,  $m_5 = 32 \cdot 10^{-3} [\text{MNs}^2\text{m}^{-1}]$ ,  
 $m_6 = 5 \cdot 10^{-3} [\text{MNs}^2\text{m}^{-1}]$ .

Tak przyjęty model opisano grafem obciążonym  $\overset{\infty}{\underset{\infty}{X}}$  (rys. 5). Graf ten przekształcono do grafu z drzewem Lagrange'a fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej  ${}_1S_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ).



Rys. 4



Rys. 5

Zgodnie z procedurą podaną w pracy [6] uzyskany graf obciążony  $\overline{\overline{X}}$  przetransformowano w macierzowy graf przepływu sygnałów  $X_{11}$  (rys. 3) z opisującymi go macierzami:

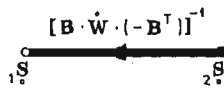
$$\begin{aligned} {}_1S &= [{}_1s_i], (i = 1, 2, \dots, 12), \\ {}_1S &= [{}_1s_j], (j = 1, 2, \dots, 23), \\ {}_2S &= [{}_2s_j], (j = 1, 2, \dots, 23), \\ {}_2S &= [{}_2s_i], (i = 1, 2, \dots, 12), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{W} = \text{DIAG} & [0,0053 p^2, 0,052 p^2, 0,00555 p^2, 0,0038 p^2, \\ & 0,00555 p^2, 0,032 p^2, 0,00555 p^2, 0,0053 p^2, \\ & 0,0192 p^2, 0,0053 p^2, 0,0011 p^2, 0,0053 p^2, \\ & 500, 2,2, 3,2, 1,1, 3,2, 1,1, 0,72, 2,2, \\ & 0,72, 1,16, 0,72], \end{aligned}$$

Należy zwrócić uwagę, że wierzchołek  ${}_1x_1$  grafu obciążonego  $\overline{\overline{X}}$  (rys. 5) jest wierzchołkiem incydentności krawędzi opisanych niejednorodnymi zmiennymi przepływowymi i biegunowymi. Każdy punkt grafu biegunowego, w którym incydentne są krawędzie opisane niejednorodnymi zmiennymi nazywać będziemy «wierzchołkiem niejednorodnych zmiennych», a każdy kontur zawierający taki wierzchołek — «konturem niejednorodnych zmiennych».

**Stwierdzenie:** Jeżeli graf biegunowy  $\overline{\overline{X}}$  posiada wierzchołek (lub wierzchołki) niejednorodnych zmiennych, to zawsze macierze rozptyłu sygnałów  $B$  i  $-B^T$  grafu  $X_{11}$  zawierają mianowane elementy ujednorodniające zmienne, zwykle różne od jedności<sup>7)</sup>.

Powyższe stwierdzenie wynika z faktu, że macierze  $-B^T$  i  $B$  są macierzami współczynników zmiennych przepływowych i biegunowych w równaniach wyrażających pierwsze i drugie uogólnione prawo Kirchhoffa. Redukując graf przepływu sygnałów  $X_{11}$  do jednego łuku oraz dokonując jego inwersji uzyskano graf pokazany na rys. 6.

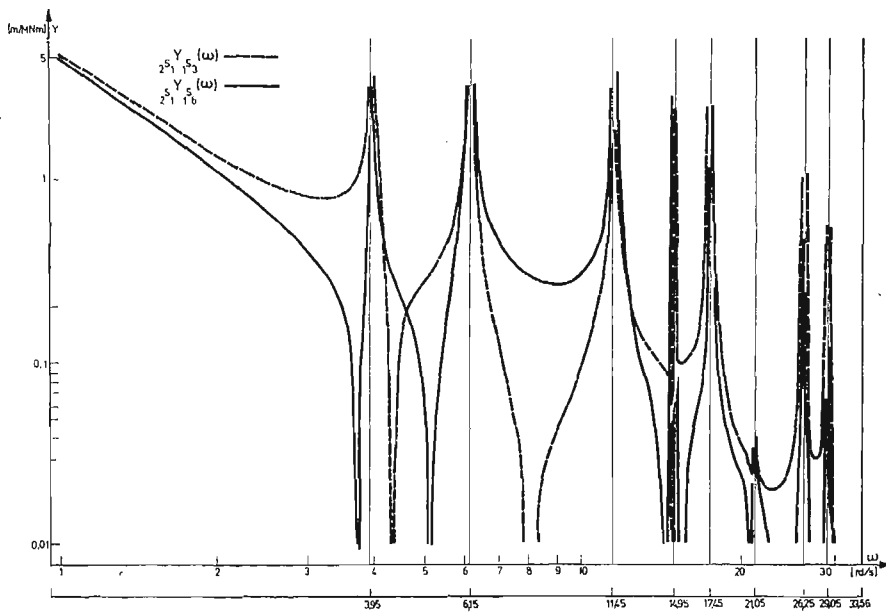


Rys. 6

Z rys. 6 wynika bezpośrednio, że transmitancja uzyskanego łuku  $Y(p) = [B \cdot \dot{W} \times (-B^T)]^{-1}$  jest macierzą operatorowych podatności dynamicznych modelu układu wyciągowego. Dla przyjętych parametrów modelu układu, oraz przy założeniu  $p = i\omega$  wyznaczono na maszynie cyfrowej WANG funkcje podatności dynamicznej między silnikiem maszyny wyciągowej a lewym pustym naczyniem wydobywczym —  ${}_{2s_1}Y_{1s_9}$  oraz prawym naczyniem wydobywczym z ładunkiem  ${}_{2s_1}Y_{1s_6}$ .

Wykresy uzyskanych funkcji podatności dynamicznych górniczej maszyny wyciągowej (rys. 7) pozwalają wnioskować o zachowaniu się odkształceń charakterystycznych

<sup>7)</sup> Por. str. 276 [4]



Rys. 7

węzłów maszyny wyciągowej w funkcji częstości wzbudzenia, co jednak nie było celem niniejszej pracy.

Skalę częstości uzyskanych wykresów ograniczono do 30 [rds<sup>-1</sup>] z uwagi na to, że poza tym zakresem wartości obydwu funkcji  $Y(\omega)$  są bardzo małe [rzędu  $10^{-4}(m[\text{MNm}]^{-1})$ ]. Jest to również uzasadnione faktem, że w przedziale  $0 \div 30$  [rds<sup>-1</sup>] znajduje się osiem pierwszych niezerowych częstości rezonansowych układu. Z maszyny cyfrowej uzyskano poszukiwane funkcje (w postaci wydruku) w przedziale  $0,1 \div 500$  [rds<sup>-1</sup>].

### 5. Wnioski

Opracowana metoda wyznaczania podatności dynamicznych jest wygodnym narzędziem w prowadzeniu numerycznej analizy drgań złożonych układów mechanicznych. Charakteryzuje ją:

- pominięcie etapu sporządzenia modelu matematycznego w formie równań różniczkowych ruchu,
- prosta postać macierzowego grafu przepływu sygnałów przedstawiającego relacje między zmiennymi przepływowymi wzbudzenia a zmiennymi biegunowymi odpowiedzi układu,
- łatwość wprowadzenia zmian do programu obliczeń maszyny cyfrowej przy modyfikacji parametrów układu,
- szybkie uzyskiwanie wyników numerycznych stanowiących elementy macierzy podatności.



W szczególności, wyznaczone dla przyjętego modelu górniczej maszyny wyciągowej funkcje podatności dynamicznych (rys. 7) umożliwiają ocenę:

- częstości drgań własnych i szerokości pasm rezonansowych,
- wartości liczbowych podatności dynamicznych między silnikiem maszyny wyciągowej a lewym i prawym naczyniem wydobywczym w analizowanym położeniu układu.

Przedstawiona metoda wyznaczania podatności dynamicznych może być stosowana w specjalistycznych biurach projektowych, a uzyskane wyniki numeryczne mogą zostać wykorzystane w projektowaniu górniczych maszyn wyciągowych do dużej głębokości ciągnięcia urobku.

#### Literatura cytowana w tekście

1. Y. TAKAHASHI, H. J. RABINS, D. M. AUSLANDER, *Sterowanie i systemy dynamiczne*, WNT, Warszawa 1976.
2. R. E. BISHOP, G. M. L. GLADWELL, S. MICHAELSON, *Macierzowa analiza drgań*, WNT, Warszawa 1972.
3. V. STREJC, M. SALAMON, Z. KOTEK, M. BALDA, *Teoria regulacji automatycznej*, WNT Warszawa 1962.
4. J. WOJNAROWSKI, *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*, Politechnika Śląska PTMTS Oddz. Gliwice z. 38, Gliwice 1977.
5. J. WOJNAROWSKI, A. BUCHACZ, *Zastosowanie grafów i liczb strukturalnych wyższej kategorii w modelowaniu układów mechanicznych*, XVI Sympozjum «Modelowanie w Mechanice», PTMTS Oddz. Gliwice, Beskid Śląski, marzec 1977, s. 505—517.
6. J. ŚWIDER, J. WOJNAROWSKI, *Grafy przepływu sygnałów w modelowaniu kaskadowej struktury układu wyciągowego*, (w tym zeszycie), s. 215—223.
7. J. S. MASON, H. J. ZIMMERMANN, *Elektronic Circuits, Signal and Systems*, John Wiley & Sons, Inc., New York — London 1960.
8. H. E. KOENIG, W. A. BLACKWELL, *Electromechanical System Theory*, McGraw — Hill Book Company, New York 1961.
9. J. WOJNAROWSKI, *Graf jako język struktury układu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika z. 52, Gliwice 1973, s. 3—21.
10. Praca zbiorowa pod red. J. WOJNAROWSKIEGO, *Pewne problemy modelowania wieloliniowych układów wyciągowych*, Gliwice 1976.

#### Резюме

#### МЕТОД ФИКТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПОЛЮСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ КАК СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОДАТЛИВОСТИ СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В работе, используя метод фиктивных источников полюсной переменной нагруженного графа, представлен способ получения матричных графов сигналов сложных механических систем. На примере модели горной подъемной машины определены функции динамической податливости, как элементы обратной матрицы передаточной функции пути графа сигналов.

## S u m m a r y

THE FICTICIOUS SOURCE METHOD IN POLAR COORDINATES AS THE METHOD OF  
OBTAINING DYNAMICAL FLEXIBILITY OF COMPOSITE MECHANICAL SYSTEMS

In this paper authors apply the fictitious source method in polar variables of the loaded graph and show the method of obtaining the matrix signal flow graphs of composite mechanical systems. Using the example of a model of a mining hoisting machine, dynamical flexibility function with factors of inverse transmittance matrix of path signal flow simple graph, was determined.

INSTYTUT PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN  
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ, GLIWICE

*Praca została złożona w Redakcji dnia 8 sierpnia 1977 r.*

---