

METODA NIEZALEŻNYCH KONTURÓW BEZPOŚREDNIEJ TRANSFORMACJI UKŁADU MECHANICZNEGO W GRAF PRZEPEŁYWU SYGNAŁÓW

JÓZEF WOJNAROWSKI, JERZY ŚWIDER (GLIWICE)

Streszczenie

W pracy przedstawiono algorytm konstruowania grafów przepływu sygnałów złożonych układów mechanicznych. Zaproponowane konwencje o znakach i sposobie przepływu sygnałów zmiennych przepływowych ${}_2s(p)$ i zmiennych biegunowych ${}_1s(p)$ pozwalają na bezpośrednie modelowanie złożonych układów mechanicznych grafami przepływu sygnałów. Metodę transformacji układu w graf przepływu sygnałów zilustrowano na przykładzie modelowania układu mechanicznego o mieszanej strukturze. Praca jest rozwinięciem metod modelowania podanych w [1].

1. Wstęp

Grafy przepływu sygnałów znalazły szerokie zastosowanie w analizie i syntezie układów elektrycznych i elektronicznych [2, 3]. W układach mechanicznych do niedawna grafy przepływu sygnałów nie były wogóle stosowane [4].

Systematyczne studium modelowania złożonych układów mechanicznych za pomocą grafów i liczb strukturalnych można znaleźć w pracy [5]. W innych pracach modelowanie układów mechanicznych grafami przepływu sygnałów potraktowane jest marginesowo. Np. w jednym z rozdziałów książki [3] autorzy podają metodę tworzenia grafów przepływu sygnałów układów mechanicznych przy traktowaniu elementów tych układów w postaci czwórników. Sam sposób łączenia czwórników w przypadku modelowania układów mechanicznych o mieszanej strukturze¹⁾ wymaga jednak dużej uwagi i jest czasochłonny.

W artykule [6] W. N. Fjedorowicz wprowadził sposób modelowania drgających układów mechanicznych za pomocą tzw. „dźwigni sprzężeń”. W metodzie tej konstruuje się doskonale sztywne łączniki, połączone przegubowo z elementami układu w ten sposób, że pod wpływem działających sił mogą one wykonywać jedynie ruch postępowy. Skonstruowane tak modele nie mogą być użyte do bezpośredniej transformacji w graf przepływu sygnałów. Aby dokonać takiej transformacji²⁾ w pracy [1] ten sam autor wprowadza korektę do zaproponowanej metody budowy modeli z „dźwigniami sprzężeń”. Przedstawiona

¹⁾ Por. str. 452 w [7].

²⁾ Rozumianej jako przejście z układu mechanicznego wprost do grafu przepływu sygnałów z pominięciem etapu wypisywania równań różniczkowych ruchu bądź konstruowania pośrednich grafów czwórników elementów.

tam metoda konstruowania grafów przepływu sygnałów układów mechanicznych jest jednak bardzo nieprzejrzysta. Można stwierdzić, że zastosowanie jej do modelowania złożonych układów mechanicznych o mieszanej strukturze staje się wręcz niemożliwe. Jeżeli natomiast zamiast konstruowania modelu z „dźwigniami sprzężeń” — przyjmąc biegunowy, niezorientowany, graf układu [5], to transformacja do grafu przepływu sygnałów znacznie się upraszcza.

W niniejszej pracy przedstawiono algorytm konstruowania grafów przepływu sygnałów, złożonych układów mechanicznych, dla których istnieją grafy biegunowe pierwszej kategorii [5]. Opracowany algorytm stanowi rozwinięcie metody modelowania podanej w pracy [1].

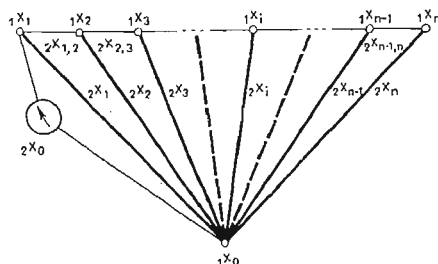
W szczególności, przedstawiony sposób budowy szkieletu grafu przepływu sygnałów oraz zaproponowane konwencje:

- o znakach sygnałów,
- o sposobie rozptywu sygnałów zmiennych przepływowych ${}_2s(p)$,
- o sposobie rozptywu sygnałów zmiennych biegunowych ${}_1s(p)$

umożliwiają konstruowanie grafów przepływu sygnałów złożonych układów mechanicznych. Opracowaną metodę zilustrowano na przykładzie budowy grafu przepływu sygnałów układu mechanicznego o mieszanej strukturze.

2. Sposób budowy szkieletu grafu przepływu sygnałów

W prezentowanej metodzie graf przepływu sygnałów układu mechanicznego tworzy się w dwu etapach. Konstruuje się szkielet grafu, a następnie, zgodnie z przyjętymi konwencjami dokonuje się domknięcia tworzonego grafu przepływu sygnałów. Szkieletem



Rys. 1. Graf biegunowy układu mechanicznego z drzewem tworzącym (o pogrubionych gałęziach)

grafu przepływu sygnałów układu mechanicznego nazwiemy zbiór wszystkich węzłów tego grafu połączonych jedynie gałęziami o transmitancjach $w_i(p) \in \mathcal{W}(p)$ lub ${}_1w_i(p) \in {}_1\mathcal{W}(p)$, gdzie: $w_i(p)$ i ${}_1w_i(p)$ są odpowiednio sztywnością i podatnością dynamiczną i -tego elementu układu, $\mathcal{W}(p)$ i ${}_1\mathcal{W}(p)$ odpowiednio zbiorem sztywności i zbiorem podatności dynamicznych elementów układu, p — argumentem przekształcenia Laplace'a. Dla przedstawienia sposobu uzyskania szkieletu grafu przepływu sygnałów rozważymy układ mechaniczny, którego graf biegunowy \mathcal{X} pokazano na rys. 1 [5].

W celu skonstruowania szkieletu grafu przepływu sygnałów układu mechanicznego należy:

1. Wybrać w grafie biegunowym X_{∞}^I układu drzewo tworzące Lagrange'a³⁾ X_{∞}^I .
2. Przedstawić każdą krawędź $2x_i$ grafu X_{∞}^I w postaci dwójnika d_i , a jego końcom przyporządkować własne zmienne — biegunową $1s_i(p)$ i przepływową $2s_i(p)$, spełniające równania biegunowe elementu:

$$1s_i(p) \cdot w_i(p) = 2s_i(p),$$

lub

$$2s_i(p) \cdot 1w_i(p) = 1s_i(p).$$

3. Przyporządkować linii poziomej, reprezentującej poziom odniesienia, końce $2s_i(p)$ wszystkich biernych dwójników d_i układu oraz węzły odpowiadające zmiennym przepływowym wzbudzenia.
4. Wyznaczyć liczbę cyklomatyczną \mathring{n} grafu X_{∞}^I , która określa liczbę poziomów niezależnych konturów⁴⁾

$$\mathring{n} = n_2 - n_1 + 1,$$

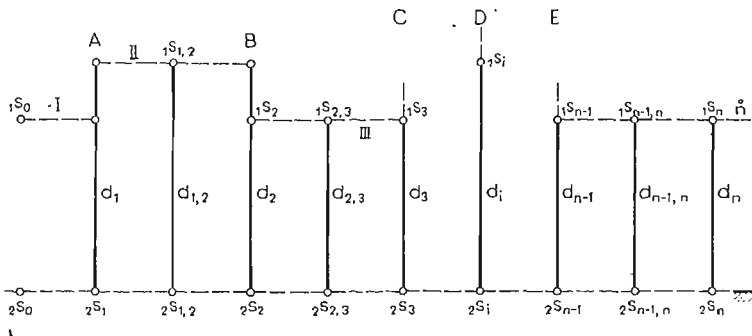
gdzie:

n_2 — liczba krawędzi grafu X_{∞}^I ,

n_1 — liczba wierzchołków grafu X_{∞}^I .

5. Przyporządkować liniom reprezentującym poziomy niezależnych konturów końce reprezentujące zmienne biegunowe $1s_i(p)$ wszystkich biernych dwójników układu i węzły zmiennej biegunowej odpowiadające wzbudzeniu układu.

Każdemu poziomowi przyporządkować węzły $1s_i(p)$ tylko tych dwójników, które w grafie biegunowym X_{∞}^I tworzą jeden niezależny kontur zamknięty.



Rys. 2. Szkielet grafu przepływu sygnałów

I, II, ..., \mathring{n} — poziomy niezależnych konturów,

A, B, C, D, E — wspólne punkty sąsiadujących niezależnych poziomów o tej samej zmiennej biegunowej $1s_i$.

³⁾ Por. str. 34, 35 w [5].

⁴⁾ Odpowiadających „dźwigniom sprzężeń” proponowanym w pracy [1].

Uwaga 1. Zmienne biegunowe ${}_1s_i(p)$ gałęzi wybranego drzewa X_{∞}^i grafu X_{∞} winny stanowić wspólne punkty poziomów niezależnych konturów.

Uwaga 2. Każdy punkt przyporządkowany poziomowi odniesienia oraz każdy punkt przyporządkowany poziomowi niezależnych konturów reprezentuje tylko jeden sygnał zmiennej przepływowej ${}_2s_i(p)$ lub zmiennej biegunowej ${}_1s_i(p)$.

Dla układu mechanicznego, którego graf biegunowy X_{∞} przedstawiono na rys. 1 utworzono, zgodnie z podanym sposobem, szkielet grafu przepływu sygnałów (rys. 2).

W celu umożliwienia domknięcia utworzonego szkieletu grafu przepływu sygnałów należy wprowadzić wspomniane we wstępie trzy konwencje:

- o znakach sygnałów,
- o sposobie rozptywu sygnałów ${}_2s(p)$,
- o sposobie rozptywu sygnałów ${}_1s(p)$.

3. Konwencja o znakach sygnałów

Znaki sygnałów ${}_1s(p)$ i ${}_2s(p)$ szkieletu grafu przepływu sygnałów uwarunkowane są przyporządkowaniem poziomów niezależnych konturów do „przekazujących” lub „przyjmujących” ruch. „Przekazywanie ruchu” odbywa się w układzie we wspólnych punktach (A, B, C, D, E rys. 2) sąsiadujących poziomów. W każdym z tych punktów jeden z poziomów jest przekazującym a pozostałe — przyjmującymi ruch. Poziom ze zmienną ${}_1s(p)$ odpowiadającą wzbudzeniu układu jest zawsze „przekazującym”.

W takim ujęciu konwencję o znakach sygnałów można zapisać następująco:

W szkielecie grafu przepływu sygnałów układu mechanicznego należy przyporządkować:

- znak plus
wszystkim sygnałom ${}_1s(p)$ i ${}_2s(p)$ odpowiadającym wzbudzeniom układu,
wspólnym węzłom należącym do poziomów przyjmujących ruch,
- znak minus
wszystkim pozostałym sygnałom ${}_1s(p)$,
- sygnałom ${}_2s(p)$ dwójników modelu dynamicznego znaki przeciwne do znaków odpowiadających im sygnałom ${}_1s(p)$ ⁵⁾.

4. Konwencja o sposobie rozptywu sygnałów

Wszystkie sygnały reprezentujące stan modelowanego układu mechanicznego rozptywiają się w grafie przepływu sygnałów gałęziami:

- pierwszego rodzaju ${}_2x_j({}_1s, {}_1s)$ (gałęzie rozptywu zmiennych biegunowych),
- drugiego rodzaju ${}_2x_j({}_2s, {}_2s)$ (gałęzie rozptywu zmiennych przepływowych),
- trzeciego rodzaju ${}_2x_j({}_1s, {}_2s)$ lub ${}_2x_j({}_2s, {}_1s)$ (gałęzie sztywności lub podatności dynamicznych elementów układu mechanicznego).

⁵⁾ Dla sygnałów ${}_2s(p)$ odpowiadających wspólnym punktom sąsiadujących poziomów niezależnych konturów należy ustalić tyle znaków ile poziomów łączy dany węzeł.

Transmitancje gałęzi pierwszego i drugiego rodzaju są równe 1 lub -1 w przypadku jednorodnych zmiennych ${}_1s(p)$ i ${}_2s(p)$ opisujący układ lub $\pm R$ w przypadku niejednorodnych zmiennych⁶⁾ ${}_1s(p)$ i ${}_2s(p)$, gdzie $\pm R$ jest współczynnikiem ujednorodniającym zmienne [8].

4.1. Konwencja o sposobie rozplywu sygnałów ${}_2s(p)$. Zmienne ${}_2s(p)$ wchodzące w niezależne relacje rozplywu sygnałów wybiera się zgodnie z następującą zasadą:⁷⁾ „Dla każdego punktu wspólnego poziomów niezależnych konturów szkieletu grafu przepływu sygnałów w realcję rozplywu sygnałów ${}_2s(p)$ wchodzi zmienne węzła wspólnego i wszystkie pojedyncze sygnały połączonych poziomów”.

Konwencję o sposobie rozplywu sygnałów ${}_2s(p)$ można zapisać następująco:

- każdy z węzłów zmiennych ${}_2s(p)$ może mieć tylko wchodzące lub tylko wychodzące gałęzie ${}_2x({}_2s, {}_2s)$,
- węzeł zmiennej ${}_2s(p)$ posiada wychodzące gałęzie ${}_2x({}_2s, {}_2s)$ tylko wtedy, gdy wchodzi do niego gałąź ${}_2x({}_1s, {}_2s)$ transformująca sygnał zmiennej biegunowej ${}_1s$ na sygnał zmiennej przepływowej ${}_2s$.
- węzły sygnałów wzbudzenia stanowią źródła w konstruowanym grafie,
- gałęzie ${}_2x({}_2s, {}_2s)$ mogą mieć znak plus gdy łączą sygnały o tych samych znakach lub znak minus — gdy łączą sygnały o różnych znakach,
- transmitancje gałęzi ${}_2x({}_2s, {}_1s)$ i ${}_2x({}_1s, {}_2s)$ mają zawsze znak plus.

Rozplyw sygnałów w niezależnych zbiorach zmiennych ${}_2s(p)$ dokonuje się zgodnie z podaną konwencją, po uprzednim przyjęciu w każdym ze zbiorów jednego z węzłów jako upustu. Upustami mogą być tylko te węzły, których zmienne przepływowe odpowiadają gałęziom wybranego drzewa Langrange'a X_0^I grafu biegunowego X_0 układu.

4.2. Konwencja o sposobie rozplywu sygnałów ${}_1s(p)$. Konwencje o sposobie rozplywu sygnałów ${}_1s(p)$ można zapisać następująco:

- gałęzie ${}_2x({}_1s, {}_1s)$ łączą sygnały tylko jednego poziomu niezależnych konturów,
- każdy z węzłów ${}_1x_j$ zmiennej biegunowej ${}_1s(p)$ może mieć tylko wchodzące lub tylko wychodzące gałęzie ${}_2x({}_1s, {}_1s)$,
- węzeł zmiennej ${}_1s(p)$ posiada wychodzące gałęzie ${}_2x({}_1s, {}_1s)$ tylko wtedy, gdy wchodzi do niego gałąź ${}_2x({}_2s, {}_1s)$ transformująca sygnał zmiennej przepływowej ${}_2s$ na sygnał zmiennej biegunowej ${}_1s$.
- węzły sygnałów wzbudzenia ${}_1s(p)$ stanowią źródła w tworzonym grafie,
- gałęzie ${}_2x({}_1s, {}_1s)$ mają znak plus gdy łączą sygnały o różnych znakach lub znak minus — gdy łączą sygnały o tych samych znakach.

5. Przykład transformacji układu mechanicznego o mieszanej strukturze w graf przepływu sygnałów

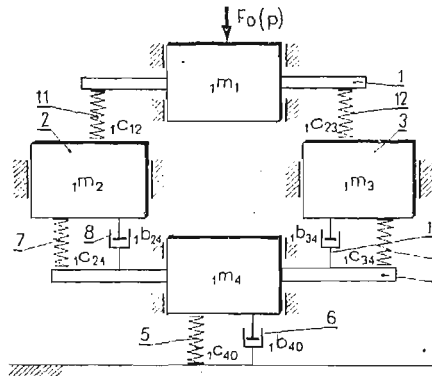
Celem zilustrowania zaprezentowanej metody otrzymywania grafów przepływu sygnałów złożonych układów mechanicznych rozważymy układ pokazany na rys. 3.

⁶⁾ Por. str. 276 w [5].

⁷⁾ Można stwierdzić, że podana w pracy [1] metoda „gry kombinatoryjnej” wyboru łączonych zmiennych ${}_2s(p)$, w przypadku złożonych układów mechanicznych o wielu stopniach swobody, jest bardzo uciążliwa i pracochłonna.

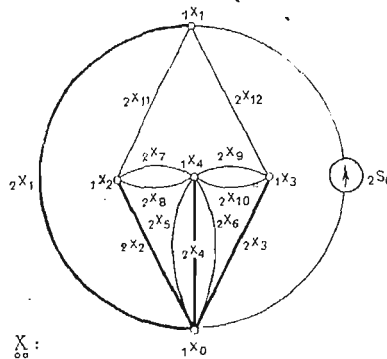
Układ ten przedstawiono w postaci niezorientowanego grafu biegunowego X_{∞} (rys. 4). Postępując zgodnie z algorytmem podanym w punkcie 2 skonstruowano szkielet grafu przepływu sygnałów przyjętego modelu układu mechanicznego. Uzyskany szkielet wraz z przyjętymi znakami zmiennych przedstawiono na rys. 5.

Zgodnie z przyjętą konwencją o sposobie rozplywu sygnałów, dokonano domknięcia konstruowanego grafu przepływu sygnałów gałęziami ${}_2x({}_1s, {}_1s)$ i ${}_2x({}_2s, {}_2s)$. Uzyskany graf



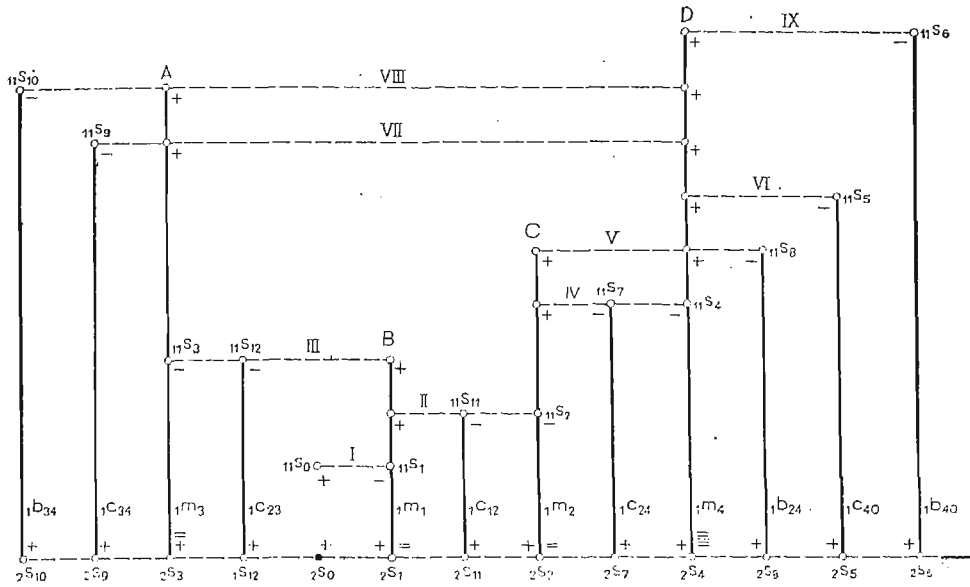
Rys. 3. Układ mechaniczny o mieszanej strukturze

przedstawiono na rys. 6. Po dokonaniu zwarcia wspólnych punktów (A, B, C, D) oraz po odrzuceniu linii reprezentujących poziomy niezależnych konturów (I÷IX), graf przepływów sygnałów modelowanego układu mechanicznego przyjmie postać pokazaną na rys. 7.

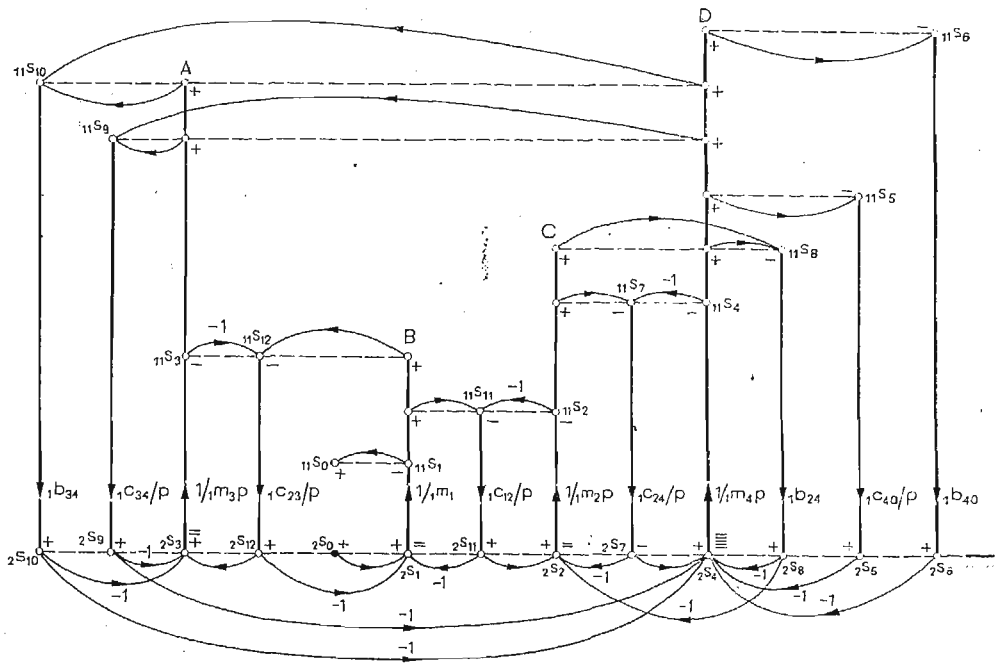


Rys. 4. Graf biegunowy układu mechanicznego pokazanego na rys. 3 (z pogrubionym drzewem Lagrange'a)

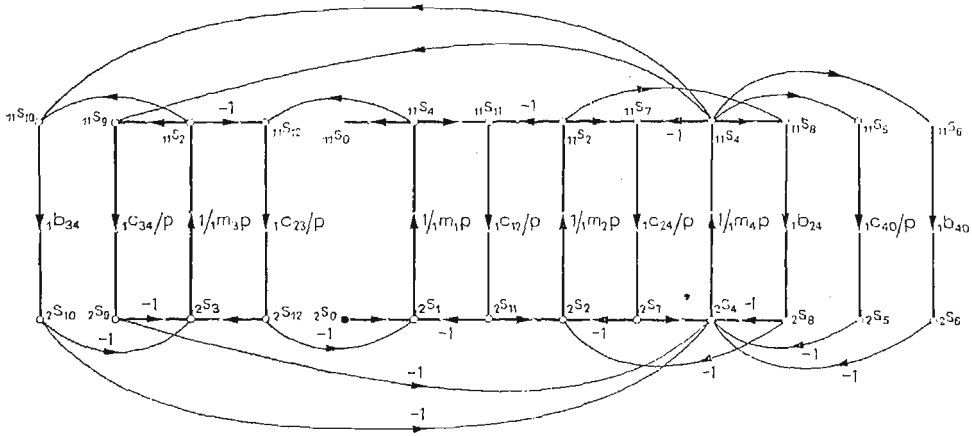
Zauważmy, że wybrane na rys. 4 drzewo X_{∞}^I jest jednym z trzech możliwych drzew Lagrange'a grafu X_{∞} . Zatem, przedstawiony na rys. 7 graf przepływu sygnałów, jest również jednym z trzech grafów możliwych do uzyskania przedstawioną metodą dla modelowanego układu mechanicznego.



Rys. 5. Szkielet grafu przepływu sygnałów układu mechanicznego
 I, II, ..., IX — poziomy niezależnych konturów,
 A, B, C, D — wspólne punkty poziomów niezależnych konturów.



Rys. 6. Graf przepływu sygnałów układu mechanicznego



Rys. 7. Przekształcony graf przepływu sygnałów układu mechanicznego

6. Uwagi końcowe

Rozwój metod modelowania układów mechanicznych za pomocą maszyn analogowych pociąga za sobą konieczność opracowywania bezpośrednich metod sporządzania programów. Jedną z nich jest metoda grafów przepływu sygnałów. Zaprezentowana w niniejszej pracy metoda modelowania złożonych układów mechanicznych ułatwia konstruowanie ich grafów przepływu sygnałów.

Skonstruowany graf przepływu sygnałów można wprost zastosować do opracowania programu dla elektronicznej maszyny analogowej, a wykorzystując ogólną regułę redukcji Masona — wyznaczyć poszukiwane transmitancje operatorowe i charakterystyki częstotliwościowe analizowanego układu mechanicznego. W przeciwieństwie do innych metod opracowany sposób tworzenia grafu przepływu sygnałów nie wymaga znajomości modelowania układów mechanicznych grafami czwórnikowymi.

Zaproponowana metoda niezależnych konturów wyboru niezależnych zbiorów zmiennych $s(p)$ jest przejrzysta i nie wymaga konstruowania modelu układu mechanicznego z dźwigniami sprzężeń. Jest to istotne przy modelowaniu grafami przepływu sygnałów złożonych układów mechanicznych o mieszanej strukturze. Prosty sposób transformowania układów mechanicznych w grafy przepływu sygnałów metodą niezależnych konturów, może zachęcić do szerszego ich stosowania w analizie i syntezy złożonych układów.

Literatura cytowana w tekście

1. В. Н. К. ФЕДОРОВИЧ, М. И. ОРЛОВА, А. И. ИВАНОВ, *Расчёт динамических моделей с „рычагами связи” механических и электромеханических колебательных систем методом графов*, *Вопр. радиоэлектроники*, сер. ТПС, вып. 3, 1971.
2. J. S. MASON, H. J. ZIMMERMANN, *Electronic Circuits, Signal and Systems*, John Wiley & Sons, INC 1960, New York — London.

3. L. ROBICHAUD, M. BOLSVERT, J. ROBERT, *Grafy przepływu sygnałów*, PWN, Warszawa 1968, (tłum. książki L. ROBICHAUD, M. BOISVERT, J. ROBERT, *Graphes de fluence. Applications à l'électrotechnique et à l'électronique. Calculateurs analogiques et digitaux*, Presses de l'Univ. Laval (Quebec), 1961).
4. А. Ю. ГЕРЛИХ, И. И. КЛОКИН, *Применение теории графов для анализа эффективности многокаскадных и блочных систем виброизолирующей амортизации механизмов*, Тр. Ленингр. Кораблест. Инст., вып. 91, Ленинград 1974.
5. J. WOJNAROWSKI, *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*, Politechnika Śląska — PTMITS Oddz. Gliwice, z. 38, Gliwice 1977.
6. В. Н. К. ФЕДОРОВИЧ, *К теории электромеханических аналогий*, Вопр. радиоэлектроники, сер. ТПС, вып. 3, 1971.
7. J. ŚWIDER, J. WOJNAROWSKI, *Grafy przepływu sygnałów w modelowaniu kaskadowej struktury układu wyciągowego*, Mech. Teoret. i Stos., 2 (1978), s 215÷223.
8. J. ŚWIDER, J. WOJNAROWSKI, *Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej jako sposób wyznaczania podatności dynamicznej złożonych układów mechanicznych*, Mech. Teoret. i Stos., 2 (1978). s 225÷234.

Резюме

МЕТОД НЕЗАВИСИМЫХ КОНТУРОВ НЕПОСРЕДСТВЕННОЙ
ТРАНСФОРМАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ГРАФ СИГНАЛОВ

В работе представлен алгоритм конструирования графов сигналов сложных механических систем. Предложенные конвенции о знаках и способе передачи сигналов последовательных переменных ${}_2s(p)$ и параллельных переменных ${}_1s(p)$ дают возможность непосредственно моделировать сложные механические системы графами сигналов. Метод трансформации системы в граф сигналов иллюстрируется на примере моделирования механической системы смешанной структуры. Настоящая работа является развитием методов моделирования приведенных в [1].

Summary

A METHOD OF INDEPENDENT CYCLES OF DIRECT TRANSFORMATION OF A MECHANICAL
SYSTEM INTO A SIGNAL FLOW GRAPH

The paper deals with an algorithm of the construction of flow graphs of signals for complex mechanical systems. The suggested conventions with signs and the division of the signals of the through-variables ${}_2s(p)$ and across-variables ${}_1s(p)$ make it possible to model directly complex mechanical systems by means of signal flow graphs. The transformation method of the system into a signal flow graph has been illustrated on the example of modelling a mechanical system of a mixed structure. The presented paper is a further development of the modelling methods dealt with in publication [1].

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 21 grudnia 1977 r.