

POMIAR ODKSZTAŁCEN PLASTYCZNYCH MEMBRANY KOŁOWEJ
OBCIĄŻONEJ IMPULSEM CIŚNIENIA

TADEUSZ BEDNARSKI (WARSZAWA)

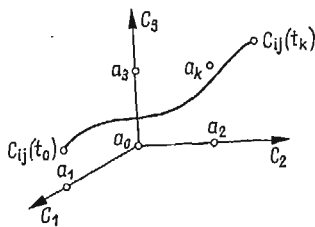
1. Wstęp

Pomiary przemieszczeń punktów materialnych lub skończonej deformacji ciała, występujących w procesach krótkotrwałych lub przebiegających z dużą prędkością w przestrzeni trójwymiarowej, sprowadzają się do eksperymentalnego wyznaczenia funkcji ruchu. Ponieważ na ogół pomiary dotyczą skończonej ilości punktów, więc dla uproszczenia zapisu ponumerujemy je za pomocą wskaźnika. Wtedy wyznaczone funkcje ruchu można zapisać w układzie kartezjańskim w postaci

$$(1.1) \quad c_{ij} = c_{ij}(t), \quad \text{dla} \quad j = 1, 2, 3, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n,$$

gdzie przez n oznaczono ilość punktów materialnych.

Układ odniesienia współrzędnych przestrzennych c_j dla $j = 1, 2, 3$ powinien być ustalony przez podanie współrzędnych punktów kontrolnych a_k dla $k = 0, 1, 2, \dots, A$, gdzie



Rys. 1

$A+1$ jest ilością punktów kontrolnych (rys. 1). Punkty kontrolne a_k pozwalają na każdorazowe odtworzenie założonego układu odniesienia w naturalnej skali z pomiarów zdjęć lub filmu.

Metodą wyznaczania funkcji ruchu (1.1) bezstykowo, a więc bez zakłócenia samego procesu, przy zapewnieniu bezpieczeństwa dla aparatury i osób obsługujących tę aparaturę, jest metoda fotografowania stereoskopowego przy użyciu szybkiej kamery filmowej wyposażonej w przystawkę stereoskopową. Metoda ta, łącznie z metodami fotogrametrii, tworzy opracowaną w przedstawionej pracy metodę stereofotogrametryczną pomiaru przemieszczeń w czasie trwania procesu. Ze względu na filmowanie kadrowe otrzymane

funkcje ruchu są ujęte w postaci macierzy, co jest wygodne przy dalszej obróbce tych wyników dla uzyskania interesujących nas informacji.

Metodę stereofotogrametryczną pomiaru przemieszczeń z użyciem szybkobieżnej kamery filmowej wykorzystano w pracy [9] przy badaniach procesu wybuchowego wypuklania membrany kołowej, lecz poza stereograficznym określeniem zmiany kształtu membrany w trakcie procesu innych wyników nie publikowano. W pracy [1, 2, 4] zastosowana została metoda stereogrametryczna z użyciem szybkobieżnej kamery filmowej do pomiarów i opracowania wyników pomiarowych przy badaniu procesu wybuchowego wypuklania stalowej membrany kołowej, co pozwoliło na określenie pola odkształceń i pola prędkości odkształceń całej membrany w trakcie procesu deformacji. W pracy [5] wspomina się o zastosowaniach tej metody do badań zjawiska kumulacji, lecz wyniki tych badań nie są autorowi znane. W sprawozdaniu [3] przedstawiono dalsze rozwinięcie metody stereofotogrametrycznej do pomiarów tego typu procesów. Opracowano metody wyznaczania elementów orientacji wewnętrznej szybkobieżnej kamery filmowej oraz elementów orientacji zewnętrznej układu stereoskopowego utworzonego przez szybkobieżną kamerę filmową i przystawkę stereoskopową. Wprowadzenie większej ilości punktów kontrolnych pozwoliło na zwiększenie dokładności pomiarów. Przedstawione w artykule wyniki pochodzą z pracy [3].

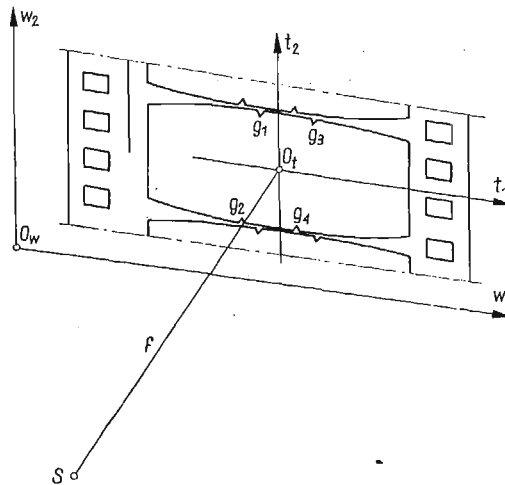
2. Stereofotogrametryczna metoda pomiaru

Podstawą pomiaru stereofotogrametrycznego przemieszczeń punktów materialnych krótkotrwałego procesu są pary zdjęć stereoskopowych otrzymane w czasie filmowania tego procesu za pomocą szybkobieżnej kamery filmowej, wyposażonej w przystawkę stereoskopową, ze stałą i znaną częstotliwością. Przystawka stereoskopowa dokonuje podziału klatki filmowej wzdłuż filmu na dwie części i za pomocą układu luster rzuca jednocześnie na każdą część klatki filmowej obraz badanego obiektu widziany z innego punktu przestrzeni. Jest to jednoznaczne z jednoczesnym fotografowaniem tego obiektu dwiema sprzężonymi kamerami filmowymi umiejscowionymi w różnych punktach, których odległość nazywamy bazą b , a kąt zbieżności osi optycznych symetrycznie ustawionych kamer filmowych nazywamy kątem konwergencji γ układu stereoskopowego widzenia (rys. 4). Zarówno bazę b , jak i kąt konwergencji γ nazywamy elementami orientacji zewnętrznej konwergentnego układu stereoskopowego; wielkości te powinny być znane lub wyznaczone w trakcie *justowania* układu optycznego.

Dla opracowania stereogramów musimy znać elementy orientacji wewnętrznej kamery filmowej, czyli zespół wielkości umożliwiających odtworzenie położenia środka rzutów S (rys. 2). Do elementów wewnętrznych zaliczamy odległość obrazu f oraz położenie punktu głównego 0_i , czyli spodka prostopadłej opuszczonej ze środka rzutów S na płaszczyznę filmu. Punkt główny stanowi początek układu współrzędnych tłowych t_i dla $i = 1, 2$ i jest określany przez podanie macierzy współrzędnych tłowych G_{ji} dla $i = 1, 2, j = 1, 2, 3, 4$, znaczków tłowych g_j dla $j = 1, 2, 3, 4$ (rys. 2). Wyznaczanie elementów orientacji wewnętrznej szybkobieżnych kamer filmowych, nie będących z przeznaczenia kamerami fo-

togrametrycznymi, dokonuje się zmodyfikowanymi metodami fotogrametrycznymi [3, 7, 8].

W wyniku stereoskopowego filmowania procesy szybkobieżną kamerą filmową o znanych elementach orientacji wewnętrznej i zewnętrznej, otrzymujemy stereoskopowe obrazy na filmie z wyróżnionymi na nich punktami będącymi przedmiotem pomiaru. Poszczególne pary obrazów, powstałe przez rozcięcie klatek wzdłuż filmu, są obserwowane na instrumencie fotogrametrycznym — stereokomparatorze, a wybrane punkty mierzone. W wyniku



Rys. 2

pomiarów otrzymuje się współrzędne x_1, y_2 oraz «paralakse» p_1 w kierunku y_1 i «paralakse» p_2 w kierunku x_2 dla znaczków tłowych g_i dla $i = 1, 2, 3, 4$, dla punktów kontrolnych a_i dla $i = 0, 1, 2, \dots, A$ oraz dla punktów obserwowanego procesu. Wyniki te zestawia się w postaci macierzy dla ułatwienia dalszych obliczeń. Pozostałe współrzędne (rys. 3) określa się z zależności [1, 3, 6]

$$(2.1) \quad \begin{aligned} x_2 &= y_2 - p_2, \\ y_1 &= x_1 - p_1 \end{aligned}$$

dla każdego punktu obserwowanego na każdej parze obrazów filmowanych zawierających przebieg procesu.

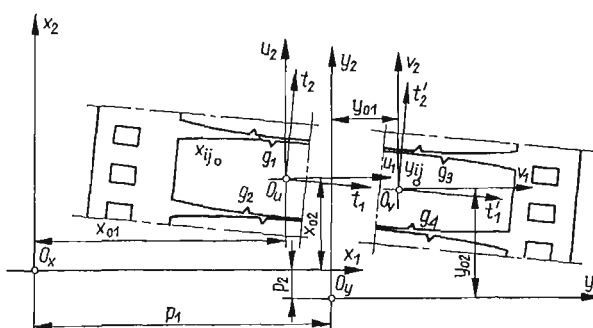
2.1. Współrzędne tłowe mierzonych punktów. W wyniku rozcięcia filmu na dwie części otrzymujemy dwa zdjęcia i na każdym z tych zdjęć należy odtworzyć położenie punktów głównych: O_u na zdjęciu lewym i O_v na zdjęciu prawym (rys. 3), będących odpowiednikiem punktu O_f na zdjęciu nierozciętym (rys. 2). Punkty główne O_u i O_v są wyznaczone przez współrzędne tłowe t_i dla $i = 1, 2$ znaczków tłowych g_j dla $j = 1, 2$ dla zdjęcia lewego i $j = 3, 4$ dla zdjęcia prawego, a określonych przy wyznaczaniu elementów orientacji wewnętrznej kamery i współrzędne instrumentu znaczków tłowych g_j : x_{ji} dla $i = 1, 2$, $j = 1, 2$, dla zdjęcia lewego oraz y_{ji} dla $i = 1, 2$, $j = 3, 4$, otrzymane przy pomiarze zdjęcia rozciętego na stereokomparatorze (rys. 3).

Przy założeniu, iż układy t_i , x_i , y_i są układami prostokątnymi, otrzymujemy z transformacji współrzędnych punktów tłych g_j z układu t_i do układów x_i i y_i (rys. 3) dwa układy równań:

$$(2.1.1) \quad x_{ji} = x_{0i} + \sum_{k=1}^2 Q_{ik} t_{jk}, \quad j = 1, 2,$$

$$(2.1.2) \quad y_{ji} = y_{0i} + \sum_{k=1}^2 R_{ik} t_{jk}, \quad j = 3, 4,$$

po 4 niewiadome w każdym. Po rozwiązaniu otrzymujemy macierze przekształcenia Q_{ik} i R_{ik} oraz wektory translacji x_{0i} i y_{0i} dla $i, k = 1, 2$. Wtedy współrzędne tłe u_i i v_i



Rys. 3

punktów obserwowanych (rys. 3) określone są translacją współrzędnych x_i i y_i odpowiednio do układów u_i i v_i dla $i = 1, 2$:

$$(2.1.3) \quad u_1 = x_1 - x_{01}, \quad u_2 = y_2 - p_2 - x_{02}, \quad v_1 = x_1 - p_1 - y_{01}.$$

2.2. Współrzędne fotogrametryczne obserwowanych punktów. Przestrzenne współrzędne fotogrametryczne z_i dowolnie obranego punktu procesu, bezpośrednio związane ze stereoskopowym układem optycznym kamery (rys. 4), dla konwergentnego układu stereoskopowego określają zależności [5, 6]

$$(2.2.1) \quad z_1 = Nu_1, \quad z_2 = Nf, \quad z_3 = Nu_2,$$

gdzie

$$(2.2.2) \quad N = b \frac{f \cos \frac{\gamma}{2} + v_1 \sin \frac{\gamma}{2}}{(f^2 + u_1 v_1) \sin \gamma + f(u_1 - v_1) \cos \gamma},$$

a stałe f , b , γ są elementami orientacji wewnętrznej i zewnętrznej stereoskopowego układu kamery filmowej.

2.3. Współrzędne kartezjańskie punktów mierzonych. Położenie obserwowanych punktów materialnych przedstawimy w kartezjańskim układzie współrzędnych c_i (rys. 4). W tym celu przeprowadzamy transformację współrzędnych układu fotogrametrycznego z_i do układu

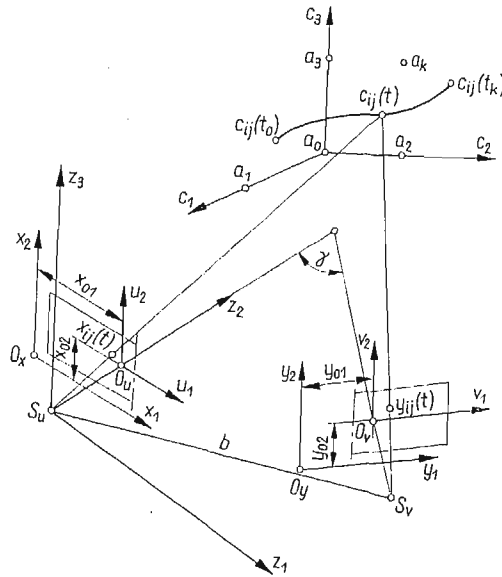
kartezjańskiego c_i . Przyjmując początek układu c_i w punkcie kontrolnym a_0 , zapisujemy transformację współrzędnych w postaci przyrostowej

$$(2.3.1) \quad c_i = \sum_{k=1}^3 B_{ik} \Delta z_k, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3,$$

przy czym dla dowolnego punktu

$$(2.3.2) \quad \Delta z_k = z_k - z_{a_0k}, \quad \text{dla } k = 1, 2, 3.$$

Współrzędne z_{a_0k} punktu a_0 są obliczane na podstawie pomiaru filmu. Macierz B_{ik} jest macierzą przekształcenia.



Rys. 4

Rozpisując zależność (2.3.1) dla punktów kontrolnych a_l dla $l = 1, 2, \dots, A$, otrzymujemy układ $3A$ równań z 9 niewiadomymi

$$(2.3.3) \quad \sum_{m=1}^9 P_{nm} f_m = 0_n, \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots, 3A,$$

gdzie macierz P_{nm} jest dana z pomiarów współrzędnych fotogrametrycznych punktów kontrolnych a_l dla $l = 0, 1, 2, \dots, A$, a wektor 0_n — z pomiarów współrzędnych c_i tych punktów. Przy tym musi być spełniony warunek $A \geq 3$. Rozwiązując układ (2.3.3) otrzymujemy współczynniki macierzy przekształcenia

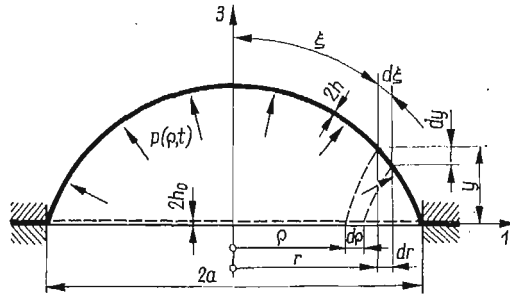
$$(2.3.4) \quad B_{ik} = f_{i+3(k-1)}, \quad \text{dla } i, k = 1, 2, 3,$$

określające transformację (2.3.1).

Dokonując obliczeń, według przedstawionego schematu, dla każdego kadru sfilmowanego procesu otrzymujemy funkcję ruchu (1.1) w postaci stabilizowanej pozwalającą na odtworzenie przebiegu procesu we współrzędnych przestrzennych c_i .

3. Zastosowanie stereofotogrametrycznej metody do pomiarów przemieszczeń w krótkotrwałych procesach

Jednym z przykładów zastosowania metody stereofotogrametrycznej pomiaru przemieszczeń w krótkotrwałych procesach jest pomiar przemieszczeń, prędkości przemieszczeń, odkształceń i prędkości odkształceń w procesie dynamicznego wypuklenia aluminiowej membrany kołowej utwierdzonej na obrzeżu, a obciążonej impulsowo ciśnieniem $p(\varrho, t)$ otrzymanym przez detonację ładunku wybuchowego w wodzie, schematycznie przedstawionej na rys. 5. W przedstawionym procesie przedmiotem pomiarów jest przebieg prze-



Rys. 5

mieszczeń punktów materialnych ϱ w czasie procesu dla całej, tworzącej się w trakcie deformacji membrany, powłoki. Ze względu na symetrię osiową procesy funkcję ruchu (1.1) określimy w współrzędnych walcowych $r(\varrho, t)$ i $y(\varrho, t)$. Przez różniczkowanie po czasie otrzymanych funkcji ruchu

$$(3.1) \quad \frac{dr(\varrho, t)}{dt} = \dot{r}(\varrho, t),$$

$$\frac{dy(\varrho, t)}{dt} = \dot{y}(\varrho, t),$$

otrzymujemy prędkość przemieszczenia punktów powłoki

$$(3.2) \quad v(\varrho, t) = \sqrt{\dot{r}^2 + \dot{y}^2}.$$

Znajomość współrzędnych walcowych pozwala na określenie współczynników wydłużenia [1]

$$(3.3) \quad \lambda_1 = \frac{d\xi}{d\varrho}, \quad \lambda_2 = \frac{r}{\varrho}, \quad \lambda_3 = \frac{h}{h_0},$$

przy czym sens wprowadzonych oznaczeń pokazany jest na rys. 5. Wtedy składowe główne tensora odkształcenia w miarze logarytmicznej wyrażą się w postaci

$$(3.4) \quad \varepsilon_i = \ln \lambda_i, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3,$$

oraz intensywność odkształcenia

$$(3.5) \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}.$$

Składowe główne tensora prędkości odkształcenia [1]

$$(3.6) \quad \dot{\varepsilon}_i = \frac{\dot{\lambda}_i}{\lambda_i}, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3,$$

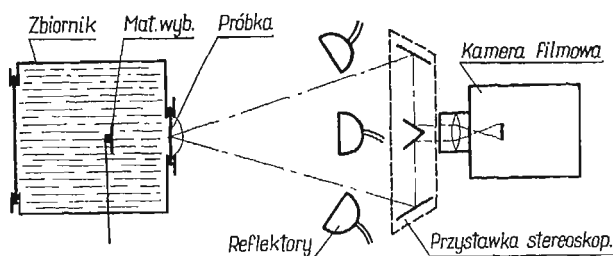
gdzie przez $\dot{\lambda}_i$ oznaczono pochodną czasową odpowiednich współczynników wydłużenia λ_i dla $i = 1, 2, 3$. Dla celów porównawczych obliczamy pierwiastek drugiego niezmiennika prędkości odkształcenia

$$(3.7) \quad J^{1/2} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_2^2 + \dot{\varepsilon}_1 \dot{\varepsilon}_2},$$

przy założeniu, że materiał jest nieściśliwy. Zdefiniowane wielkości fizyczne, charakteryzujące proces, można wyznaczyć metodą stereofotogrametryczną.

4. Stanowisko doświadczalne

Plastyczne wypuklenie aluminiowej membrany kołowej utwardzonej na obrzeżu zrealizowane zostało na stanowisku badawczym, przedstawionym schematycznie na rys. 6. Stanowi ono poziomy zbiornik o wymiarach $\varnothing 700 \times 800$ mm, w przednim dnie którego znajduje się otwór dla zamocowania w nim próbki przez dociśnięcie jej na obrzeżu pierścieniem za pomocą 12 śrub M18. Drugie dno stanowi przepona gumowa wstawiana każdorazowo przed próbą i dociskana do zbiornika pierścieniem tak, aby nie wyciekała woda

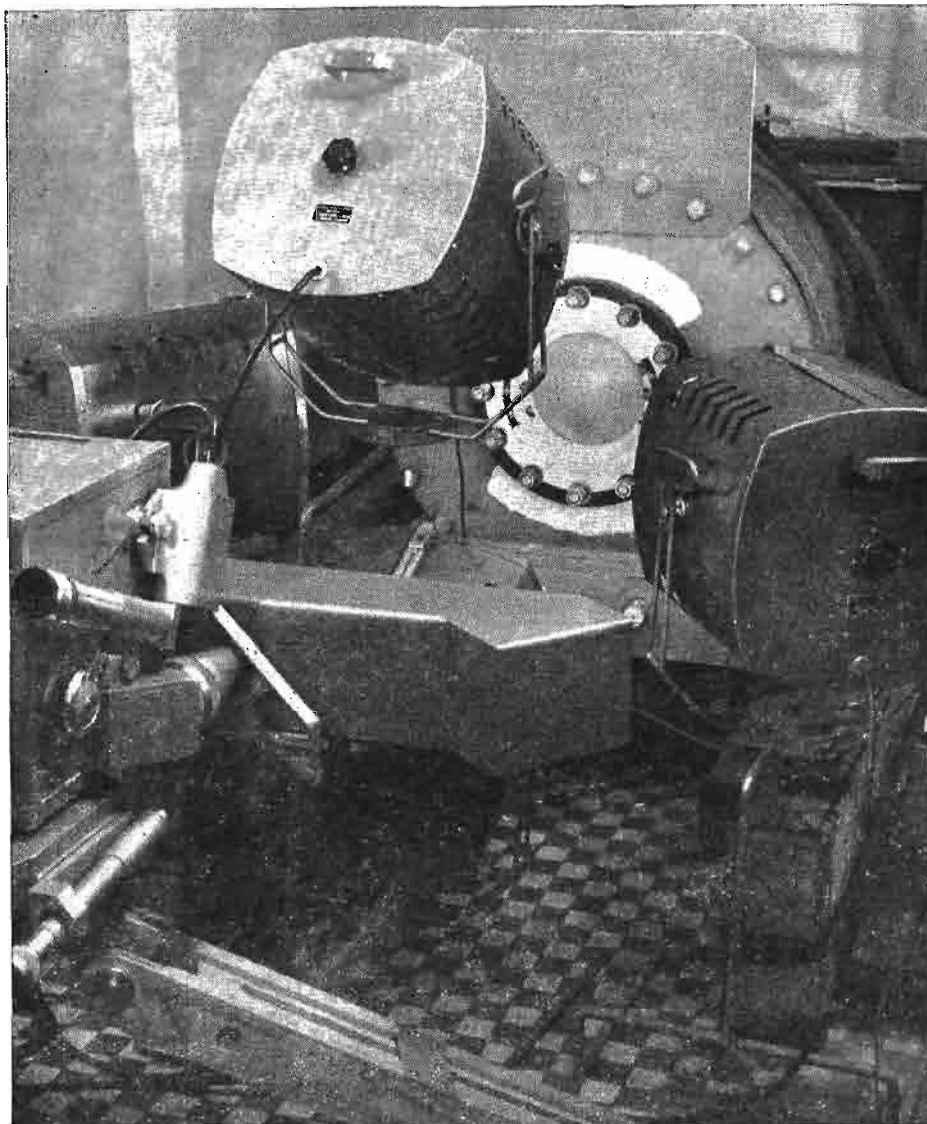


Rys. 6

wypełniająca zbiornik. Wewnątrz zbiornika zawieszono w odległości 310 mm ładunek wybuchowy w postaci zwiniętego spiralnie lontu sznurowego [1, 2, 3, 4] o długości 500 mm wraz z zapalnikiem elektrycznym. Ładunek ten jest równoważny 6 G pentrytu. Naprzeciwko próbki, w odległości 1500 mm, ustawiona była szybkobieżna kamera filmowa »Pentazet 35« wyposażona w przystawkę stereoskopową. Do filmowania próbkę oświetlono za pomocą 4 reflektorów ustawionych między kamerą a próbką badaną. Ogólny widok stanowiska przygotowanego do filmowania stereoskopowego procesu plastycznego wypuklenia przedstawiony jest na rys. 7.

Próbka badana miała kształt krążka o średnicy 310 mm wykonanego z miękkiej blachy aluminiowej o grubości 0,9 mm. Czynna średnica próbki wynosiła 200 mm. Do filmowania procesu wypuklenia powierzchnia próbki była zmatowiona. Na zmatowioną powierzchnię próbki наносzono metodą chemigraficzną siatkę w postaci czterech promieni poprzecina-

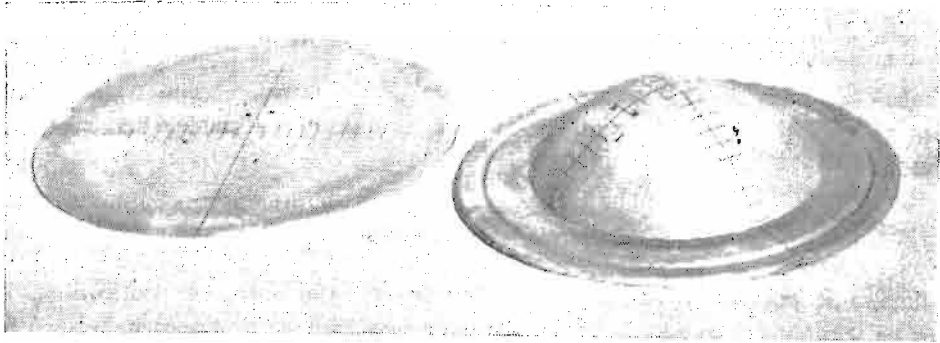
nych prostopadle liniami w odstępach około 10 mm, tworzącą w ten sposób punkty, których przemieszczenie było przedmiotem pomiarów. Grubość linii wynosiła 0,5 mm i 0,4 mm. Rozmieszczenie tych punktów było mierzone na mikroskopie warsztatowym, a otrzymane wyniki zestawiono w postaci macierzy $\varrho_{k,l}$, $l = 0, 1, 2, \dots, L$, $k = 1, 2, \dots, K$, gdzie przez L



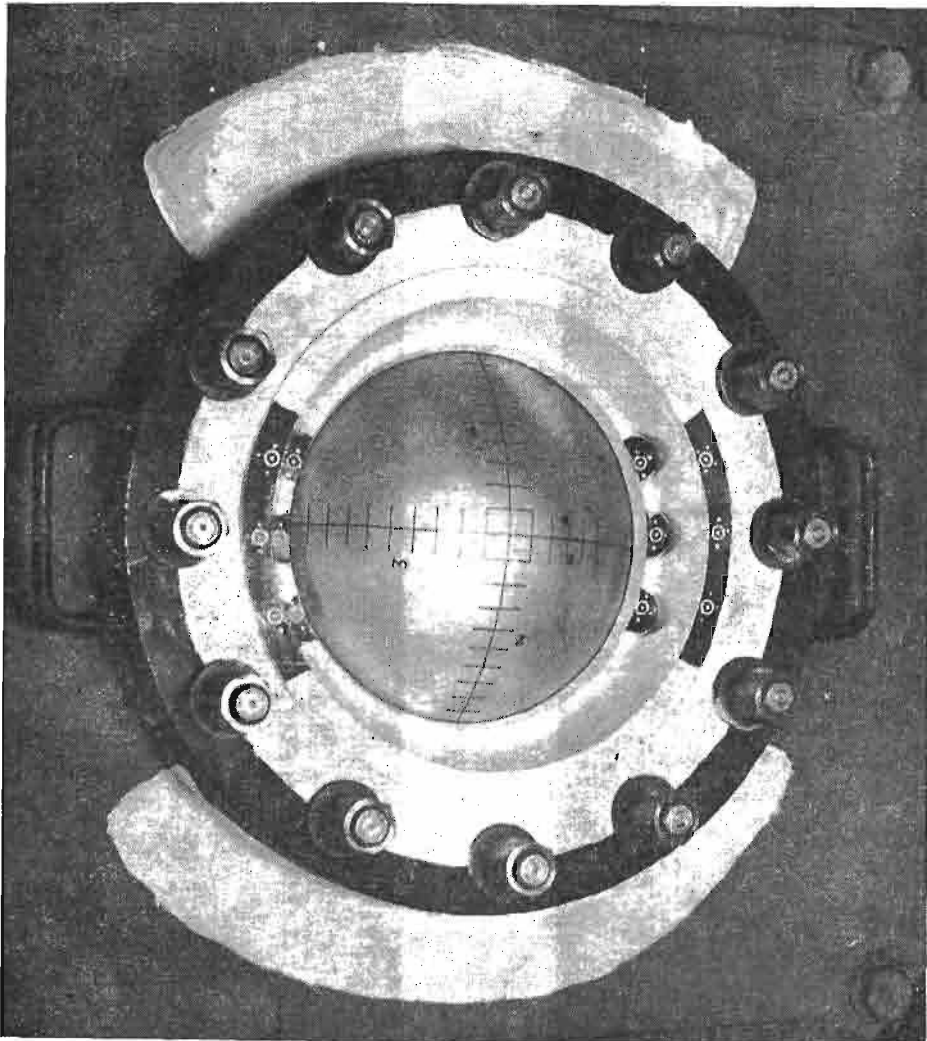
Rys. 7

oznaczono ilość punktów na promieniu, zaś K ilość promieni siatki na próbce. Ogólny widok próbki przed i po deformacji przedstawiony jest na rys. 8.

Pierścień dociskający próbkę do dna za pomocą śrub posiada naniesione na dwóch płaszczyznach znaczki kontrolne w postaci punktów z współśrodkowymi okręgami, któ-



Rys. 8

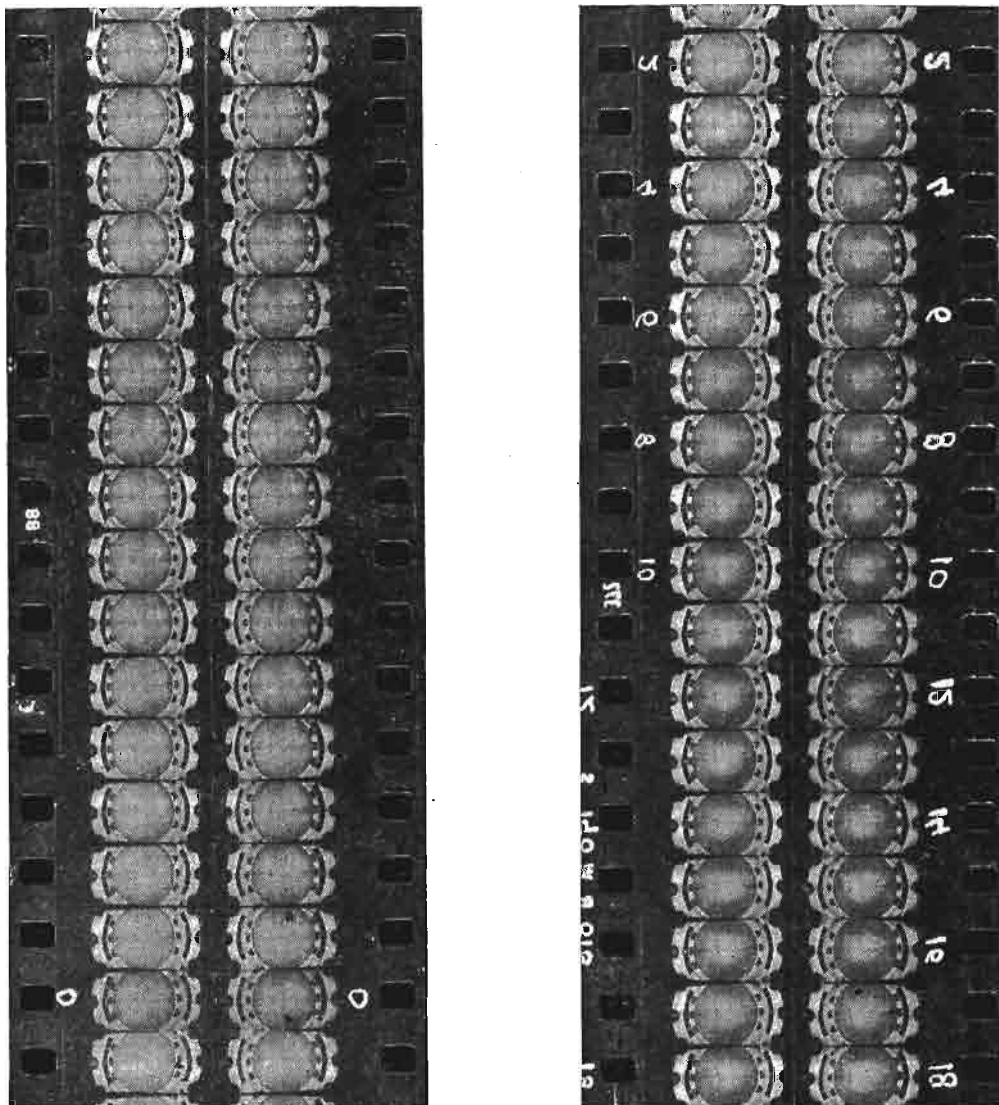


Rys. 9

rych położenie jest znane z dokładnością do $\pm 0,03$ mm. Punkty te, oznaczone w tekście symbolem a_k , służą do skalowania przestrzeni układu kartezjańskiego c ; bezpośrednio z nimi związanego. Kształt i rozmieszczenie tych punktów na pierścieniu są pokazane na rys. 9.

5. Filmowanie procesu i pomiary filmu

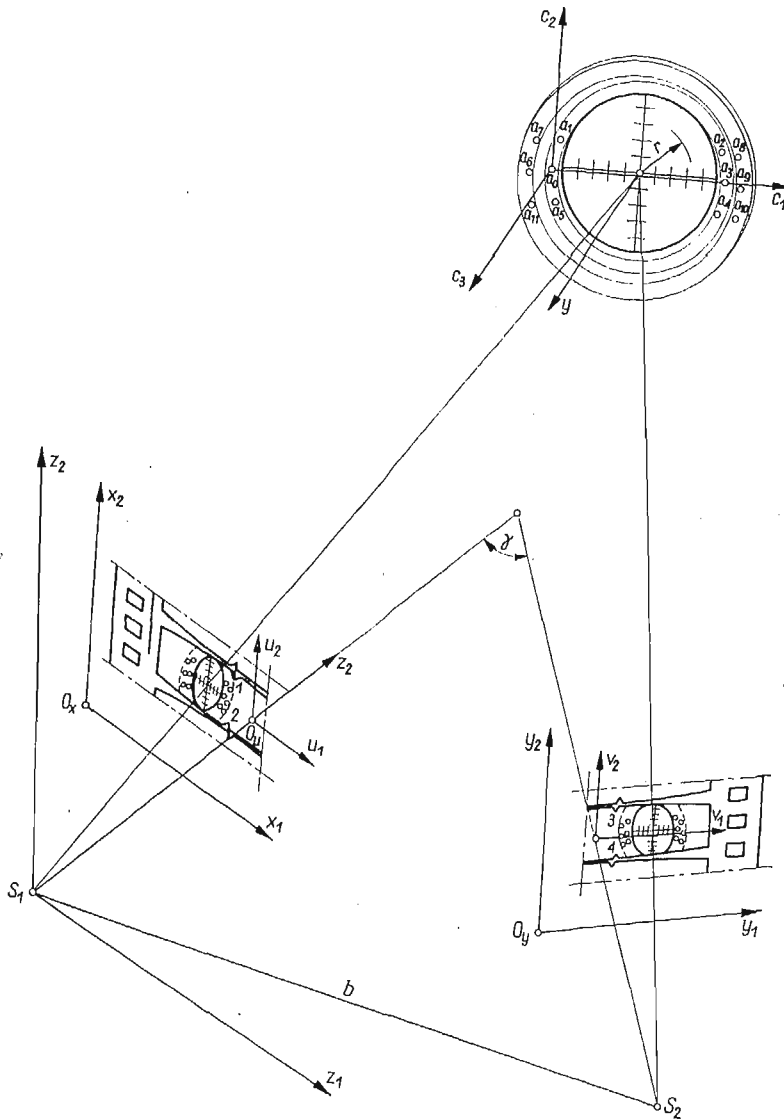
Filmowanie procesu deformacji membrany przeprowadzono z częstotliwością 7666 klatek na sekundę i w wyniku otrzymano negatywy film stereoskopowy, którego fotokopia pozytywna jest przedstawiona na rys. 10. Cały proces mieści się na 34 klatkach,



Rys. 10

które w następnym etapie były podstawą do pomiarów położenia punktów na każdym z pary zdjęć stereoskopowych.

Mierzony był bezpośrednio otrzymany negatywowi film stereoskopowy po jego rozcięciu wzdłuż taśmy (rys. 3). Pomiarów dokonywano na stereokomparatorze «Stecometer» z automatyczną rejestracją wyników na tabulogramie i taśmie 8-kanałowej. Przedmiotem



Rys. 11

pomiarów zdjęć stereoskopowych były współrzędne znaczków tłowych g_i , punktów kontrolnych a_i , oraz współrzędne punktów siatki na powierzchni kształtowanej powłoki (rys. 11). »Stecometer» odczytuje współrzędne mierzonych punktów automatycznie w kolejności: x_1, y_2, p_1, p_2 , co pozwala na zestawienie macierzy wyników pomiarowych. W wyniku po-

miaru otrzymano macierze współrzędnych: $Vg_{h,i,j}$ dla $i = 1, 2, 3, 4$ punktów tłowych, $V_{h,k,i,j}$ dla $k = 1, 2, \dots, K$, $i = 0, 1, 2, \dots, L$ punktów siatki powłoki, $Va_{h,i,j}$ dla $i = 0, 1, 2, \dots, A$ punktów kontrolnych, dla $j = 1, 2, 3, 4$, $h = 1, 2, 3, \dots, H$. Przez $A+1$ oznaczono ilość kontrolnych a_i , przez K — ilość promieni siatki na powierzchni próbki, a przez $L+1$ — ilość punktów na każdym z promieni. H jest ilością zdjęć, na których znajduje się cały przebieg procesu. Otrzymane wyniki pomiarów stanowią podstawę do dalszych obliczeń.

6. Stereofotogrametryczne opracowanie wyników pomiarowych

Obliczenia obejmujące opracowanie stereofotogrametryczne otrzymanych wyników pomiarowych przeprowadzono przy pomocy maszyny cyfrowej GIER. Przy czym obliczenia dokonywano według przedstawionego algorytmu.

Korzystając z zależności (2.1) obliczamy macierze współrzędnych instrumentu x_j i y_j dla znaczków tłowych g_i (rys. 11):

$$(6.1) \quad xg_{h,i,j} = \begin{cases} Vg_{h,i,j}, & \text{dla } j = 1, \quad i = 1, 2, \\ Vg_{h,i,j} - Vg_{h,i,j+2}, & \text{dla } j = 2, \quad i = 1, 2, \end{cases}$$

$$(6.2) \quad yg_{h,i,j} = \begin{cases} Vg_{h,i,j} - Vg_{h,i,j+2}, & \text{dla } j = 1, \quad i = 3, 4, \\ Vg_{h,i,j}, & \text{dla } j = 2, \quad i = 3, 4, \end{cases}$$

oraz dla $h = 1, 2, \dots, H$.

Znając z pomiarów elementów orientacji wewnętrznej kamery filmowej położenie punktu głównego w postaci macierzy współrzędnych tłowych t_{ij} dla $j = 1, 2$ oraz z pomiarów filmu macierze współrzędnych instrumentu (6.1) i (6.2) znaczków tłowych g_i dla $i = 1, 2, 3, 4$, możemy transformacje (2.1.1) i (2.1.2) sprowadzić do dwóch układów po cztery równania z czterema niewiadomymi dla każdego kadru filmu:

$$(6.3) \quad \sum_{j=1}^4 S_{h,i,j} d_{h,j} = D_{h,i}, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3, 4, \quad h = 1, 2, \dots, H,$$

$$(6.4) \quad \sum_{j=1}^4 T_{h,i,j} e_{h,j} = E_{h,i}, \quad \text{dla } i = 1, 2, 3, 4, \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

Macierze wyrazów wolnych obu układów równań wyrażają się w postaci:

$$(6.5) \quad D_{h,i} = \begin{cases} xg_{h,i,1}, & \text{dla } i = 1, 2, \quad h = 1, 2, \dots, H, \\ xg_{h,i-2,2}, & \text{dla } i = 3, 4, \quad h = 1, 2, \dots, H, \end{cases}$$

$$(6.6) \quad E_{h,i} = \begin{cases} yg_{h,i+2,1}, & \text{dla } i = 1, 2, \quad h = 1, 2, \dots, H, \\ yg_{h,i,2}, & \text{dla } i = 3, 4, \quad h = 1, 2, \dots, H. \end{cases}$$

Macierze współczynników w równaniach (6.3) i (6.4)

$$(6.7) \quad S_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{11} & t_{12} \\ 1 & 0 & t_{21} & t_{22} \\ 0 & 1 & t_{12} & -t_{11} \\ 0 & 1 & t_{22} & -t_{21} \end{bmatrix}, \quad T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{31} & t_{32} \\ 1 & 0 & t_{41} & t_{42} \\ 0 & 1 & t_{32} & -t_{31} \\ 0 & 1 & t_{42} & -t_{41} \end{bmatrix}$$

są stałe dla wszystkich zdjęć filmowanego procesu.

W wyniku rozwiązania układów (6.3) i (6.4) otrzymujemy macierze $d_{h,j}$ oraz $e_{h,j}$ dla $j = 1, 2, 3, 4, h = 1, 2, \dots, H$, które pozwalają na obliczenie macierzy przekształcenia $Q_{h,i,j}$ i $R_{h,i,j}$ oraz macierzy wektorów translacji $x0_{h,i}$ i $y0_{h,i}$ dla $i = 1, 2, h = 1, 2, \dots, H$, transformacji (2.1.1) i (2.1.2). Ponieważ z definicji dla punktu głównego $t_{0i} = 0$ dla $i = 1, 2$, tym samym dla punktów głównych 0_u i 0_v (rys. 3) współrzędne tłowe $u_{0i} = 0$ i $v_{0i} = 0$ dla $i = 1, 2$, więc otrzymujemy

$$(6.8) \quad \begin{aligned} x0_{h,i} &= d_{h,i}, & \text{dla } i = 1, 2, & \quad h = 1, 2, \dots, H, \\ y0_{h,i} &= e_{h,i}, & \text{dla } i = 1, 2, & \quad h = 1, 2, \dots, H. \end{aligned}$$

Obliczamy macierze współrzędnych tłowych punktów deformowanej powłoki

$$(6.9) \quad \begin{aligned} u1_{h,k,l} &= V_{h,k,l,1} - x0_{h,1}, \\ u2_{h,k,l} &= V_{h,k,l,2} - V_{h,k,l,4} - x0_{h,2}, \\ v1_{h,k,l} &= V_{h,k,l,1} - V_{h,k,l,3} - y0_{h,1}, \\ &\text{dla } l = 0, 1, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H, \end{aligned}$$

oraz dla punktów kontrolnych a_i

$$(6.10) \quad \begin{aligned} ua1_{h,i} &= Va_{h,i,1} - x0_{h,1}, \\ ua2_{h,i} &= Va_{h,i,2} - Va_{h,i,4} - x0_{h,2}, \\ va1_{h,i} &= Va_{h,i,1} - Va_{h,i,3} - y0_{h,1}, \\ &\text{dla } i = 0, 1, 2, \dots, A, \quad h = 1, 2, \dots, H. \end{aligned}$$

Otrzymane współrzędne tłowe (6.9) i (6.10) pozwalają na obliczenie przestrzennych współrzędnych fotogrametrycznych (rys. 11), zgodnie z zależnościami (2.2.1) i (2.2.2). Dla $b = 755,6$ mm, $f = 46,086$ mm, $\gamma = 38^\circ 37' 30''$ obliczamy macierz współczynników (2.2.2) dla punktów powłoki

$$(6.11) \quad N_{h,k,l} = \frac{b \left(f \cos \frac{\gamma}{2} + v1_{h,k,l} \sin \frac{\gamma}{2} \right)}{(f^2 - u1_{h,k,l} v1_{h,k,l}) \sin \gamma + f(u1_{h,k,l} - v1_{h,k,l}) \cos \gamma}$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H$,

oraz współrzędne fotogrametryczne [8]

$$(6.12) \quad z_{h,k,l,m} = \begin{cases} N_{h,k,l} u1_{h,k,l}, & \text{dla } m = 1, \\ N_{h,k,l} f, & \text{dla } m = 2, \\ N_{h,k,l} u2_{h,k,l}, & \text{dla } m = 3, \end{cases}$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H$,

jak również dla punktów kontrolnych a_i współczynnik

$$(6.13) \quad Na_{h,i} = \frac{b \left(f \cos \frac{\gamma}{2} + va1_{h,i} \sin \frac{\gamma}{2} \right)}{(f^2 + ua1_{h,i} va1_{h,i}) \sin \gamma + f(ua1_{h,i} - va1_{h,i}) \cos \gamma}$$

dla $i = 0, 1, 2, \dots, A, \quad h = 1, 2, \dots, H$,

oraz współrzędne fotogrametryczne

$$(6.14) \quad za_{h,i,m} = \begin{cases} Na_{h,i}ua1_{h,i}, & \text{dla } m = 1, \\ Na_{h,i}f, & \text{dla } m = 2, \\ Na_{h,i}ua2_{h,i}, & \text{dla } m = 3, \end{cases}$$

dla $i = 0, 1, 2, \dots, A$, $h = 1, 2, \dots, H$.

7. Interpretacja geometryczna wyników pomiarowych

Dla ułatwienia dalszej obróbki wyników pomiarowych, jak i ich interpretacji fizycznej współrzędne punktów powłoki przetransformujemy z układu fotogrametrycznego z_i do układu kartezjańskiego c_i bezpośrednio związanego z kształtowaną powłoką. Ten związek układu c_i z powłoką zapewnia nam umieszczenie punktów kontrolnych a_i na pierścieniu dociskającym i znajomość ich współrzędnych c_{ij} dla $j = 1, 2, 3$, $i = 0, 1, 2, \dots, A$. Rozmieszczenie punktów kontrolnych i sposób przyjęcia układu współrzędnych kartezjańskich pokazany jest na rys. 11.

Znajomość współrzędnych kartezjańskich c_{ij} , jak i współrzędnych fotogrametrycznych $z_{h,i,j}$ dla punktów kontrolnych a_i dla $j = 1, 2, 3$, $i = 0, 1, 2, \dots, A$, $h = 1, 2, \dots, H$, pozwala na określenie współczynników macierzy przekształcenia układu równań (2.3.1). W naszym przykładzie mamy H układów po $3A$ równań z 9 niewiadomymi

$$(7.1) \quad \sum_{j=1}^9 P_{h,i,j} f_{h,j} = 0_i,$$

dla $i = 1, 2, 3, \dots, 3A$, $h = 1, 2, \dots, H$.

Wektor wyrazów wolnych 0_i , stały dla całego procesu, określony jest przez macierz współrzędnych kartezjańskich $c_{k,j}$ punktów kontrolnych a_k dla $k = 1, 2, \dots, A$, następująco

$$(7.2) \quad 0_i = \begin{cases} c_{i,1}, & \text{dla } i = 1, 2, \dots, A, \\ c_{i-A,2}, & \text{dla } i = A+1, \dots, 2A, \\ c_{i-2A,2}, & \text{dla } i = 2A+1, \dots, 3A. \end{cases}$$

Macierz współczynników układu równań (7.1) określona jest przez przyrosty współrzędnych fotogrametrycznych $za_{h,i,m}$ (2.3.2), mianowicie

$$(7.3) \quad za_{h,i,m} = za_{hi+1,m} - za_{h,0,m},$$

dla $m = 1, 2, 3$, $i = 0, 1, 2, \dots, A$, $h = 1, 2, \dots, H$,

następująco:

$$(7.4) \quad P_{h,i,j} = \begin{cases} A_{h,i,j}, & \text{dla } j = 1, 2, 3, & i = 1, 2, \dots, A, \\ 0, & \text{dla } j = 4, 5, \dots, 9, & i = 1, 2, \dots, A, \\ 0, & \text{dla } j = 1, 2, 3, & i = A+1, \dots, 2A, \\ A_{h,i-A,j}, & \text{dla } j = 4, 5, 6, & i = A+1, \dots, 2A, \\ 0, & \text{dla } j = 7, 8, 9, & i = A+1, \dots, 2A, \\ 0, & \text{dla } j = 1, 2, \dots, 6, & i = 2A+1, \dots, 3A, \\ A_{h,i-2A,j}, & \text{dla } j = 7, 8, 9, & i = 2A+1, \dots, 3A, \\ & & \text{dla } h = 1, 2, \dots, H. \end{cases}$$

Stosując metodę najmniejszych kwadratów sprowadzamy układy (7.1) do H układów po 9 równań z 9 niewiadomymi w postaci

$$(7.5) \quad \sum_{k=1}^9 F_{h,j,k} f_{h,k} = A_{h,j},$$

dla $i = 1, 2, \dots, 9, \quad h = 1, 2, \dots, H,$

gdzie

$$(7.6) \quad A_{h,j} = \sum_{i=1}^{3A} O_i R_{h,i,j},$$

$$(7.7) \quad F_{h,j,k} = \sum_{i=1}^{3A} P_{h,i,j} P_{h,i,k},$$

dla $j, k = 1, 2, \dots, 9.$

Z rozwiązania układów równań (7.5) otrzymujemy macierz współczynników $f_{h,j}$ dla $j = 1, 2, \dots, 9, h = 1, 2, \dots, H$, a stąd macierz przekształcenia (2.3.4)

$$(7.8) \quad B_{h,i,j} = f_{h,j+3(i-1)}, \quad \text{dla } i, j = 1, 2, 3, \quad h = 1, 2, \dots, H,$$

która pozwoli na obliczenie współrzędnych kartezjańskich c_i punktów powłoki według transformacji (2.3.3) dla całego procesu

$$(7.9) \quad c_{h,k,l,i} = \sum_{j=1}^3 B_{h,i,j} (z_{h,k,l,j} - z_{a_{h,0,j}}),$$

dla $i, j = 1, 2, 3, \quad l = 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Ze względu na symetrię osiową badanego procesu dalszą analizę przeprowadzimy we współrzędnych walcowych r, ϑ, y (rys. 11). Początek układu współrzędnych określamy wektorem cs_i dla $i = 1, 2, 3$, który wynika z konstrukcji pierścienia dociskającego i usytuowania układu współrzędnych kartezjańskich c_i (rys. 11). Obliczamy współrzędne walcowe punktów powłoki

$$(7.10) \quad r_{h,k,l} = \sqrt{(c_{h,k,l,1} - cs_1)^2 + (c_{h,k,l,2} - cs_2)^2},$$

$$y_{h,k,l} = c_{h,k,l,3} - cs_3,$$

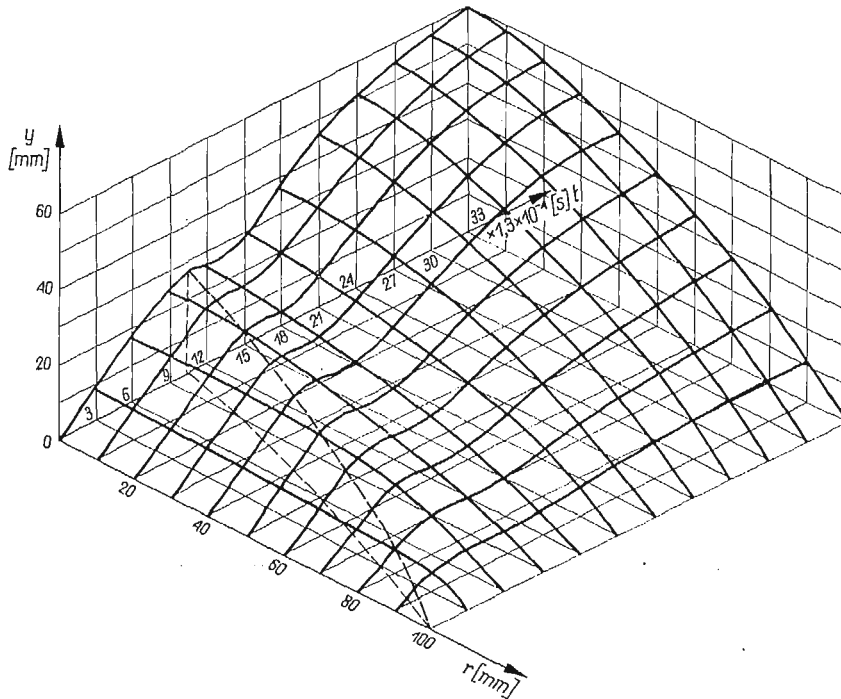
dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Otrzymane wyniki uśredniamy

$$(7.11) \quad R_{h,l} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K r_{h,k,l}, \quad \text{dla } l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H,$$

$$Y_{h,l} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{h,k,l}, \quad \text{dla } l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H,$$

a po wygładzeniu wyniki przedstawione są w postaci graficznej na rys. 12 i pokazują zmianę kształtu membrany w trakcie procesu jej deformacji.



Rys. 12

8. Interpretacja fizyczna otrzymanych wyników

8.1. Pole prędkości przemieszczenia deformowanej powłoki. Otrzymane przy stałej częstotliwości filmowania t_0^{-1} macierze $R_{h,l}$ i $Y_{h,l}$ różniczkujemy wzdłuż kolumn (po czasie) przy pomocy pięciopunktowego wzoru Stirlinga:

$$(8.1.1) \quad \dot{R}_{h,l} = \frac{1}{12t_0} \begin{cases} -25R_{h,l} + 48R_{h+1,l} - 36R_{h+2,l} + 16R_{h+3,l} - 3R_{h+4,l}, & \text{dla } h = 1, \\ -3R_{h-1,l} - 10R_{h,l} + 18R_{h+1,l} - 6R_{h+2,l} + R_{h+3,l}, & \text{dla } h = 2, \\ R_{h-2,l} - 8R_{h-1,l} + 8R_{h+1,l} - R_{h+2,l}, & \text{dla } h = 3, 4, \dots, H-2, \\ -R_{h-3,l} - 6R_{h-2,l} - 18R_{h-1,l} + 10R_{h,l} + 3R_{h+1,l}, & \text{dla } h = H-1, \\ 3R_{h-4,l} - 16R_{h-3,l} + 36R_{h-2,l} - 48R_{h-1,l} + 25R_{h,l}, & \text{dla } h = H. \end{cases}$$

$$(8.1.2) \quad \dot{Y}_{h,l} = \frac{1}{12t_0} \begin{cases} -25Y_{h,l} + 48Y_{h+1,l} - 36Y_{h+2,l} + 16Y_{h+3,l} - 3Y_{h+4,l}, & \text{dla } h = 1, \\ -3Y_{h-1,l} - 10Y_{h,l} + 18Y_{h+1,l} - 6Y_{h+2,l} + Y_{h+3,l}, & \text{dla } h = 2, \\ Y_{h-2,l} - 8Y_{h-1,l} + 8Y_{h+1,l} - Y_{h+2,l}, & \text{dla } h = 3, 4, \dots, H-2, \\ -Y_{h-3,l} - 6Y_{h-2,l} - 18Y_{h-1,l} + 10Y_{h,l} + 3Y_{h+1,l}, & \text{dla } h = H-1, \\ 3Y_{h-4,l} - 16Y_{h-3,l} + 36Y_{h-2,l} - 48Y_{h-1,l} + 25Y_{h,l}, & \text{dla } h = H, \end{cases}$$

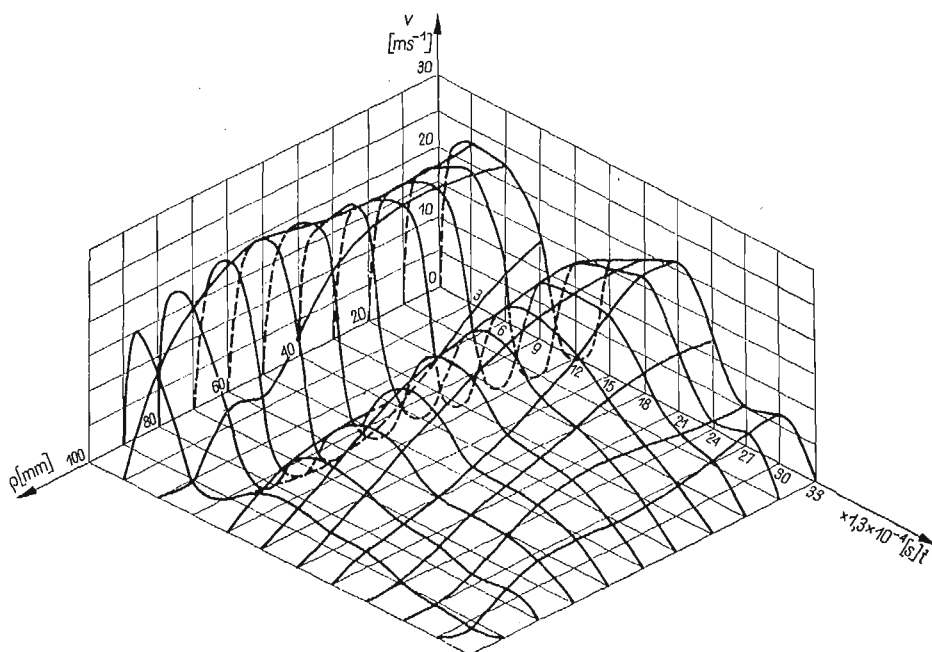
dla $l = 0, 1, 2, \dots, L$.

Z otrzymanych macierzy składowych prędkości przemieszczenia obliczamy macierz wypadkowych prędkości przemieszczania punktów powłoki

$$(8.1.3) \quad V_{h,l} = (\sin \dot{Y}_{h,l}) \sqrt{(\dot{R}_{h,l})^2 + (\dot{Y}_{h,l})^2},$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Po wygładzeniu otrzymanej macierzy prędkości przemieszczania wyniki pomiarów przedstawione są w postaci graficznej na rys. 13.



Rys. 13

8.2. Rozkład współczynników wydłużenia. Przy danym promieniu utwardzenia próbki «a» obliczamy zmianę promieni siatki współrzędnych naniesionej na próbkę i deformującej się razem z próbką

$$(8.2.1) \quad r'_{h,k,l} = \sqrt{(c_{h,k,l,1} - c_{h,k,0,1})^2 + (c_{h,k,l,2} - c_{h,k,0,2})^2},$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H,$

oraz ich przyrosty

$$(8.2.2) \quad \Delta r'_{h,k,l} = \begin{cases} r'_{h,k,l+1} - r'_{h,k,l}, & \text{dla } l = 0, 1, 2, \dots, L-1, \\ a - r'_{h,k,l}, & \text{dla } l = L, \end{cases}$$

dla $k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H,$

jak również przyrosty współrzędnej y

$$(8.2.3) \quad \Delta y_{h,k,l} = \begin{cases} y_{h,k,l} - y_{h,k,l+1}, & \text{dla } l = 0, 1, 2, \dots, L-1, \\ y_{h,k,l}, & \text{dla } l = L, \end{cases}$$

dla $k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Obliczamy przyrosty łuków

$$(8.2.4) \quad \Delta\xi_{h,k,l} = \sqrt{(\Delta r'_{h,k,l})^2 + (\Delta y_{h,k,l})^2},$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Mając zadaną, z pomiarów siatki współrzędnych na próbce przed deformacją, macierz $\varrho_{k,l}$ dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, k = 1, 2, \dots, K$, oraz macierz przyrostów

$$(8.2.5) \quad \Delta\varrho_{h,l} = \begin{cases} \varrho_{k,l+1} - \varrho_{k,l}, & \text{dla } l = 0, 1, 2, \dots, L-1, \\ a - \varrho_{k,l}, & \text{dla } l = L, \end{cases}$$

dla $k = 1, 2, \dots, K.$

Obliczamy współczynniki wydłużenia w kierunkach głównych [1, 2]

$$(8.2.6) \quad \lambda_{1,h,k,l} = \begin{cases} \frac{\Delta\xi_{h,k,l}}{\Delta\varrho_{h,l}}, & \text{dla } l = 0, \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\xi_{h,k,l}}{\Delta\varrho_{k,l}} + \frac{\Delta\xi_{h,k,l-1}}{\Delta\varrho_{k,l}} \right), & \text{dla } l = 1, 2, \dots, L-1, \\ \frac{\Delta\xi_{h,k,l-1}}{\Delta\varrho_{k,l-1}}, & \text{dla } l = L, \end{cases}$$

$$(8.2.7) \quad \lambda_{2,h,k,l} = \begin{cases} \lambda_{1,h,k,l}, & \text{dla } l = 0, \\ \frac{r'_{h,k,l}}{\varrho_{k,l}}, & \text{dla } l = 1, 2, \dots, L, \end{cases}$$

dla $k = 1, 2, \dots, K, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Otrzymane wartości (8.2.6) i (8.2.7) uśredniamy

$$(8.2.8) \quad \lambda_{i,h,l} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \lambda_{i,h,k,l},$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H, \quad i = 1, 2.$

8.3. Pole odkształceń. Składowe główne tensora odkształcenia w mierze logarytmicznej [1, 2] obliczamy w postaci macierzy

$$(8.3.1) \quad \varepsilon_{i,h,l} = \ln \lambda_{i,h,l}, \quad \text{dla } i = 1, 2$$

oraz dla $i = 3$ z warunku nieściśliwości

$$(8.3.2) \quad \varepsilon_{3,h,l} = -\varepsilon_{1,h,l} - \varepsilon_{2,h,l},$$

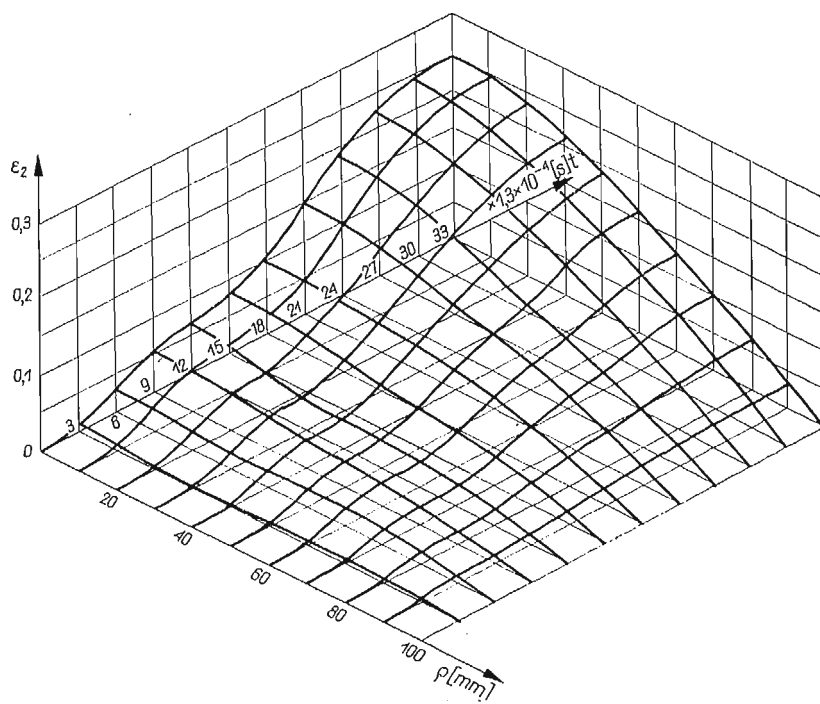
dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H.$

Otrzymane wyniki przedstawione są na rys. 14, 15 i 16.

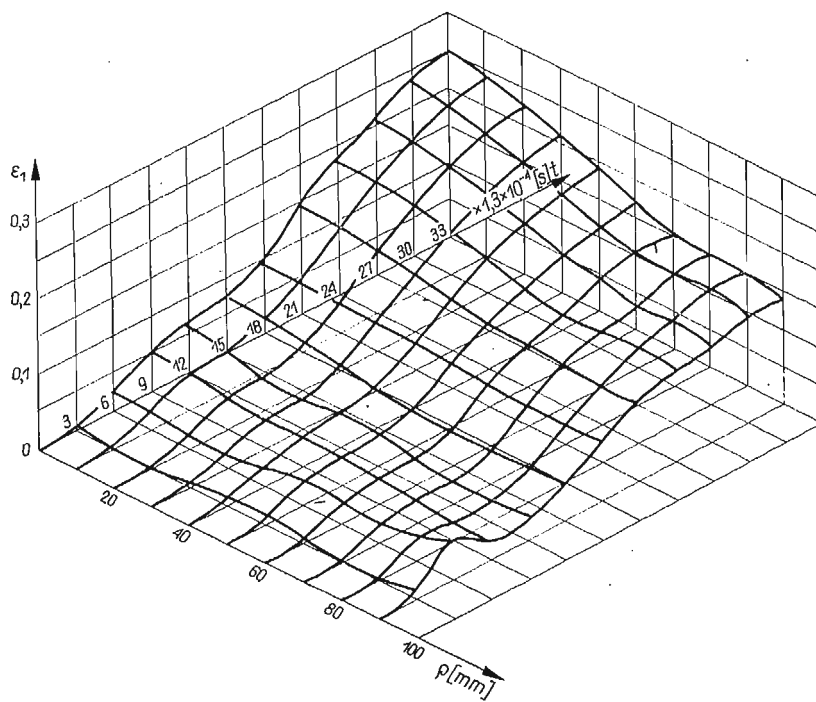
Pole intensywności odkształceń obliczamy ze znanej zależności

$$(8.3.3) \quad \varepsilon_{h,l} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{1,h,l})^2 + (\varepsilon_{2,h,l})^2 + \varepsilon_{1,h,l} \varepsilon_{2,h,l}},$$

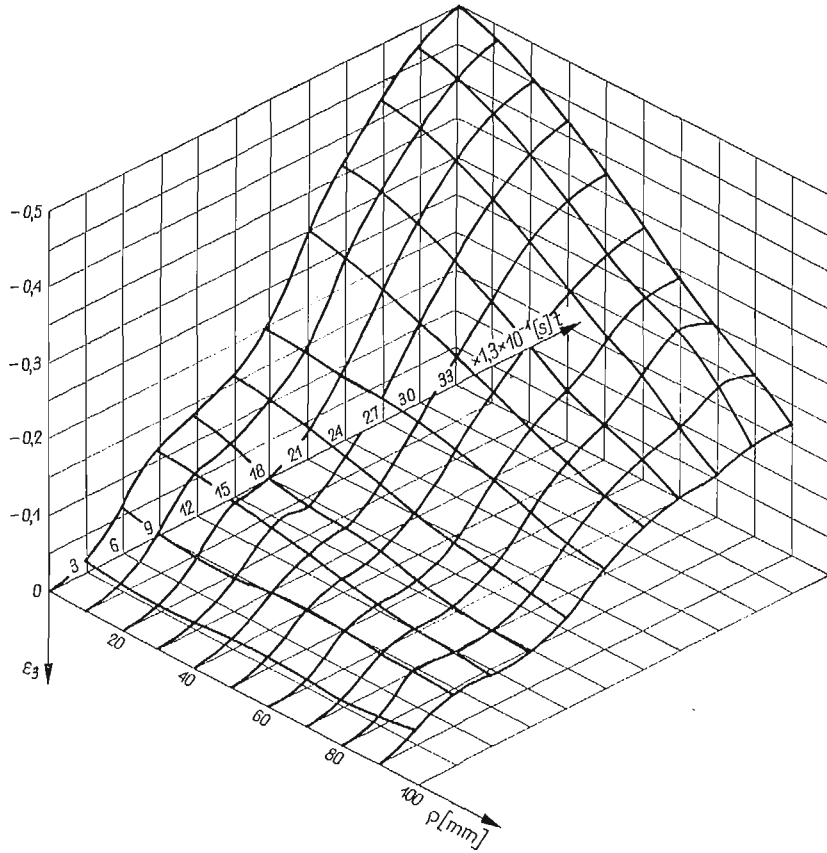
dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H,$



Rys. 14



Rys. 15



Rys. 16

a wyniki obliczeń po uprzednim wygładzeniu przedstawione są w postaci graficznej na rys. 17.

8.4. Pole prędkości odkształceń. Prędkości zmiany współczynników wydłużenia obliczamy różniczkując macierze (8.2.8) wzdłuż kolumn według schematu

$$(8.4.1) \quad \dot{\lambda}_{i,h,l} = \frac{1}{12t_0} \begin{cases} (-25\lambda_{i,h,l} + 48\lambda_{i,h+1,l} - 36\lambda_{i,h+2,l} + 16\lambda_{i,h+3,l} - 3\lambda_{i,h+4,l}), & \text{dla } h = L, \\ (-3\lambda_{i,h-1,l} - 10\lambda_{i,h,l} + 18\lambda_{i,h+1,l} - 6\lambda_{i,h+2,l} + \lambda_{h+3,l}), & \text{dla } h = 2, \\ (\lambda_{i,h-2,l} - 8\lambda_{i,h-1,l} + 8\lambda_{i,h+1,l} - \lambda_{i,h+2,l}), & \text{dla } h = 3, 4, \dots, H-2, \\ (-\lambda_{i,h-3,l} - 6\lambda_{i,h-2,l} - 18\lambda_{i,h-1,l} + 10\lambda_{i,h,l} + 3\lambda_{i,h+1,l}), & \text{dla } h = H-1, \\ (3\lambda_{i,h-4,l} - 16\lambda_{i,h-3,l} + 36\lambda_{i,h-2,l} - 48\lambda_{i,h-1,l} + 25\lambda_{i,h,l}), & \text{dla } h = H, \end{cases}$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad i = 1, 2.$

Obliczamy składowe główne tensora prędkości odkształcenia według zależności (3.6)

$$(8.4.2) \quad \dot{\varepsilon}_{i,h,l} = \frac{\dot{\lambda}_{i,h,l}}{\lambda_{i,h,l}},$$

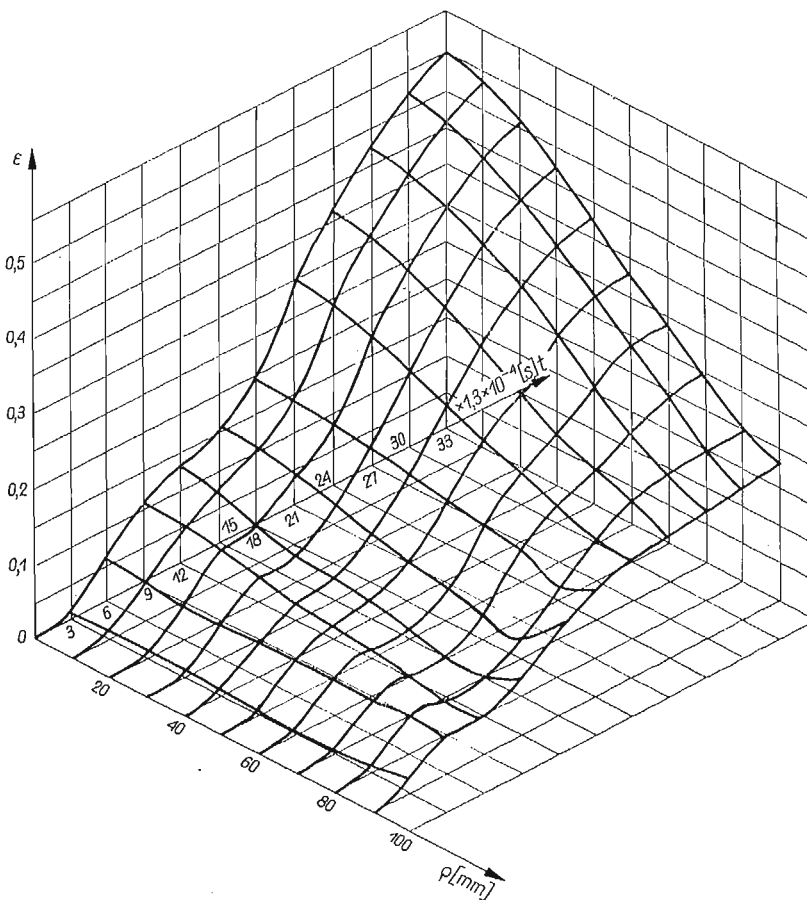
dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H, \quad i = 1, 2,$

oraz pierwiastek drugiego niezmiennika tensora prędkości odkształcenia

$$(8.4.3) \quad J_{h,l}^{1/2} = \sqrt{\dot{\epsilon}_{1,h,l}^2 + \dot{\epsilon}_{2,h,l}^2 + \dot{\epsilon}_{1,h,l}\dot{\epsilon}_{1,h,l}}$$

dla $l = 0, 1, 2, \dots, L, \quad h = 1, 2, \dots, H$.

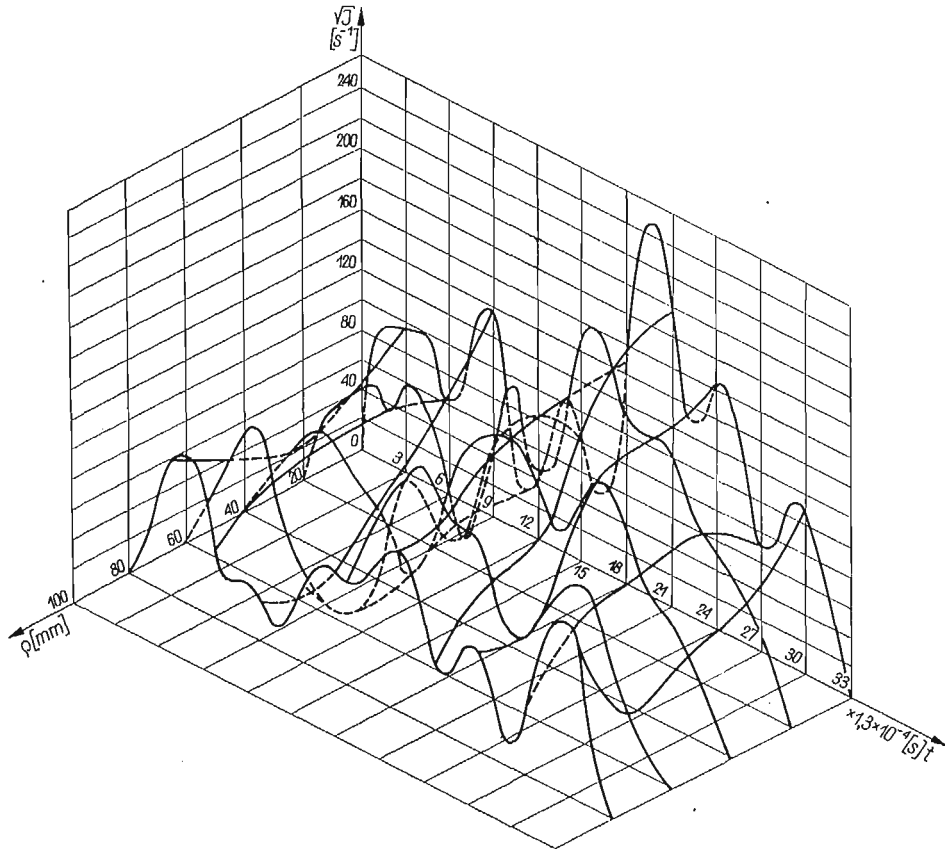
Wyniki tych obliczeń zestawione są na wykresie rys. 18.



Rys. 17

8.5. Dokładność pomiarów. Pomiar stereofotogrametryczny obarczony jest błędami wynikającymi z błędów zdjęcia fotograficznego, błędów pomiaru filmu i błędów określenia położenia punktów kontrolnych. W wyniku analizy [1] zależności (2.2.1) i (2.2.2) otrzymujemy błędy bezwzględne współrzędnych fotogrametrycznych z_i dla $i = 1, 2, 3$ (rys. 4 i 11) w granicach $\pm(0,5+0,67)$ mm. Błędy te maleją przy przechodzeniu do różnic tych współrzędnych przy określaniu kształtu powłoki w trakcie procesu jej deformacji. Wyniki obliczeń prędkości przemieszczenia, współczynników wydłużeń, składowych odkształceń i prędkości odkształceń są obarczone dodatkowo błędami wynikającymi ze stosowania przyrostowych metod obliczania numerycznego.

Otrzymane wyniki pomiarów metodą stereofotogrametryczną wykazują dużą zgodność z wynikami pomiaru kształtu powłoki i jej odkształceń zmierzonych po zakończeniu procesu metodami metrologicznymi, jak również z wynikami pomiaru przemieszczeń punktu środkowego metodą fotoelektryczną [1].



Rys. 18

9. Uwagi końcowe

Badany proces wypuklania cienkiej płyty kołowej jest szczególnym przypadkiem procesu obróbki plastycznej za pomocą materiałów wybuchowych (tłoczenie wybuchowe), elektrycznych wyładowań iskrowych w cieczy (tłoczenie elektrohydrodynamiczne) lub pola elektromagnetycznego (tłoczenie magnetyczne). Otrzymane wyniki pomiarów deformacji plastycznej cienkiej płyty kołowej obciążonej impulsowo ciśnieniem $p(\rho, t)$ dają wszechstronny obraz jej przebiegu. Pozwala to na wyjaśnienie przebiegu procesu badanego i umożliwia odtworzenie przebiegu podobnych geometrycznie procesów z zakresu metod dynamicznych obróbki plastycznej tłoczenia.

Przedstawiona metoda pomiaru może być z powodzeniem stosowana do pomiarów przemieszczeń skończonych w innych procesach krótkotrwałych, szczególnie w przypadkach, kiedy metody stykowych pomiarów są niewystarczające.

Literatura cytowana w tekście

1. T. BEDNARSKI, *Plastyczne wypuklanie cienkiej płyty kołowej obciążonej impulsem ciśnienia*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1967.
2. T. BEDNARSKI, *Plastyczne wypuklanie cienkiej płyty kołowej obciążonej impulsem ciśnienia*, Rozpr. Inżyn., **17**, 1 (1969).
3. T. BEDNARSKI, *Stereofotogrametryczna metoda pomiaru przemieszczeń i odkształceń przy pomocy szybkobieżnej kamery filmowej*, Sprawozdanie dla Instytutu Mechaniki Precyzyjnej, Politechnika Warszawska, Warszawa 1969.
4. T. BEDNARSKI, M. WAKALSKI, *Pomiar odkształceń w dynamicznych procesach kształtowania cienkich płyt*, Przegl. Mech., **6**, **28** (1969), 165–169.
5. А. С. ДУБОВИК, *Фотографическая регистрация быстропотекающих процессов*, Издательство Наука, Москва 1964.
6. K. S. KUNZ, *Numerical Analysis*, New York, Toronto, London 1957.
7. А. Н. ЛОБАНОВ, *Фототопография*, Издательство Недра, Москва 1968.
8. M. B. PIASECKI, *Fotogrametria naziemna i lotnicza*, Warszawa 1968.
9. J. S. RIENEHART, J. PEARSON, *Explosive working of metals*, New York 1963.
10. T. BEDNARSKI, *The dynamic deformation of a circular membrane*, Inter. J. Mech. Sci., **11**, 12 (1969), 949-959.

Резюме

ИЗМЕРЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ КРУГОВОЙ МЕМБРАНЫ ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКЕ

Описывается стереофотограмметрический метод измерения перемещений материальных точек в трехмерном пространстве. Измерения проведены с помощью скоростной камеры со стереоскопической приставкой приспособленных к исследованию кратковременных и скоростных процессов. Приложение описываемого метода показано на примере измерения распределения перемещений, скоростей перемещений, деформации и скорости деформации в процессе пластического деформирования аллюминиевой круговой мембраны при импульсной нагрузке давлением от взрыва в воде. В результате измерений получены стереоскопические пары снимков заснятых через равные промежутки времени. Анализ снимков и расчеты проведенные на основе полученных данных дали возможность определить изменения формы мембраны, поле скоростей перемещений, поле деформации и скорости деформации. Результаты измерений представлены графически.

Summary

THE MEASUREMENT OF THE DYNAMIC PLASTIC DEFORMATION OF A CIRCULAR MEMBRANE

The stereophotogrammetric method of measuring the displacements in a three-dimensional space, by means of a high-speed film camera equipped with a stereoscopic attachment adapted for examination of instantaneous or very rapid processes, is presented in this article. The method is applied to the measuring

of displacements, displacement rates, strains, and strain rates in the course of plastic deformation of an aluminium circular membrane subjected to impact loading produced by a detonation of explosives in water. As a result, stereophoto frames taken at constant speed have been obtained. Measurement of the frames and suitable calculations which were carried out made it possible to estimate the membrane deformation displacement rate field, strain field as well as the strain rate field in the course of the deformation process. The results are shown in diagrams.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 16 lutego 1970 r.
