

WPLYW HISTORII OBCIĄŻENIA NA POWIERZCHNIĘ PLASTYCZNOŚCI
(CZĘŚĆ DRUGA)

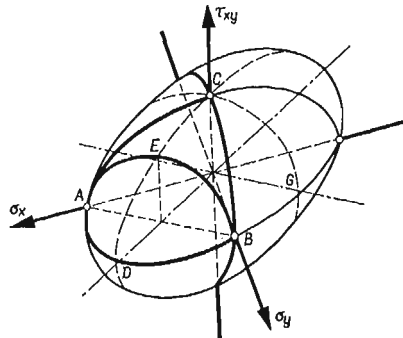
JÓZEF MIASTKOWSKI (WARSZAWA)

1. Wprowadzenie

1.1. Uwagi ogólne. Przejście ciała ze stanu sprężystego w plastyczny w przypadku obciążenia go złożonym stanem naprężenia można opisać pewnym związkiem pomiędzy naprężeniami, nazywanym warunkiem plastyczności.

Najprostszy warunek plastyczności zakłada, że materiał przechodzi w stan plastyczny w chwili, kiedy maksymalne naprężenia styczne osiągają pewną krytyczną wartość niezależną od stanu naprężenia. Warunek ten nosi nazwę warunku Treski.

Drugim podstawowym warunkiem płynięcia, dobrze potwierdzonym przez doświadczenia, jest warunek Hubera-Misesa-Hencky'ego.



Rys. 1

Weryfikacja doświadczalna warunków plastyczności ze względu na trudność przeprowadzenia eksperymentu odbywa się głównie w płaskim stanie naprężenia.

Warunek Hubera-Misesa dla płaskiego stanu naprężenia przyjmuje postać

$$\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 = 3k^2,$$

gdzie k jest granicą plastyczności przy czystym ścinaniu. W przestrzeni naprężeń σ_x , σ_y , τ_{xy} równanie to określa powierzchnię elipsoidalną pokazaną na rys. 1. Dla danego programu obciążenia otrzymujemy na tej powierzchni krzywe, które możemy zweryfikować doświadczalnie.

Dla rzeczywistych metali wykazujących wzmocnienie warunki plastyczności Hubera-Misesa oraz Treski przestają obowiązywać natychmiast po pojawieniu się w procesie obciążenia nawet małych odkształceń plastycznych. Zjawisko wzmocnienia wskazuje,

że początkowa powierzchnia plastyczności ulega zmianie, przy czym na skutek istnienia efektu Bauschingera zmiany te nie mogą być symetryczne. Wobec powyższego warunki plastyczności Hubera-Misesa i Treski dla metali ze wzmocnieniem stanowią tylko punkt wyjścia określający początek odkształceń plastycznych. W dalszym ciągu musimy znać w każdym momencie procesu odkształcenia ciągle zmieniający się kształt i położenie powierzchni plastyczności. Ścisły opis matematyczny tych zmian jest ze względu na ich złożoność bardzo trudny i dlatego jest opisywany za pomocą uproszczonych zależności zwanych hipotezami wzmocnienia.

Najstarsza koncepcja wzmocnienia podana przez G. J. TAYLORA i H. QUINNEYA [1] a następnie przez F. K. G. ODQUISTA [2] nosi nazwę wzmocnienia izotropowego. Zakłada ona równomierne rozszerzanie się początkowej powierzchni plastyczności.

Teoria poślizgów S. B. BATDORFA i B. BUDIANSKY'EGO [3, 4], a następnie zmodyfikowana przez T. H. LINA [5] oparta została na fizycznych rozważaniach uwzględniających poślizgi ziaren w przyjętym mechanizmie plastycznych odkształceń. Teoria ich postuluje powstawanie ostrego naroża na powierzchni płynięcia w kierunku wstępnych odkształceń plastycznych. Jednakże zgodnie z ich teorią poślizgów pozostała część początkowej powierzchni płynięcia w pewnej odległości od naroża jest niezmiennona.

W pracy [3] podano porównanie teorii z wynikami doświadczenia przeprowadzonego na próbkach z aluminium przy prostym rozciąganiu. Teoria wykazała doskonałą zgodność przy małych odkształceniach, ale dawała rozbieżności przy większych wartościach poślizgu.

W dążeniu do uwzględnienia efektu Bauschingera została wysunięta przez E. MELANA [6], A. ISZLIŃSKIEGO [7] i W. PRAGERA [8], a następnie przez R. T. SCHIELDA i H. ZIEGLERA [9] teoria wzmocnienia kinematycznego. Według tej teorii można przyjąć, że cała powierzchnia plastyczności w przestrzeni naprężeń ulega pod wpływem odkształceń plastycznych przesunięciu jak ciało sztywne nie zmieniając ani kształtu, ani rozmiarów. W pracy F. EDELMANA i D. C. DRUCKERA [10] została wytyczona droga zbudowania teorii plastyczności uwzględniającej efekt Bauschingera.

W roku 1953 W. T. KOITER [11] zastosował do opisu powierzchni płynięcia idee odcinkowo-liniowej aproksymacji powierzchni plastyczności. Teorię tę następnie rozwinięto w pracach J. L. SANDERSA [12], P. G. HODGE'A [13] i W. PRAGERA [8, 14]. Teoria ta polega na tym, że funkcję obciążenia rozpatruje się w postaci kombinacji pewnej skończonej lub nieskończonej liczby funkcji obciążenia, działających zależnie lub niezależnie od siebie. W tego typu teoriach pojawiają się stożkowe punkty na powierzchni plastyczności. Według W. T. KOITERA teorię poślizgów można również uważać jako teorię typu odcinkowo-liniowego wzmocnienia. Teorie odcinkowo-liniowego wzmocnienia charakteryzują się dużą przydatnością do opisu poruszających się powierzchni w procesie plastycznej deformacji. Wartość tych teorii leży głównie w tym, że pozwalają dostatecznie dokładnie opisać podstawowe własności fizyczne kryształów.

W roku 1953 I. F. BESSELING [15] przedstawił teorię plastyczności opartą na założeniu, że materiał składa się z różnych warstw kolejno włączających się do plastycznego płynięcia. Teoria ta nadaje się do opisu anizotropii pojawiającej się w metalu podczas jego plastycznego odkształcenia.

Inną próbę matematycznego ujęcia tych złożonych zjawisk stanowi teoria J. I. KADASZEWICZA i W. W. NOWOŻYŁOWA [16] uwzględniająca mikronaprężenia. Według tej teorii,

powierzchnia plastyczności ulega w czasie procesu odkształcenia plastycznego równomiernemu rozszerzeniu z zachowaniem podobieństwa geometrycznego oraz jednoczesnemu przesunięciu bez obrotu. Zbliżoną w ujęciu teorię przedstawił również T. LEHMAN [17, 18].

G. I. BYKOWCEW, W. W. DUDUKALENKO i D. D. IWLEW [19] przedstawili różne formy funkcji obciążenia dla materiałów plastycznych ze wzmocnieniem anizotropowym. W pracy wykazali, że w zależności od wyboru funkcji obciążenia można opisywać różne efekty. Między innymi można opisać obracanie krzywej obciążenia oraz poprzeczny efekt Bauschingera polegający na rozszerzaniu się powierzchni plastyczności w kierunku prostopadłym do wstępnego obciążenia bez jej zmian w kierunku wstępnego obciążenia.

A. BAŁTOW i A. SAWCZUK [20] podali prawo wzmocnienia dla uwzględnienia anizotropii wywołanej w materiale przez plastyczne odkształcenia. W pracy badano przejście od materiału początkowo izotropowego do materiału anizotropowego. Proponowany przez autorów warunek uwzględnia przesunięcie, obrót oraz rozszerzanie się początkowej powierzchni plastyczności.

Interesujący model wzmocnienia zaproponował w roku 1967 Z. Mróz [21]. Model ten jest uogólnieniem znanych zasad izotropowego i kinematycznego wzmocnienia przez wprowadzenie pojęcia «pola modułów wzmocnienia». Pole to jest określone w przestrzeni naprężeń przez układ powierzchni o stałym module wzmocnienia. Dla każdej historii obciążenia, mogą być określone chwilowe układy i w ten sposób można określić zachowanie się materiału dla złożonych dróg obciążenia, a w szczególności dla obciążeń cyklicznych.

1.2. Weryfikacja doświadczalna. Doświadczalna weryfikacja różnych koncepcji teoretycznego ujęcia bardzo złożonego zjawiska wzmocnienia przeprowadzana jest niemal wyłącznie w płaskim stanie naprężenia, jaki daje się zrealizować w cienkościennych rurkowych próbkach obciążonych różnymi kombinacjami siły osiowej, momentu skręcającego i ciśnienia wewnętrznego.

W klasycznej pracy G. J. TAYLORA i H. QUINNEY'A [1] próbki rurkowe wstępnie rozciągano siłą osiową powyżej granicy plastyczności. Jeżeli przyjmiemy, że elipsoida na rys. 1 przedstawia początkowy warunek plastyczności nieodkształconego materiału, to odpowiada to przekroczeniu punktu A na osi σ_x . Następnie po częściowym odciążeniu próbki obciążano dodatkowo momentem skręcającym przy utrzymywaniu stałej wartości naprężeń rozciągających. Dla każdej próbki otrzymywano wykres wydłużenia w zależności od momentu skręcającego. Jako granicę plastyczności przyjmowano przecięcie przedłużenia łagodnej części krzywej z osią momentów. Uzyskane wyniki dla stali, miedzi i aluminium przedstawiono na płaszczyźnie naprężeń σ_x , τ_{xy} . Punkty doświadczalne leżą na krzywych bardzo zbliżonych do elips Hubera-Misesa. Oznacza to, że początkowa elipsa AC na rys. 1 uległa na skutek wstępnego odkształcenia próbek przez rozciąganie jedynie rozszerzeniu nie zmieniając ani położenia ani stosunku długości półosi. Potwierdza to koncepcję izotropowego wzmocnienia. Musimy jednak pamiętać, że wniosek ten dotyczy powierzchni wyznaczonej w sposób, który pomijał najciekawszą, silnie zakrzywioną część wykresu wydłużenia w funkcji momentu skręcającego. Dlatego niemożliwe jest wyciągnięcie z tej pracy szerszych wniosków odnośnie zachowania się powierzchni płynięcia przy odkształceniach plastycznych.

Podobne wyniki potwierdzające koncepcję izotropowego wzmocnienia otrzymali D. M. CUNNINGHAM, E. G. THOMSON i J. E. DORN [22] w roku 1947.

W roku 1949 D. C. DRUCKER przeprowadził w pracy [23] matematyczny dowód, że teoria, która przyjmuje warunek izotropowego wzmocnienia, jest fizycznie niedopuszczalna, a w roku następnym F. S. SHAW i G. W. WYCHERLEY [24] przedstawili doświadczenie, którego wyniki obalają koncepcję izotropowego rozszerzania się powierzchni plastyczności.

Po ukazaniu się teorii poślizgów S. B. BATDORFA i B. BUDIANSKY'EGO [4] zostały przeprowadzone doświadczenia przez R. W. PETERSA, N. F. DOWNA i S. B. BATDORFA [25] w roku 1950 oraz przez H. CICALA [26] w tym samym roku. Wyniki tych doświadczeń nie wykazały zgodności z teorią poślizgów.

Doświadczenia przeprowadzone przez B. BUDIANSKY'EGO, N. I. DOWA, R. W. PETERSA i R. P. SHEPHERDA [28] w roku 1951 nie wskazują również na istnienie «naroża» na powierzchni plastyczności, co wynika z teorii poślizgów. Nie stwierdzono naroża także ani w pracy J. L. M. MORISONA i W. M. SHEPHERDA [29], ani w pracy D. C. DRUCKERA i F. D. STOCKTONA [30]. Jednakże w roku 1953 J. MARIN i L. HU [31] podali wyniki swoich badań na rurkowych próbkach ze stopu aluminiowego, potwierdzające istnienie «rogu» na powierzchni płynięcia. Wykazali oni również niemożliwość istnienia takiego naroża plastycznego w teorii izotropowego wzmocnienia.

Na istnienie naroży na krzywej obciążenia wskazują również dwie dalsze prace doświadczalne przeprowadzone przez P. M. NAGHDIEGO i J. C. ROWLEY'A [32] w roku 1954, oraz przez P. M. NAGHDIEGO, J. C. ROWLEY'A i C. W. BEADLE'A [33] w roku 1955. W pracy [33] badano cienkościennie próbki rurkowe z aluminium poddając je rozciąganiu ze skręcaniem. Przeprowadzono trzy serie badań, w których każdą próbkę początkowo odkształcano za przedział sprężystego obszaru przy proporcjonalnych zmianach siły i momentu. Po osiągnięciu określonej wielkości plastycznych odkształceń obciążenie prowadzono dalej po piłowej drodze w płaszczyźnie naprężeń σ_z , $\tau_{z\theta}$ tak, że prosta proporcjonalnego obciążenia była osią symetrii tej piłowej drogi. Na podstawie prób w ten sposób przeprowadzonych stwierdzono istnienie naroża plastycznego na powierzchni płynięcia. Wniosek ten jednak według A. M. ŻUKOWA [34] jest wątpliwy i wskazuje na nieporozumienie. Trajektorie obciążenia mają bowiem punkty załamania, ale brak jest prostej relacji między nimi a punktami załamania plastycznego potencjału.

W roku 1956 J. MARIN i L. HU w pracy [35] podali wyniki doświadczeń przeprowadzonych na cienkościennych rurkowych próbkach ze stali, potwierdzających teorię poślizgów. W tym samym jednak roku wyniki pracy W. A. SWIESZNIKOWEJ [36] nie potwierdzają tej teorii.

P. M. NAGHDI, F. ESSENBURG i W. KOFF [37] w roku 1958 rurkowe próbki ze stopu aluminiowego początkowo obciążali momentem skręcającym znacznie powyżej punktu C na rys. 1, a następnie po całkowitym odciążeniu każdą próbkę ponownie obciążali momentem skręcającym i siłą osiową równocześnie. Na podstawie wyników przedstawionych w płaszczyźnie naprężeń osiowych i ścinających stwierdzono, że krzywa dla materiału nieodkształconego dobrze pokrywa się z elipsą AC (rys. 1) dla warunku plastyczności Hubera-Misesa. Jeżeli chodzi o powierzchnię płynięcia dla materiału odkształconego to stwierdzono, że pokrywa się ona z początkową powierzchnią w warunkach czystego rozciągania, a znacznie od niej odbiega w miarę wzrostu stosunku naprężeń ścinających do naprężeń normalnych. Początkowa elipsa pod wpływem odkształceń plastycznych uległa

zdeformowaniu oraz przesunięciu. W otoczeniu punktu wstępnego obciążenia powstał silnie zakrzywiony wierzchołek.

W tym samym roku L. W. HU i J. F. BRATT [38] badali również wtórną powierzchnię płynięcia dla materiału wstępnie odkształconego plastycznie i pokazali tworzenie się rogu w kierunku wstępnego odkształcenia plastycznego. Do badania użyli oni rurkowych próbek wykonanych ze stopu aluminium. Jeżeli chodzi o początkową powierzchnię plastyczności, to dość dobrze pokrywa się ona z elipsą Hubera-Misesa.

Bardzo cenne doświadczenia przeprowadzili JU. I. JAGN i O. A. SZYSZMARIEW [39] w roku 1958. Do badania użyli oni wyżarzonych rurkowych próbek niklowych o średnicy 5 mm i grubości ścianki 0,2 mm. Dla wyjściowego materiału granica między przedziałami sprężystym i plastycznym odpowiadała ściśle kryterium Hubera-Misesa. W pracy podano wyniki badania granicy sprężystego stanu materiału w płaskim stanie naprężenia, otrzymywanego drogą rozciągania i skręcania próbek uprzednio odkształconych plastycznie na drodze osiowego rozciągania. Na rys. 1 odpowiada to badaniu krzywej AC po odkształceniu za punkt A . Do określenia granicy stosowano dwie metody. Metodą pierwszą powierzchnie badano na jednej próbce, przy zastosowaniu drugiej do badania powierzchni użyto kilku próbek. Stwierdzono, że badanie powierzchni na jednej próbce jest obarczone poważnym błędem. W metodzie tej bowiem kolejne punkty krzywej otrzymuje się w ten sposób, że obciążenie prowadzi się do momentu pojawienia się minimalnych odkształceń plastycznych, następnie po częściowym odciążeniu ponownie obciążamy próbkę tak, aby otrzymać następny punkt powierzchni. Stwierdzono, że te minimalne odkształcenia plastyczne wywołane w próbce przy określeniu jednych punktów mają duży wpływ na położenie punktów następnych na powierzchni plastyczności. Oprócz tego, innym źródłem błędów przy zastosowaniu tej metody jest pełzanie materiału, które odbywa się nawet przy naprężeniach niższych od tych, które przykładano do próbki w chwili określania punktów granicy stanu sprężystego. Przy zastosowaniu drugiej metody wszystkie próbki najpierw wstępnie jednakowo odkształcono siłą osiową do określonej wartości odkształcenia trwałego i po odpowiednio długim przetrzymaniu pod tym obciążeniem (czasy przetrzymywania stosowano różne) próbki stopniowo odciążano i dociążano przez skręcanie. Na każdy punkt powierzchni badano inną próbkę. Wyznaczono kilka powierzchni plastyczności przez przyjęcie dla każdej innej wartości odkształcenia trwałego od 0,0005% do 0,036%. Wyniki doświadczeń wskazują, że we wszystkich przypadkach granice plastyczności przemieszczają się w kierunku osi naprężeń σ_x , przy czym w przypadku granicy określonej dla odkształcenia trwałego 0,0005% jest ona przesunięta całkowicie w obszar dodatnich wartości σ_x . Wyznaczone wektory przyrostów plastycznych odkształceń we wszystkich przypadkach otrzymano bliskie normalnym do granicy sprężystości materiału. Oprócz tego na żadnej z otrzymanych granic nie stwierdzono jakichkolwiek naroży, na istnienie których wskazują inne badania. Bardziej szczegółowy opis powyższej pracy wynika stąd, że badania przeprowadzone były z wyjątkowo dużą dokładnością, a otrzymane powierzchnie dla różnych wartości plastycznych odkształceń i przy różnych metodach prowadzenia badań wskazują na wnikliwą analizę postawionych problemów. Dlatego też wnioski otrzymane z tej pracy można uważać za jedno z cenniejszych wyników eksperymentalnych.

W roku 1958 A. M. ŻUKOW [40] przedstawił wyniki badań krzywej neutralnego obciążenia przy dwuosowym rozciąganiu oraz przy rozciąganiu ze skręcaniem po wstępnym

odkształceniu ciśnieniem wewnętrznym. Do badania użyto próbek rurkowych z czystego aluminium. Z pracy wynika, że krzywa neutralnego obciążenia odbiega znacznie od elipsy Hubera-Misesa; skłoniło to autora do stwierdzenia, że dowolna funkcja zależna tylko od intensywności naprężeń nie może być brana za potencjał plastyczny. Nie stwierdzono również istnienia naroży na krzywej neutralnego obciążenia.

W pracy H. G. McCOMBA [41] z roku 1960 zostały przedstawione wyniki prób przeprowadzonych na cienkościennych próbkach rurkowych z aluminium dla zbadania kształtu wtórnej powierzchni płynięcia. Po wstępnym odkształceniu plastycznym przy czystym rozciąganiu próbki obciążano ponownie wzdłuż różnych dróg promieniowych i stwierdzono znaczne naroże na powierzchni, rozwijające się w kierunku wstępnego odkształcenia.

Do podobnego wniosku o tworzeniu się ostrego wierzchołka w punkcie obciążenia doszli w swoich pracach A. PHILLIPS [42, 43] oraz A. PHILLIS i G. GRAY [44].

W roku 1960 w pracy G. B. TALYPOWA i W. N. KAMIENCEWA [45] przedstawiono badania doświadczalne wpływu drogi obciążenia na formę i wielkość granicy plastyczności. Do badania użyto rurkowych próbek z nisko węglowej wyżarzanej stali. Próbki poddawano działaniu siły osiowej i ciśnienia wewnętrznego po wstępnym odkształceniu osiowym. Na podstawie uzyskanych wyników podano, że umowna granica płynięcia przy złożonym stanie naprężenia nie ma na swojej powierzchni żadnego naroża plastycznego. Wniosek ten został potwierdzony również i w następnych pracach [46, 47]. Za umowną granicę płynięcia przyjęto krzywą naprężenia, dla której intensywność odkształcenia była równa 0,17%. W wyniku wstępnego plastycznego odkształcenia w danym kierunku granica plastyczności uległa przesunięciu w tym kierunku. Podano również, że forma granicy plastyczności dla stali o niskiej zawartości węgla nie zależy od drogi obciążenia.

Do ciekawych wniosków doszedł H. J. IVEY [48] badając wtórną powierzchnię płynięcia na cienkościennych próbkach rurkowych ze stopów aluminium. Próbki wstępnie skręcane aż do wywołania wstępnego odkształcenia plastycznego i częściowo odciążone ponownie obciążano przez rozciąganie i skręcanie. Z pracy wynika, że wtórna powierzchnia przesuwa się w kierunku wstępnego odkształcenia, że jest gładka bez naroży i że towarzyszy jej znaczny efekt Bauschingera. Jako powierzchnię plastyczności przyjmowano granicę proporcjonalności.

P. K. BERTSCH i W. N. FINDLEY [49] przeprowadzili doświadczalne badania początkowej i wtórnej — po wstępnym odkształceniu — powierzchni plastyczności na rurkowych próbkach aluminiowych. Próbki poddawano różnym kombinacjom siły osiowej, skręcania i ciśnienia wewnętrznego. Stwierdzono, że początkowa powierzchnia płynięcia nie pokrywa się z elipsą Hubera-Misesa wykazując jednak do niej dość duże podobieństwo. W odniesieniu do wtórnej powierzchni zaobserwowano wszędzie wypukłość oraz istnienie znacznych zaokrąglonych naroży zgodnych z teorią poślizgów.

Wykonane tymczasem w tym samym roku przez B. PAULA, W. CHENA i L. LEE [50] doświadczenia poświęcone badaniu rogów na wtórnej powierzchni nie potwierdziły faktu ich istnienia.

Dla wyjaśnienia czy istnieją naroża na granicy plastyczności zostały również przeprowadzone w latach 1962 i 1963 badania przez O. A. SZYSZMARIEWA w pracach [51, 52]. Badając zarówno próbki niklowe jak i stalowe w obu tych pracach nie stwierdzono istnienia

naroża na wtórnych powierzchniach plastyczności. W pracy [51] zajmowano się również zbadaniem kształtu tej części powierzchni, która leży po przeciwnej stronie punktu wstępnego obciążenia. Za granicę plastyczności przyjmowano krzywą naprężenia, dla której intensywność odkształcenia plastycznego była równa 0,01%. Wyniki pracy wskazują, że wtórna powierzchnia plastyczności może przesuwać się poza początek układu współrzędnych podobnie jak to stwierdzono w pracach R. WOOLEY'A [53], JU. I. JAGNA i O. A. SZYSZMARIĘWA [39] oraz H. J. IVEY'A [48].

W roku 1963 G. L. BARAYA i I. PARKER [54] przedstawili próbę określenia początkowej i wtórnej powierzchni plastyczności dla czystego aluminium i jego stopów przy użyciu pasków z nacięciami. Z doświadczeń wynika, że materiał podlega kryterium płynięcia w formie $f(J_2, J_3) = 0$. Wniosek ten jednak w tym przypadku należy traktować ostrożnie, ponieważ materiał był nie zupełnie izotropowy. Określenie powierzchni po wstępnym odkształceniu tą metodą doprowadziło do paradoksalnego wyniku, że leży ona wewnątrz początkowej. Wynika stąd, że metoda powyższa nie nadaje się do wyznaczania wtórnej powierzchni plastyczności.

Odmiennej schemat doświadczenia dla zbadania zachowania się początkowo izotropowego materiału w zależności od plastycznej deformacji przedstawił W. SZCZEPIŃSKI w roku 1963 w pracy [55]. Próby przeprowadzone zostały na płaskich próbkach ze stopu aluminium. Wykorzystano przy tym elipsę AEB na elipsoidzie pokazanej na rys. 1. Elipsa ta utworzona jest przez przecięcie elipsoidy płaszczyzną $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_{p1}$ prostopadłą do płaszczyzny σ_x, σ_y . Wyniki doświadczenia wskazują po pierwsze na silną deformację i przesunięcie początkowej elipsy dla wstępnie odkształconego materiału i po drugie na brak naroża plastycznego na powierzchni płynięcia w kierunku wstępnego obciążenia.

W roku 1964 I. PARKER i M. B. BASSETT [56] przedstawili wyniki badań cienkościennych rurek z mosiądzu α poddanych skręcaniu i działaniu ciśnienia wewnętrznego po uprzednim wstępnym skręceniu plastycznym. Jest to kontynuacja prac J. PARKERA i współpracowników, wydanych w latach 1959 i 1961 [57, 58]. Wyniki pracy wskazują na brak naroża na powierzchni, na brak przesuwania się powierzchni oraz na istnienie silnego efektu poprzecznego. Stwierdzono również lekki obrót wtórnej powierzchni plastyczności.

Ciekawe wyniki doświadczenia otrzymali w tym samym roku 1964 W. M. MAIR i H. PUGH [59]. Cienkościenna próbki rurek z miedzi wstępnie odkształcone przez rozciąganie lub skręcanie poddawano ponownie działaniu kombinacji rozciągania i skręcania dla ustalenia powierzchni plastyczności. Stwierdzili oni, że wtórna powierzchnia płynięcia uległa rozszerzeniu, przesunięciu i obrotowi. Zauważono, że wzrost rozmiaru powierzchni i przesunięcie środka są w przybliżeniu proporcjonalne do wielkości wstępnego odkształcenia, obrót natomiast malał wraz ze wzrostem wstępnego odkształcenia. Praca nie dostarczyła danych o istnieniu naroża na powierzchni plastyczności.

R. A. ARUTUNIAN [60] zajmuje się wyznaczeniem powierzchni plastyczności dla materiału wstępnie odkształconego po zamkniętym cyklu obciążenia. Rurkowe próbki stalowe poddawane są obciążeniu skręcającemu w ten sposób, że końcowy stan naprężenia i odkształcenia jest równy zeru. Następnie po takim cyklu wstępnego obciążenia badano symetrię plastycznych własności materiału poddając próbki osiowemu i obwodowemu rozciąganiu. Pokazano, że w płaszczyźnie $\tau_{xy} = 0$ (rys. 1) powierzchnia plastyczności uległa izotropowemu rozszerzeniu. Natomiast w płaszczyźnie $\sigma_x = 0$ lub $\sigma_y = 0$ powierzch-

nia przesunęła się w kierunku końcowego stanu wstępnego obciążenia. Z pracy widać wyraźnie, że anizotropia wywołana plastycznym odkształceniem nie może być usunięta na drodze mechanicznego działania. Sprawdzono, że materiał wyjściowy był makroskopowo izotropowy i początkowa granica plastyczności odpowiadała warunkowi Hubera-Misesa. Za kryterium uplastycznienia przyjmowano naprężenia, przy których wartość intensywności odkształceń trwałych wynosiła 0,17%.

Liczną grupę doświadczeń poświęconych badaniom wtórnej powierzchni plastyczności stanowią prace G. B. TALYPOWA i jego współpracowników [45, 46, 47, 61–66]. W pracach [46, 47, 62] badano wpływ wstępnych odkształceń plastycznych na granicę plastyczności nisko i średnio węglowej stali i ustalono, że forma granicy płynięcia nie zależy od drogi obciążenia i pozostaje okręgiem na płaszczyźnie Iljuszyna jedynie rozszerzonym i przesuniętym w kierunku wstępnej deformacji. Identyczne stwierdzenie uzyskano przy badaniu próbek z miedzi w pracy [61]. W innych pracach zajmowano się wpływem naturalnego starzenia po wstępnej plastycznej deformacji na zachowanie się powierzchni plastyczności. W pracach [46, 63] wykazano, że naturalne starzenie po plastycznej deformacji nie ma wpływu na kształt granicy płynięcia. Dlatego też wpływ ten można badać za pomocą prób na jednoosiowe rozciąganie. Wykazano również, że po wstępnym odkształceniu granica plastyczności podczas starzenia ulega początkowo rozszerzeniu, a następnie maleje dążąc do rozmiarów wyjściowych przed starzeniem. W pracy [64] przeprowadzono badania wpływu starzenia na powierzchnię zarówno w płaskim stanie naprężenia, jak i przy jednoosiowym rozciąganiu. Dla opisu zmiany granicy plastyczności podczas naturalnego starzenia zaproponowano pewną funkcję zależną od stopnia wstępnego odkształcenia. Parametry wchodzące do tej funkcji muszą być określone na drodze doświadczalnej. Określeniem tych wielkości dla stali zajmowano się w pracach [65, 66].

P. S. THEOCARIS i C. R. HAZELL [67] badali początkową i wtórną powierzchnię plastyczności dla aluminium używając do badania płyt zamiast cienkościennych próbek rurkowych. Stosowana metoda pozwoliła na wyznaczenie powierzchni w czterech ćwiartkach płaszczyzny naprężeń. Ugięcie obciążonych płyt mierzono metodą rastrów. Wyniki badań wskazują, że początkowa powierzchnia płynięcia przebiega między powierzchniami wyznaczonymi z warunku Hubera-Misesa i z warunku Treski. Jeżeli chodzi o wtórną powierzchnię płynięcia, to widoczne są na niej naroża powstałe w kierunku wstępnego obciążenia. Stwierdzono również, że w kierunku prostopadłym do kierunku wstępnego obciążenia powierzchnia wychodzi na zewnątrz początkowej powierzchni plastyczności. Do uzyskanych wyników można mieć jednak zastrzeżenia ze względu na niejednorodny rozkład naprężeń na grubości płyty podczas jej obciążania.

W roku 1964 BUI HUY DUONG [68] przedstawił badania zmiany kształtu powierzchni plastyczności wywołanej odkształceniem plastycznym dla żelaza Armco i dla aluminium. Próbkę rurkową poddawano działaniu różnych kombinacji skręcania i rozciągania lub skręcania i ściskania. Dla wyznaczania powierzchni używano tylko jednej próbki przyjmując za granicę plastyczności naprężenia wywołujące odkształcenia trwałe równe $2 \cdot 10^{-5}$. Nie stwierdzono «wierzchołka» na powierzchni plastyczności jak to wynika z teorii poślizgów. Wtórna powierzchnia nie potwierdza również ani teorii izotropowego, ani teorii kinematycznego wzmocnienia. Interesujące jest to, że po wstępnym obciążeniu na złożonej drodze stwierdzono istnienie wypukłości na powierzchni plastyczności, ale w pewne

odległości od kierunku wstępnego obciążenia w przeciwieństwie do przypadku obciążenia promieniowego, gdzie wypukłość na powierzchni pojawiła się w kierunku wstępnego obciążenia.

W pracy D. R. JENKINSA [69] z roku 1965 przeprowadzono teoretyczną i doświadczalną analizę zachowania się powierzchni plastyczności dla odkształconych próbek rurkowych wykonanych ze stopu cynku, poddanych kombinacji działania siły osiowej, ciśnienia wewnętrznego i skręcania. Otrzymane wyniki bardzo dobrze potwierdzają teorię kinematycznego wzmocnienia dla przyjętych liniowych warunków plastyczności (dla warunku Treski i dla warunku maksymalnego naprężenia zredukowanego).

W roku 1965 J. MIASTKOWSKI i W. SZCZEPIŃSKI [70] przedstawili pracę, w której omówiono wyniki doświadczeń przeprowadzonych na cienkościennych próbkach rurkowych z mosiądzu M-63. W pracy zajmowano się badaniem powierzchni plastyczności dla materiału wyżarzzonego oraz dla tego materiału odkształconego plastycznie kombinacją siły osiowej i ciśnienia wewnętrznego. Wykazano, że dla pewnych przypadków obciążenia po złożonej drodze powierzchnia plastyczności ulega obrotowi. Wyznaczone przyrosty odkształceń plastycznych w płaszczyźnie naprężeń porównano z kryterium prostopadłości. Przez znalezienie długości wektorów przyrostów odkształcenia plastycznego w różnych momentach płynięcia i porównanie ich z wektorem przyrostu odkształcenia sprężystego otrzymano podstawę do rozważań, którą z powierzchni należy utożsamiać z powierzchnią plastyczności.

W roku 1966 w pracy [71] autor przedstawił badania efektu «pamięci» w odniesieniu do powierzchni plastyczności dla materiału wstępnie odkształconego plastycznie. Temat ten jest rozwijany również w pracy poniższej.

2. Definicja granicy płynięcia

Określenie początku plastycznego odkształcenia nazywanego również płynięciem w znacznym stopniu uzależnione jest od przyjętej definicji tego pojęcia. W przypadku obciążania cienkościennych próbek rurkowych, gdzie rozkład naprężeń na grubości przyjmuje się jako jednorodny, mówimy o materiale, że się uplastycznia, gdy stan naprężenia osiąga pewną szczególną wartość. Ponieważ materiały ze wzmocnieniem w większości przypadków, a z reguły po wstępnym odkształceniu plastycznym, nie mają wyraźnego punktu uplastycznienia, w badaniach doświadczalnych są stosowane różne metody dla określenia tego miejsca. Wyznaczona w ten sposób granica nosi nazwę umownej granicy płynięcia.

W pracy G. J. TAYLORA i H. QUINNEYA [1] jako granicę plastyczności przyjmowano punkt przecięcia prostej będącej przedłużeniem liniowej części krzywej z osią momentów na wykresach moment skręcający-odkształcenie.

G. LIANIS i H. FORD [79] na wykresach obciążenie-wydłużenie osiowe przy badaniu pasków z karbem za miejsce uplastycznienia przyjmowali punkt przecięcia przedłużenia części sprężystej wykresu z przedłużeniem łagodnie pochylonej części krzywej.

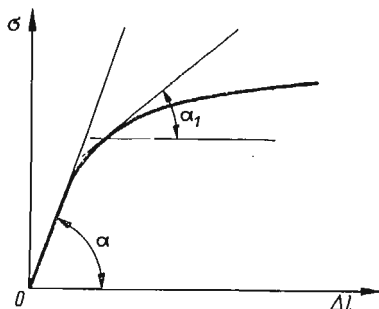
W pracy L. W. HU i J. F. BRATTA [38] oraz w pracy H. G. MC COMBA [41], przyjmowano granicę proporcjonalności na krzywych $\sigma-\epsilon$ (naprężenie-odkształcenie) jako powierzchnię plastyczności.

A. M. ŻUKOW [72] oraz G. B. TALYPOW i W. N. KAMIENCEW [45] na wykresach intensywność naprężenia — intensywność odkształcenia jako granicę plastyczności przyjmowali naprężenia wywołujące w próbkach intensywność odkształcenia trwałego równą 0,173%.

W pracy JU. I. JAGNA i O. A. SZYSZMARIEWA [39] wyznaczano kilka granic sprężystego stanu dopuszczając dla każdej z nich pewną wartość trwałego odkształcenia od 0,0005% do 0,036%.

J. PARKER i M. B. BASSETT [56] wyznaczali granicę płynięcia stosując ten sam sposób co G. J. TAYLOR i H. QUINNEY. Dla porównania wyznaczali jeszcze granicę proporcjonalności. Wyznaczone w ten sposób powierzchnie różniły się między sobą nie tylko wymiarami, ale również i kształtem.

W pewnych przypadkach bardzo wygodne jest określenie granicy plastyczności za pomocą stycznej do krzywej nachylonej pod pewnym określonym kątem α_1 tak jak pokazano to na rys. 2. Metodę tę zastosował w swojej pracy L. DIETRICH [80] przy wyznaczaniu przejścia w stan plastyczny rozciąganych próbek z karbem.



Rys. 2

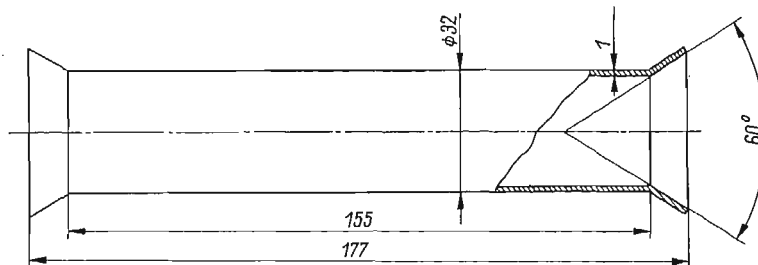
Wielu innych badaczy nie podaje metody, jaką określają granicę plastyczności. Brak ustalonej definicji powoduje, że wyników wielu prac doświadczalnych nie można z sobą porównywać. Jest to niewątpliwie jedna z przyczyn dużej rozbieżności wyników prac doświadczalnych jaką obserwuje się u różnych autorów.

W poniższej pracy oprócz powierzchni odpowiadającej granicy proporcjonalności wyznaczono jeszcze kilka innych, odpowiadających określonym wartościom intensywności odkształceń plastycznych. Metoda wyznaczania tych powierzchni jest taka sama, jak metoda stosowana w pracach W. SZCZEPIŃSKIEGO [55], J. MIASTKOWSKIEGO i W. SZCZEPIŃSKIEGO [70] oraz w pracy autora [71].

3. Próbkki i aparatura

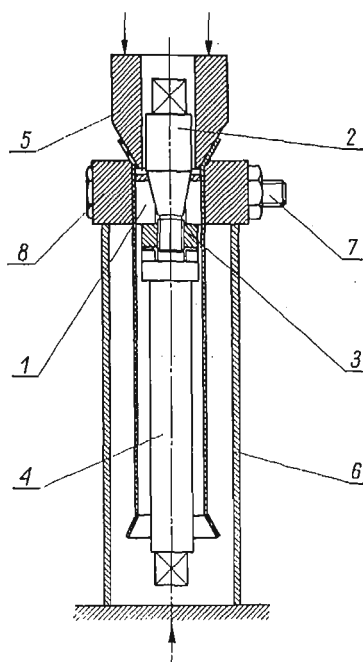
Próbki rurkowe o wymiarach pokazanych na rys. 3 wykonane zostały z ciągnionej rury z mosiądzu M-63 o zawartości 37% cynku. Ze względu na sposób ich wykonania metodą ciągnięcia próbki miały własną historię odkształcenia. W związku z tym wszystkie próbki przed badaniem poddane zostały wyżarzaniu. Sposób wyżarzania podany został w pracy [71].

Próbki wykonywano w następujący sposób: z rury odcinano odcinki o długości 180 mm i drogą selekcji do badania wybierano tylko te, które miały prawidłowy przekrój kołowy oraz możliwie równomierny rozkład grubości ścianki zarówno wzdłuż tworzących, jak i po obwodzie. Największa różnica w grubości ścianki nie przekraczała 3% jej wartości średniej.



Rys. 3

Wyżarzanie próbek oprócz usuwania anizotropii własności wywołanej zgniotem przy ciągnięciu, zapobiegało pękaniu próbek na obrzeżu podczas ich rozciągania na końcach. Była to jedna z przyczyn, dla których kołnierze rozciągano po wyżarzaniu próbek. Rozciąganie przeprowadzano stożkowym stemplem o kącie wierzchołkowym 60° w celu utworzenia kołnierzy służących do mocowania w urządzeniu badawczym.



Rys. 4

Do rozciągania kołnierzy wykonane zostało bardzo proste urządzenie przedstawione na rys. 4. Urządzenie to jest tak pomyślane, że zabezpiecza obszar środkowy próbki, w którym przeprowadzano pomiary podczas doświadczenia od dodatkowych odkształceń

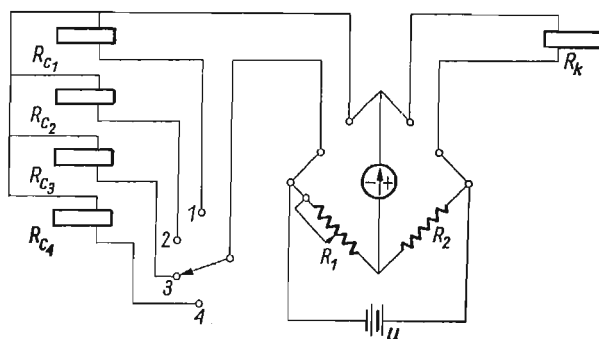
mogących powstać przy rozłaczaniu kołnierzy. Konieczność zabezpieczenia części środkowej próbki wynikała stąd, że nie stosowano wyżarzania próbek po uformowaniu kołnierzy, aby nie usuwać wzmocnienia, jakiego doznał materiał próbki w jego częściach chwytowych.

Po nałożeniu próbki na tulejkę dzieloną 1, dokręcano nakrętkę 3 na trzpieniu 2 za pośrednictwem trzonka 4 aż do zamocowania próbki na tulei. Następnie zakładano obejmę 8 i skręcano silnie śrubami 7. Całość wstawiano w tuleję 6 ustawioną na stole prasy. Wcisnąc z góry stempel stożkowy 5 rozłaczano koniec próbki.

Odształcenia próbek mierzono za pomocą elektrycznych tensometrów oporowych typu RL o długości 15 mm, oporności nominalnej $R = 120$ omów i współczynnika czułości odkształceniowej $k = 2,1$. Stosowane czujniki wykonane były z konstantanu, dla którego k zachowuje stałą wartość dla odkształceń ε dochodzących do 0,8%.

Tensometry naklejano na zewnętrznej powierzchni próbek w środku ich długości. Do klejenia używano kleju nitrocelulozowego. Powierzchnie próbek w miejscach, w których naklejano tensometry starannie czyszczono mechanicznie a następnie chemicznie odtłuszczano je benzyną ekstrakcyjną.

Dla zabezpieczenia czujnika przed zwarciem jego siatki oporowej z masą próbki stosowano podkładki na końcach tensometru aby zwiększyć zdolność izolacyjną czujnika bez pogorszenia jego własności jako elementu pomiarowego.



Rys. 5

Dla wyeliminowania wpływu temperatury stosowano czujnik kompensacyjny, załączony do sąsiedniej gałęzi mostka w stosunku do gałęzi czujnika czynnego.

W celu zwiększenia dokładności odczytów odkształcenia oraz dla wyeliminowania wpływu ewentualnej małej mimośrodowości obciążenia tensometry naklejano po dwa symetrycznie po przeciwnych stronach próbki w obu kierunkach obciążenia. Wielkość odkształcenia wyznaczano jako średnią ze wskazań obu tensometrów jednakowo skierowanych.

Odształcenia odczytywano na tensometrycznym aparacie pomiarowym typu T-2 produkcji ZTR Politechniki Warszawskiej. Najmniejsza działka potencjometru ślizgowego odpowiadała odkształceniu $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-6}$

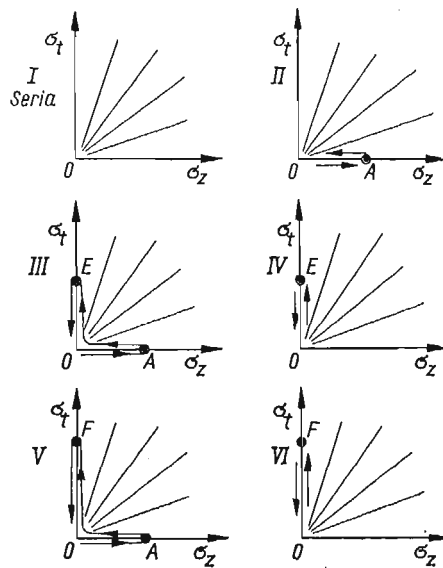
Na rys. 5 pokazano schemat połączenia tensometrów z aparatem tensometrycznym. Przez R_c oznaczono tensometry pomiarowe czyli czynne, przez R_k -tensometr kompensacyjny.

Zastosowanie tensometrów oporowych do pomiaru odkształceń jest korzystne ze względu na dużą czułość i dokładność pomiaru. Odczyty odkształceń są wolne od błędów luzów i poślizgów występujących w tensometrach mechanicznych.

4. Sposób obciążania i metoda opracowania wyników

Doświadczenie przeprowadzono na sześciu seriach liczących po 6 próbek. Odkształcenia wstępne przeprowadzono według schematu obciążenia pokazanego na rys. 6.

Próbki pierwszej serii nie były wstępnie odkształcane i zostały przeznaczone do zbadania kształtu początkowej powierzchni płynięcia materiału. Pozostałe pięć serii poświęcono



Rys. 6

zbadaniu zmiany kształtu powierzchni plastyczności wywołanej uprzednim odkształceniem plastycznym.

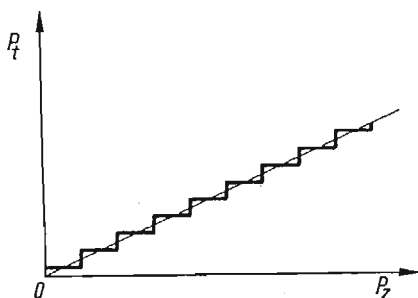
Dla wyeliminowania wpływu naturalnego starzenia na kształt powierzchni plastyczności badanie wszystkich próbek przeprowadzono w jednakowym odstępie czasu od chwili poddania ich wstępnym odkształceniom plastycznym. Czas ten wynosił 24 godziny, tj. tyle, ile potrzeba było na naklejenie i wysuszenie czujników tensometrycznych na próbkach. Należy tu podkreślić, że tensometry naklemano na próbkach po odkształceniu ich wstępnym obciążeniem, z wyjątkiem pierwszej serii, którą badano w stanie wyżarzonym.

Zarówno zastosowane drogi obciążenia jak i uzyskane wyniki zostały przedstawione w pierwszej ćwiartce płaszczyzny naprężeń σ_t , σ_z ; gdzie σ_t oznacza naprężenia w kierunku obwodowym, a σ_z naprężenia w kierunku osiowym próbki.

Dla każdej próbki w czasie obciążenia rejestrowano odkształcenia osiowe ϵ_z i obwodowe ϵ_t . Po przyłożeniu odpowiednio małego przyrostu obciążenia utrzymywano jego stałą wartość przez okres 5 minut i dopiero wtedy odczytywano wskazania tensometrów. Czy

niono tak dlatego, ponieważ po przyroście obciążenia materiał wykazywał znaczny ciągły przyrost odkształceń przy stałej wartości naprężeń. Odkształcenia te ustalały się nie wykazując dalszego wzrostu dopiero po okresie około 2 do 4 minut w zależności od wielkości naprężenia. Dla ujednoczenia wszystkich pomiarów, wartości odkształceń odczytywano po 5-cio minutowym okresie wyczekiwania.

Każda z próbek jednej serii była inaczej obciążana wzdłuż drogi proporcjonalnego obciążenia, odpowiadającej jednej z linii prostych poprowadzonych na płaszczyźnie naprężeń z początku układu O . Założone drogi obciążenia zaznaczono cienkimi liniami na rysunkach od 9 do 18. Ze względów technicznych rzeczywiste drogi obciążenia odbiegały nieco od teoretycznych prostych proporcjonalnego obciążenia. Zwiększano mianowicie



Rys. 7

małymi skokami kolejno wielkość siły osiowej i ciśnienia wewnętrznego, przy czym przy wzroście siły osiowej utrzymywano stałą wartość ciśnienia wewnętrznego i odwrotnie. Jednakże największe odchylenie od prostej proporcjonalnego obciążenia nie przekraczało wartości $0,3 \text{ kG/mm}^2$. Na rys. 7 przykładowo pokazano przebieg obciążenia wzdłuż jednego z promieni.

Z otrzymanych wartości przyrostów odkształceń $\Delta\varepsilon_t$ i $\Delta\varepsilon_z$, odpowiadających kolejno przebyтым odcinkom na drodze obciążenia określonym przyrostami naprężeń $\Delta\sigma_t$ i $\Delta\sigma_z$, obliczano następnie przyrost intensywności odkształceń postaciowych

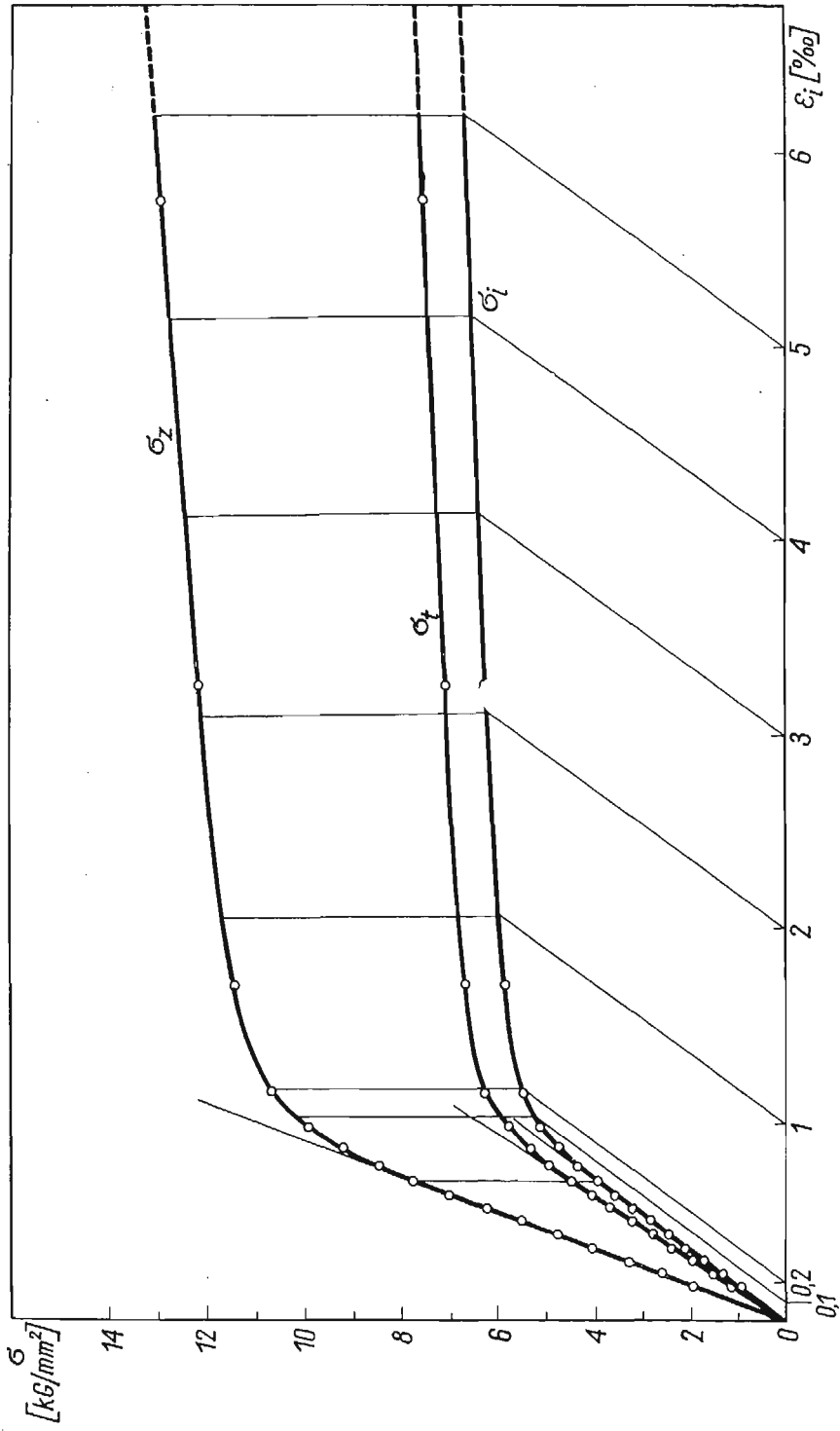
$$\Delta\varepsilon_i = \sqrt{\frac{1}{6} [(\Delta\varepsilon_t - \Delta\varepsilon_z)^2 + (\Delta\varepsilon_z - \Delta\varepsilon_h)^2 + (\Delta\varepsilon_h - \Delta\varepsilon_t)^2]},$$

gdzie $\Delta\varepsilon_h$ oznacza przyrost odkształcenia na grubości ścianki próbki. Wobec dużych trudności związanych z pomiarem zmiany grubości ścianki w czasie procesu obciążania wielkości $\Delta\varepsilon_h$ nie mierzono ale obliczano przyjmując warunek nieściśliwości materiału

$$\Delta\varepsilon_z + \Delta\varepsilon_t + \Delta\varepsilon_h = 0$$

Po uwzględnieniu warunku nieściśliwości, wzór na przyrost intensywności odkształceń postaciowych można napisać w postaci

$$\Delta\varepsilon_i = \sqrt{\frac{1}{2} (\Delta\varepsilon_t^2 + \Delta\varepsilon_z^2 + \Delta\varepsilon_h^2)}.$$



Rys. 8

Następnie obliczano intensywność odkształceń plastycznych ε_i w poszczególnych momentach procesu obciążenia sumując przyrosty $\Delta\varepsilon_i$ od początku obciążenia.

Na intensywność naprężeń stycznych przyjęto wzór w postaci

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_t - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_h)^2 + (\sigma_h - \sigma_t)^2]},$$

gdzie σ_h oznacza naprężenie ściskające skierowane po grubości ścianki i wywołane ciśnieniem oleju p działającym wewnątrz próbki. Wielkość tego naprężenia nie jest stała wzdłuż grubości ścianki i zmienia się od wartości $\sigma_h = 0$ na promieniu zewnętrznym do wartości $\sigma_h = -p$ na promieniu wewnętrznym. W obliczeniach przyjęto średnią wartość tego naprężenia $\sigma_h = -p/2$.

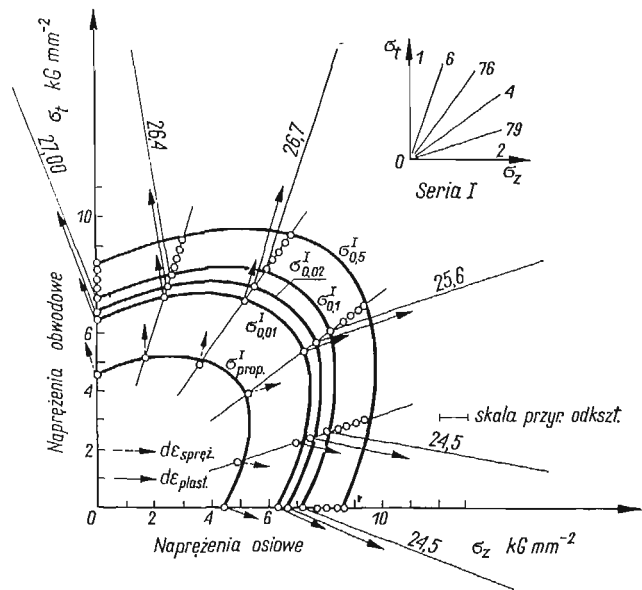
Po obliczeniu wielkości σ_i i ε_i sporządzono dla każdej próbki wykres $\sigma_i(\varepsilon_i)$. Dla przykładu na rys. 8 pokazano takie krzywe otrzymane dla jednej z próbek. Obok krzywych $\sigma_i(\varepsilon_i)$ na tych samych rysunkach naniesiono krzywe $\sigma_t(\varepsilon_i)$ i $\sigma_z(\varepsilon_i)$. Z punktów na osi ε_i , odpowiadających wartościom $\varepsilon_i^p = 0,01, 0,02, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4$, i $0,5\%$ poprowadzono proste równoległe do początkowego prostoliniowego odcinka krzywej $\sigma_i(\varepsilon_i)$. Punkty przecięcia tych prostych z krzywą σ_i przeniesiono następnie na krzywe σ_t i σ_z znajdując w ten sposób naprężenia wywołujące w próbce określoną intensywność odkształceń postaciowych ε_i^p . Tak otrzymane wartości naprężeń naniesiono na płaszczyźnie σ_t, σ_z (rys. 9–18) w postaci szeregu punktów położonych na wspólnej prostej, przedstawiającej drogę obciążenia danej próbki. Przez punkty należące do różnych próbek ale o tej samej wartości ε_i^p prowadzono następnie krzywą oznaczając ją symbolem σ_x z dolnym indeksem x określającym stałą dla niej wielkość ε_i^p . Ponadto na płaszczyźnie naprężeń wyznaczano jeszcze krzywe σ_{prop} odpowiadające początkowi zakrzywania się prostoliniowych początkowych części wykresów σ_t i σ_z (rys. 8). Należy tu jednak podkreślić, że ocena wielkości granicy proporcjonalności w dużej mierze zależy od dokładności i czułości urządzenia rejestrującego odkształcenia oraz od subiektywnej oceny prowadzącego doświadczenie.

Na krzywych $\sigma_{prop}, \sigma_{0,01}, \sigma_{0,02}$ i $\sigma_{0,1}$ wyznaczono kierunki przyrostów odkształcenia sprężystego i plastycznego. Przyrosty te pokazano na rys. 9–18 na płaszczyźnie σ_t, σ_z w postaci wektorów, a sposób ich wyznaczania podano w pracy [88]. Podstawę do wyznaczania tych przyrostów stanowią wykresy obydwu odkształceń ε_t i ε_z w funkcji jednego z naprężeń σ_z lub σ_t .

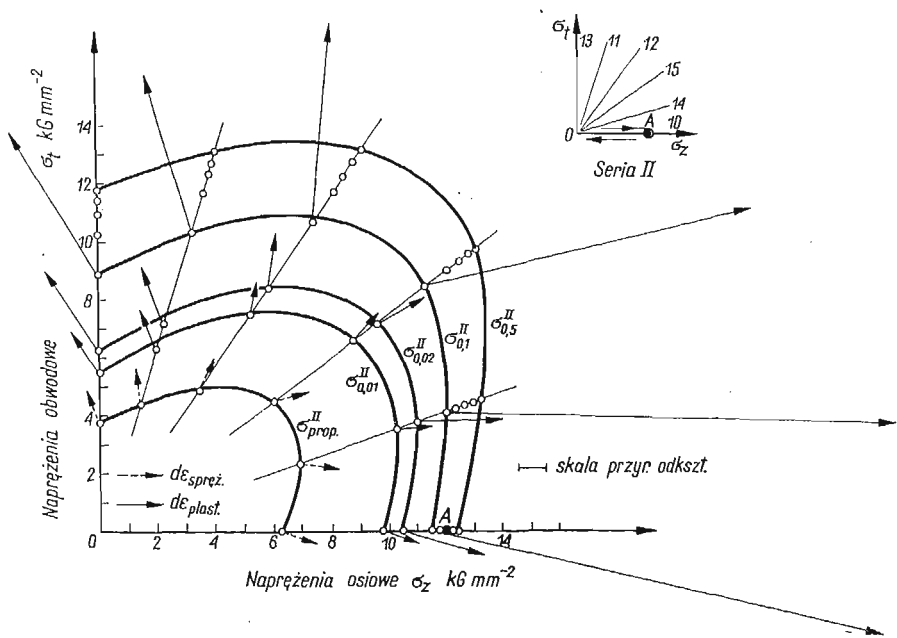
5. Wyniki pomiarów

Na rys. 9 pokazano wyniki badania próbek serii pierwszej bez uprzedniego odkształcenia plastycznego. Otrzymane punkty tylko nieznacznie odbiegają od teoretycznych elips Hubera-Misesa. Wynika stąd, że różnice własności poszczególnych próbek są niewielkie, a materiał ich jest w przybliżeniu izotropowy.

Wszystkie próbki serii drugiej zostały wstępnie jednakowo obciążone wzdłuż drogi OA , a następnie odciążone po tej samej drodze do punktu O (rys. 10). Obciążenie w punkcie A wywoływało w próbkach stan naprężenia opisany przez składowe $\sigma_z = 12 \text{ kG/mm}^2$, $\sigma_t = 0$ i $\sigma_h = 0$.



Rys. 9



Rys. 10

Po naklejeniu tensometrów na próbkach następnego dnia badano kształt powierzchni odkształconego materiału.

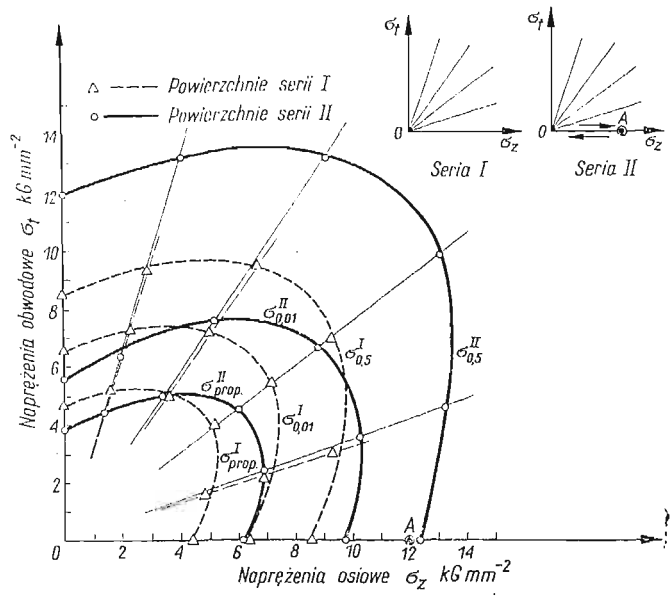
Na rys. 11 dokonano porównania otrzymanych krzywych z I i II serii. Dla przejrzystości do porównania wzięto tylko krzywe odpowiadające σ_{prop} , $\sigma_{0,01}$, i $\sigma_{0,5}$. Z porównania odpowiednich krzywych wynika, że różnią się one od siebie w sposób zasadniczy. Krzywe σ_{prop}^I i $\sigma_{0,01}^I$ są przesunięte względem elips początkowych, natomiast krzywa $\sigma_{0,5}^I$ niezbyt wiele odbiega od elipsy, jaką można otrzymać przez równomierne rozszerzenie elipsy Hubera-Misesa. Wyraźnie widać, że granica proporcjonalności dla materiału wstępnie odkształconego plastycznie wykazuje własności anizotropowe. W miarę wzrostu wartości wtórnych odkształceń plastycznych, dla których określano powierzchnie, własności te zanikają.

Serię trzecią próbek obciążono wstępnie bardziej złożonym sposobem obciążenia, co pokazano na rys. 12. Próbki obciążone początkowo identycznie jak w serii II na drodze OA i odciążone do punktu zerowego O , zostały ponownie obciążone, ale wzdłuż innej drogi OE i odciążone. Po naklejeniu tensometrów i obciążeniu próbek wzdłuż promieni pokazanych na rys. 12 znajdowano krzywe odpowiadające σ_{prop}^{III} , $\sigma_{0,01}^{III}$, ..., $\sigma_{0,5}^{III}$. Taki schemat doświadczenia zastosowano w celu stwierdzenia, czy możliwe jest, aby materiał obciążony i odciążony na drodze $OAEO$ uzyskał takie własności, jakie posiada materiał obciążony i odciążony tylko na drodze OEO . Również w tym celu wszystkie próbki serii IV obciążono wstępnie, ale tylko na drodze OE (rys. 13) pokrywającej się z drugim etapem obciążenia wstępnego próbek z serii III. Po wyznaczeniu krzywych σ_{prop}^{IV} , $\sigma_{0,01}^{IV}$, ..., $\sigma_{0,5}^{IV}$ dokonano porównania otrzymanych wyników. Na rys. 14 podano porównanie serii II i III, natomiast na rys. 15 podano porównanie wyników uzyskanych z serii III i IV. Jak wynika z rys. 15, odpowiednie krzywe dla tych dwóch serii mają przebieg bardzo zbliżony do siebie.

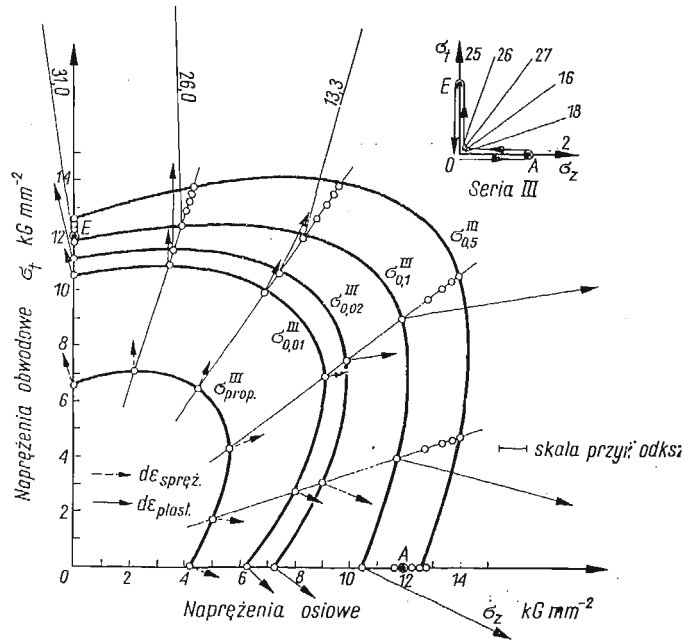
W analogiczny sposób zbadano dalsze dwie serie próbek, piątą (rys. 16) i szóstą (rys. 17) stosując dłuższą drogę wstępnego obciążenia na drugim jej odcinku OF . Porównania otrzymanych krzywych z obu tych serii dokonano na rys. 18. Bardzo dobra zgodność przebiegu porównywanych krzywych jeszcze bardziej potwierdza wnioski uzyskane na próbkach w serii III i IV. Otrzymane wyniki pozwalają stwierdzić, że jeżeli próbki już raz obciążone i odciążone na drodze OA obciążymy ponownie ale na innej drodze, to mogą one wykazywać własności takie, jak próbki obciążone tylko tym drugim odcinkiem obciążenia wstępnego, o ile wielkość tej drugiej drogi jest dostatecznie duża w porównaniu z pierwszą. Dla tego przypadku można przyjąć, że już dla serii III i IV nastąpiła zgodność w przebiegu krzywych. Dla serii tych drogi wstępnego obciążenia przebiegały po linii $OAEO$ i OEO . Wielkość intensywności naprężeń wywołanych obciążeniem na drodze OE jest tutaj równa w przybliżeniu intensywności naprężeń wywołanych obciążeniem na pierwszym odcinku drogi OA .

Otrzymane wyniki w zupełności potwierdzają wnioski o zanikającej pamięci materiału, spostrzeżone w pracy [71] podczas badania próbek przy innym schemacie obciążenia.

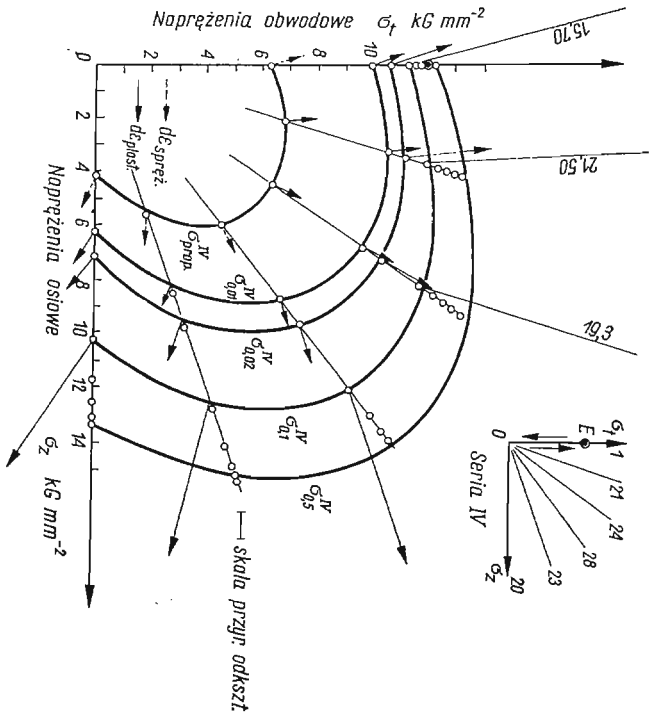
Dla wszystkich serii próbek na krzywe odpowiadające granicy proporcjonalności naniesiono wektory odkształcenia sprężystego, a na krzywych $\sigma_{0,01}$, $\sigma_{0,02}$ i $\sigma_{0,1}$ pokazano wektory przyrostów odkształcenia plastycznego. Wektory te są na ogół prostopadłe do powierzchni, dla których zostały wyznaczone.



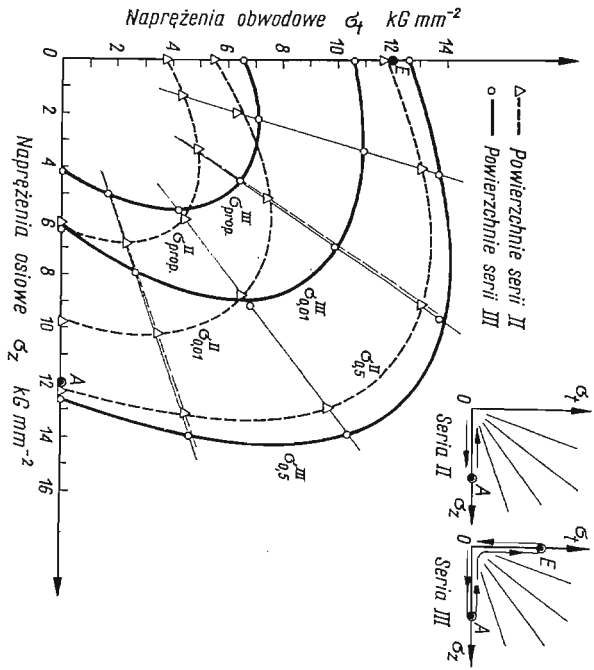
Rys. 11



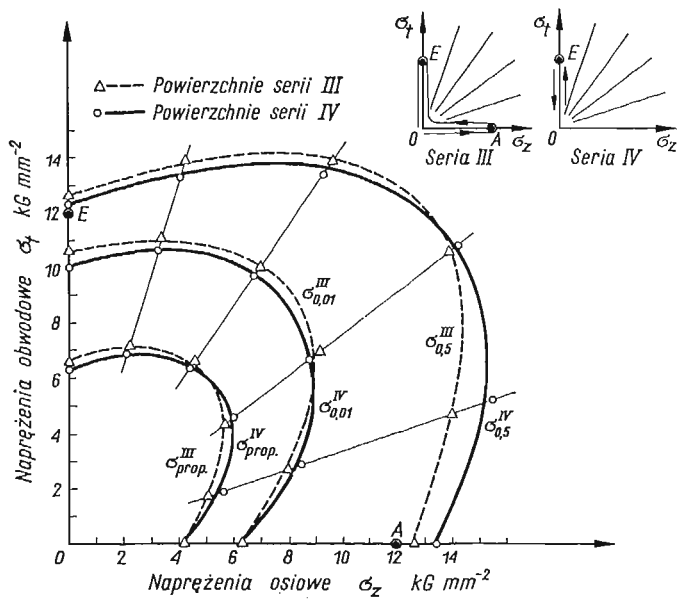
Rys. 12



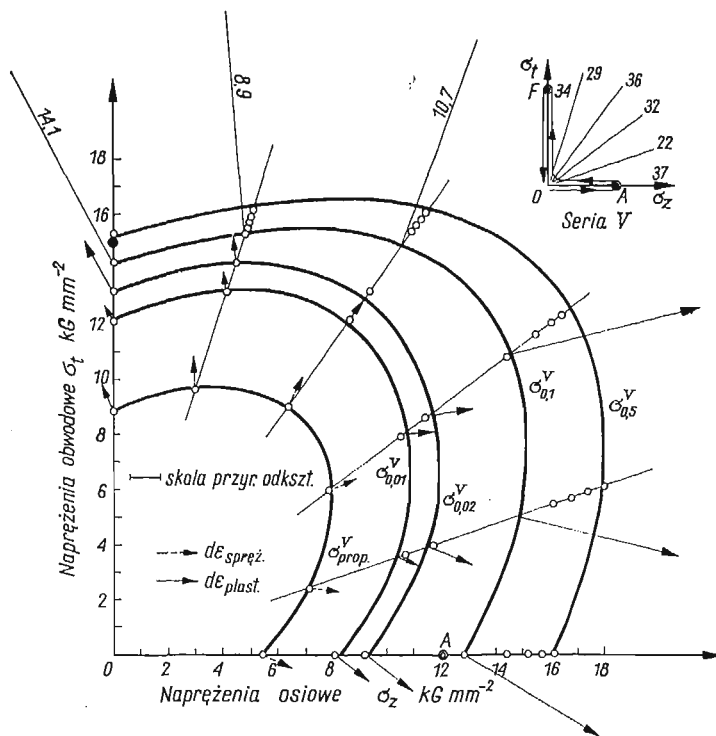
Rys. 13



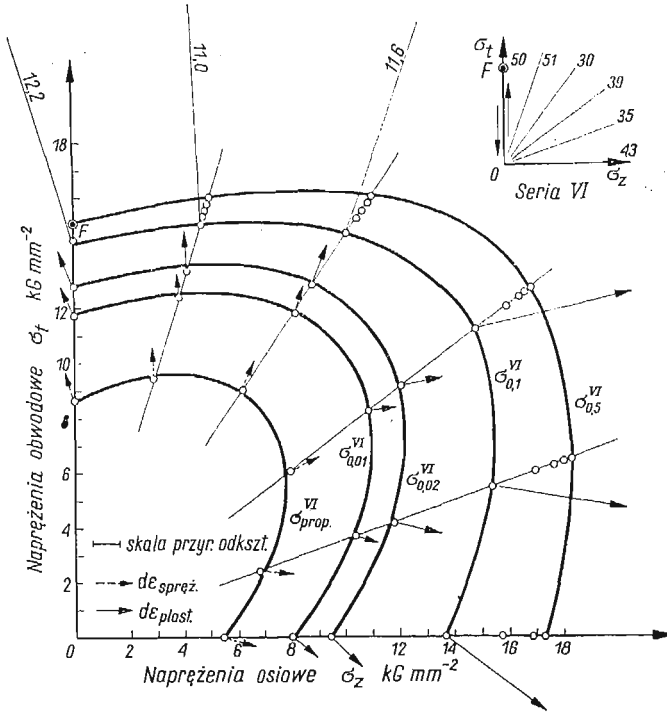
Rys. 14



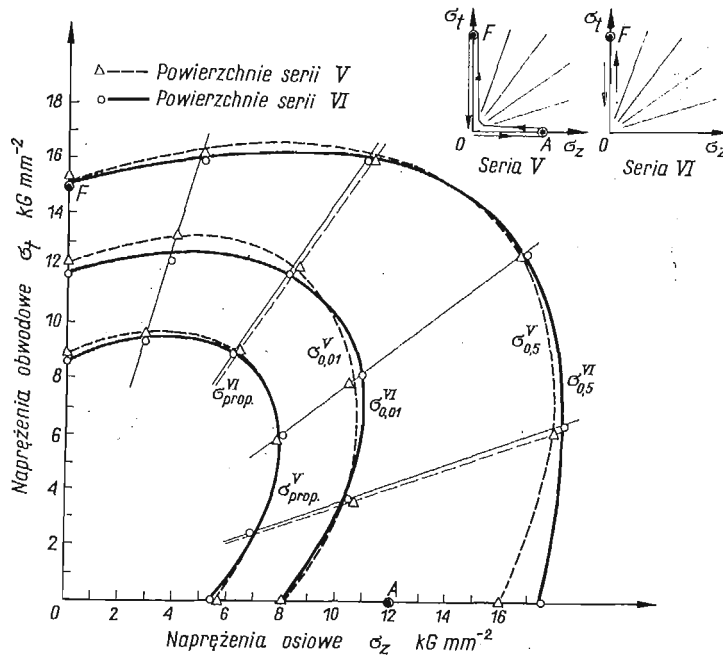
Rys. 15



Rys. 16



Rys. 17



Rys. 18

6. Analiza wyników

6.1. Początkowa powierzchnia plastyczności. W rozdziale pierwszym omówione zostały dwa najbardziej rozpowszechnione warunki plastyczności tj. warunek stałego największego naprężenia stycznego i warunek stałej intensywności naprężeń stycznych.

Doświadczalne sprawdzenie ważności tych warunków odbywa się z reguły na próbkach rurkowych poddanych bądź obciążeniu osiowemu i równoczesnemu działaniu ciśnienia wewnętrznego, bądź równoczesnemu działaniu rozciągania ze skręcaniem.

G. J. TAYLOR i H. QUINNEY [1] poddając rozciąganiu i skręcaniu cienkościennie próbki rurkowe ze stali, miedzi i aluminium otrzymali wyniki zgodne z warunkiem plastyczności Hubera-Misesa. Potwierdzenie warunku stałej wartości intensywności naprężeń stycznych przy badaniu stopów aluminium uzyskali również P. M. NAGHDI, F. ESSENBURG i W. KOFF [37], L. W. HU i J. F. BRATT [38] oraz W. SZCZEPIŃSKI [55], przy badaniu stali A. M. ŻUKOW [34, 72, 73], R. A. ARUTUNIAN [60] oraz G. B. TALYPOW [45, 46, 47, 62], przy badaniu niklu Ju. I. JAGN i O. A. SZYSZMARIEW [39], przy badaniu miedzi G. B. TALYPOW [61] i przy badaniu mosiądzu J. MIASTKOWSKI i W. SZCZEPIŃSKI [70, 71]. Rozmieszczenie punktów doświadczalnych blisko elipsy Hubera-Misesa uzyskano również w tej pracy.

W. A. BAŁDIN i W. I. TROFIMOW [74] poddając płaskie próbki stalowe jednoczesnemu rozciąganiu w dwóch prostopadłych do siebie kierunkach uzyskali potwierdzenie warunku plastyczności Treski. Sposób wykonania próbek nie gwarantował jednak jednorodnego stanu odkształcenia w płaszczyźnie rozciągania.

Z przytoczonych danych wynika potwierdzenie słuszności warunku Hubera-Misesa dla prawie wszystkich badanych metali. Wobec tego można uważać warunek Hubera-Misesa za dostatecznie bliski rzeczywistym własnościom metali, a warunek Treski za przybliżony. W obliczeniach praktycznych stosuje się jednak obydwie warunki, gdyż warunek Treski jest bardzo wygodny ze względu na swoją prostotę.

Chociaż warunek stałej intensywności naprężeń stycznych okazuje się lepszy od warunku stałego maksymalnego naprężenia stycznego, to jednak istnieją dane doświadczalne, z których wynika, że forma funkcji naprężeń stycznych powinna mieć bardziej złożoną formę. Wynika to przede wszystkim z badań przeprowadzonych przez W. LODE'A [81] na rurkach cienkościennych ze stali, miedzi i niklu, poddawanych obciążeniu osiowemu i ciśnieniu wewnętrznemu. Otrzymane punkty doświadczalne leżą między powyższymi krzywymi warunków plastyczności układając się bliżej krzywej odpowiadającej warunkowi stałej intensywności naprężeń stycznych. Podobne wyniki wskazujące większą zgodność z warunkiem Hubera-Misesa uzyskali również M. ROŠ i A. EICHINGER [82] na stalowych próbkach rurkowych identycznie obciążonych jak w pracy W. LODE'A. Z nowszych prac należy wymienić badania przeprowadzone przez J. MARINA, B. H. ULRICHA, i W. P. HUGES'A [83], J. MARINA i L. HU [35], P. K. BERTSCHA i W. N. FINDLEY'A [49] oraz przez P. S. THEOCARISA i C. R. HAZELLA [67]. Z prac tych wynika również, że powierzchnia plastyczności przebiega między powierzchnią wyznaczoną z warunku Treski a powierzchnią wyznaczoną z warunku Hubera-Misesa, ale znacznie bliżej elipsy Hubera-Misesa. Podobne wyniki uzyskali również G. L. BARAYA i I. PARKER [54] przy badaniu aluminium. Do znalezienia powierzchni plastyczności używali próbek w kształcie pasków z nacięciami.

6.2. Wtórna powierzchnia plastyczności. Z przytoczonego przeglądu prac doświadczalnych wynika, że tylko nieliczne eksperymenty potwierdzają koncepcję izotropowego rozszerzania się powierzchni plastyczności pod wpływem wstępnych odkształceń plastycznych. Między innymi można do nich zaliczyć prace G. J. TAYLORA i H. QUINNEY'A [1], D. M. CUNNINGHAMA, E. G. THOMSONA i J. E. DORNA [22] oraz J. PARKERA i M. B. BASSETTA [56]. Wszyscy pozostali badacze wraz z autorem tej pracy uważają, że wtórna powierzchnia plastyczności ulega przesunięciu w kierunku wstępnego odkształcenia plastycznego i jednoczesnej deformacji. Wartość przesunięcia zależy od efektu Bauschingera, wielkości wstępnego odkształcenia plastycznego oraz od przyjętej definicji powierzchni płynięcia. Wyraźnie bowiem widać, że dla powierzchni plastyczności odpowiadających większym wartościom intensywności odkształceń plastycznych przesunięcie to jest mniejsze od przesunięcia granicy proporcjonalności czy powierzchni wyznaczonej dla mniejszej wartości intensywności odkształceń trwałych. Wyraźnie widać to w pracach JU. I. JAGNA i O. A. SZYSZMARIEWA [39], W. SZCZEPIŃSKIEGO [55] oraz J. MIASTKOWSKIEGO i W. SZCZEPIŃSKIEGO [70, 71]. Identyczne wyniki zanotowano również i w tej pracy.

Na podstawie znanych wyników doświadczalnych można stwierdzić z dużą pewnością, że wtórna powierzchnia plastyczności przesuwana się w kierunku wstępnego obciążenia. Niejasne tylko pozostaje w dalszym ciągu zachowanie się jej w kierunku prostopadłym do kierunku wstępnego odkształcenia.

Z doświadczenia P. S. THEOCARISA i C. R. HAZELLA [67] wynika, że wtórna powierzchnia plastyczności wychodzi na zewnątrz początkowej w kierunku prostopadłym do kierunku wstępnego obciążenia. Podobne wyniki uzyskali również w swoich doświadczeniach J. PARKER i M. B. BASSETT [56] oraz R. A. ARUTUNIAN [60]. Na to, że wtórna powierzchnia płynięcia wychodzi na zewnątrz początkowej w kierunku prostopadłym do wstępnego obciążenia, wskazują również wyniki uzyskane w tej pracy.

Inni badacze a wśród nich P. M. NAGHDI, F. ESSENBURG i W. KOFF [37], H. G. MC COMB [41] oraz H. J. IVEY [48] stwierdzają, że wtórna powierzchnia płynięcia pozostaje nieodkształcona w kierunku prostopadłym do kierunku wstępnego odkształcenia, podczas gdy L. W. HU i J. F. BRATT [38] oraz J. MIASTKOWSKI i W. SZCZEPIŃSKI [70] podają, że wtórna powierzchnia płynięcia leży wewnątrz początkowej w kierunku prostopadłym do wstępnego obciążenia. Wydaje się, że zjawisko to w dużej mierze uzależnione jest od wielkości wstępnego obciążenia.

Oprócz przesunięcia powierzchnia plastyczności może w pewnych przypadkach ulec obrotowi, co wynika z badań przeprowadzonych przez J. MIASTKOWSKIEGO i W. SZCZEPIŃSKIEGO [70], J. PARKERA i M. B. BASSETTA [56] oraz W. M. MAIRA i H. PUGHA [59].

Innym bardzo dyskusyjnym zagadnieniem jest sprawa istnienia naroża na powierzchni plastyczności. Z przytoczonego przeglądu widać, że wiele prac doświadczalnych poświęcono temu problemowi. Część badaczy a wśród nich P. M. NAGHDI, J. C. ROWLEY i C. W. BEADLE [33], L. W. HU i J. F. BRATT [38], H. G. MC COMB [41], A. PHILLIPS [42, 43, 44], P. K. BERTSCH i W. N. FINDLEY [49] oraz P. S. THEOCARIS i C. R. HAZELL [67] wskazują na istnienie rogów na powierzchni plastyczności występujących w kierunku wstępnego obciążenia. Jednak wyniki większości badaczy nie potwierdzają istnienia naroży na powierzchni płynięcia.

7. Wnioski

1. Dane otrzymane przy badaniu początkowej powierzchni plastyczności wykazują dobrą zgodność z warunkiem Hubera-Misesa. Wobec tego można uważać warunek Hubera-Misesa za dostatecznie bliski rzeczywistym własnościom metali, a warunek Treski za przybliżony.

Chociaż warunek stałej wartości intensywności naprężeń stycznych okazuje się lepszy od warunku stałego maksymalnego naprężenia stycznego, istnieją dane doświadczalne, z których wynika, że forma funkcji naprężeń stycznych powinna mieć bardziej złożoną postać.

2. Pod wpływem odpowiednio dużego obciążenia wtórnego materiał zapomina o swojej pierwotnej historii obciążenia i zachowuje się tak jak materiał obciążony tylko tym późniejszym sposobem obciążenia.

3. Sporne jest zagadnienie, które z powierzchni należy utożsamiać z powierzchnią plastyczności. Chociaż bowiem pierwsze odkształcenia plastyczne zaczynają występować po przekroczeniu granicy proporcjonalności, to jednak osiągają one wielkość równą odkształceniom sprężystym dopiero na powierzchni $\sigma_{0,01}$, a są wyraźnie od nich większe na powierzchni $\sigma_{0,02}$. Przyjęcie jednej wspólnej definicji granicy płynięcia przez wszystkich badaczy dostarczyłoby szerszych możliwości porównywania otrzymanych wyników doświadczalnych. Za taką powierzchnię plastyczności można np. przyjąć linię, na której odkształcenia plastyczne są równe odkształceniom sprężystym.

4. Wektory przyrostów odkształcenia plastycznego są na ogół normalne do odpowiednich powierzchni, ale w kilku przypadkach stwierdzono odchylenie od kierunku normalnego. Należy jednak pamiętać, że każda z powierzchni została otrzymana w wyniku pomiaru kilku próbek, które mogły mieć nieco inne własności. Mogło to minimalnie wpłynąć na kształt powierzchni.

Literatura cytowana w tekście

1. G. J. TAYLOR and H. QUINNEY, *The plastic distortion of metals*, Phil. Trans. Roy. Soc., A 230, 1931, 323–362.
2. F. K. G. ODQUIST, *Die Verfestigung von Flusseisenähnlichen Körpern*, Zeits. angew. Math. Mech., 13 (1933), 360–363.
3. S. B. BATDORF, B. BUDIANSKY, *Polyaxial stress-strain relations of strain-hardening metal*, J. Appl. Mech., 4, 21 (1954).
4. S. B. BATDORF, B. BUDIANSKY, *A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip*, NACA TN, 1871, 1949.
5. T. N. LIN, *A proposed theory of plasticity based on slips*, Proc. of the Second USA Congr. of Appl. Mech., 1954.
6. E. MELAN, *Zur Plastizität des räumlichen Kontinuums*, Ing.-Arch., 9 (1938), 116–126.
7. А. Ю. ИШЛИНСКИЙ, *Общая теория пластичности с линейным упрочнением*, Укр. мат. журн. 3, 6 (1954), 314–324.
8. W. PRAGER, *The theory of plasticity — a survey of recent achievements*, James Clayton Lecture, Proc. Inst. Mech. Engrs., 169, 1955, 41–57.
9. R. T. SHIELD, H. ZIEGLER, *On Prager's hardening rule*, Zeits. angew. Math. Phys. (1958), 260–276.
10. F. EDELMAN, D. C. DRUCKER, *Some extension of elementary plasticity theory*, J. Franklin Inst., 6, 251 (1951), 581–605.

11. W. T. KOITER, On partially plastic thick-walled tubes, Biezeno Ann. Vol., Haarlem, 1953, 232–251.
12. J. L. SANDRES, *Plastic stress-strain relations based on linear loading functions*, Proc. 2-nd U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1954, 445–460.
13. P. G. HODGE, *A general theory of piecewise linear plasticity based on maximum shear*, J. Mech. Phys. Solids, 5, 1957, 242–260.
14. W. PRAGER, *On the use of singular yield conditions and associated flow rules*, J. Appl. Mech., 20, 1953, 317–320.
15. J. F. BESSELING, *A Theory of Plastic Flow for Anisotropic Hardening in Plastic Deformation of an Initially Isotropic Material*, Nat. Luchtvaartlab., Amsterdam, Rep. S — 410, 1953.
16. Ю. И. КАДАШЕВИЧ, В. В. НОВОЖИЛОВ, *Теория пластичности учитывающая остаточные микронапряжения*, Прикл. Мат. Мех., 1, 22 (1958).
17. Т. ЛЕНМАН, *Ein neuer Ansatz für plastische Formänderungen mit Kaltverfestigung*, Zeits. angew. Math. Mech., 1958 (Juli, August).
18. Т. ЛЕНМАН, *Anisotrope plastische Formänderungen*, Rheol. acta, 4, 3, 281–285.
19. Г. И. БЫКОВЦЕВ, В. В. ДУДУКАЛЕНКО, Д. Д. ИВЛЕВ, *О функциях нагружения анизотропного упрочняющегося пластического материала*, ПММ АН СССР, 4, 28 (1964).
20. А. BALDOW, А. SAWCZUK, *A rule of anisotropic hardening*, Acta Mechanica, 2, 1 (1965), 81–92.
21. Z. MRÓZ, *On the description of anisotropic workhardening*, J. Mech. Phys. Solids, 15 (1967), 163–175.
22. D. M. CUNNINGHAM, E. G. THOMSON, J. E. DORN, *Plastic flow of a magnesium alloy under biaxial stresses*, Proc. ASTM, 47 (1947), 546–553.
23. D. C. DRUCKER, *The significance of the criterion for additional plastic deformation of metals*, J. Colloid Sci., 3, 4 (1949), 299–311.
24. F. S. SHAW, G. W. WYCHERLEY, *Experiment on the plasticity of metals the octahedral shear stress loading criterion*, Structure and Materials, Note 181, Department of Supply on Development, Australia, March, 1950.
25. R. W. PETERS, N. F. DOW, S. B. BATDORF, *Preliminary experiments for testing basic assumptions of plasticity theories*, Proc. Soc. Exp. Stress Analy., 7 (1950), 127–140.
26. H. SICALA, *Sobre la Teoria de Batdorf y Budiansky de la Deformacion Plastica*, Rev. Univ. Nac. Cordoba (Arg.), 13 (1950), 401–405.
27. D. C. DRUCKER, *A more fundamental approach to plastic stress-strain relations*, Proc. 1st. US Congr. Appl. Mech., 1951, 487–491.
28. B. BUDIANSKY, N. J. DOW, R. W. PETERS, R. P. SHEPHERD, *Experimental studies of polyaxial stress-strain laws of plasticity*, Proc. 1st. US Nat. Congr. Appl. Mech., 1951, 503–512.
29. J. L. M. MORISON, W. M. SHEPHERD, *An experimental investigation of plastic stress-strain relations*, Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, 163, 1950, 1–9.
30. D. C. DRUCKER, F. D. STOCKTON, *Instrumentation and fundamental experiments in plasticity*, Proc. SESA, 2, 10 (1953), p. 127.
31. J. MARIN, L. HU, *On the validity of plastic flow of metals*, Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs., 75, N. 6, 1953.
32. P. M. NAGHDI, J. C. ROWLEY, *An experimental study of biaxial stress-strain relations in plasticity*, J. Mech. Phys. Solid., 3, 1954, 60–80.
33. P. M. NAGHDI, J. C. ROWLEY, C. W. BEADLE, *Experiments concerning the yield surface and the assumption of linearity in the plastic stress-strain relations*, J. Appl. Mech., 22 (1955), 416–420.
34. А. М. ЖУКОВ, *О пластических деформациях изотропного металла при сложном нагружении*, Изв. АН СССР ОТН, 12, 1956.
35. J. MARIN, L. HU, *Biaxial plastic stress-strain relations of a mild steel for variable stress ratio*, Trans. ASME, 3, 78 (1956).
36. В. А. СВЕШНИКОВА, *О пластическом деформировании упрочняющихся металлов*, Изв. АН СССР, 1, 1956.
37. P. M. NAGHDI, F. ESSENBERG, W. KOFF, *An experimental study of initial and subsequent yield surfaces in plasticity*, J. Appl. Mech., 25 (1958), 201–209.
38. L. W. HU, J. F. BRATT, *Effect of tensile plastic deformation on yield condition*, J. Appl. Mech., 25 (1958) p. 441.

39. Ю. И. ЯГН, О. А. ШИШМАРЕВ, *Некоторые результаты исследования границ упруго-эластичности растянутых образцов никеля*, ДАН СССР, Т. 119, 1, 1958, 46–48.
40. А. М. ЖУКОВ, *Некоторые особенности кривой нейтрального нагружения*, Изв. АН СССР ОТН, 8, 1958.
41. H. G. Mc COMB, *Some experiments concerning subsequent yield surfaces in plasticity*, NASA T.N. D — 396, 1960, p. 33.
42. A. PHILLIPS, *An experimental investigation on plastic stress-strain relations*, Proc. IXth Intern. Congr. Appl. Mech., 1956, 23–33.
43. A. PHILLIPS, *Pointed vertices in plasticity*, Proc. 2nd Symp. Naval Structural Mech., 1960, 202–214.
44. A. PHILLIPS, G. GRAY, *Experimental investigation of corners in the yield surface*, J. Basic Eng., Trans. of the ASME, Ser. D, 1961.
45. Г. Б. ТАЛЫПОВ, В. Н. КАМЕНЦЕВ, *Исследование границ текучести и некоторых других эффектов при сложном нагружении*, Механика, Ученые записки ЛГУ, 280, серия математических наук, В. 35, 1960.
46. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *Границы текучести и разрушения малоуглеродистой стали в случае простого и сложного нагружения, Влияние старения*, Изв. АН СССР, Отд. Тех. Наук, 6, 1961.
47. Г. Б. ТАЛЫПОВ, А. И. ЧИСТЯКОВ, *Влияние больших предварительных пластических деформаций на границу текучести малоуглеродистой стали*, Сб. Исслед. по Упругости и Пластичности, 3, Изд. Ленинград. Ун-т., 1963, 29–251.
48. H. J. IVEY, *Plastic stress-strain relations and yield surfaces for aluminium alloys*, J. Mech. Eng. Sc., 3, 1961, pp. 15–31.
49. P. K. BERTSCH, W. N. FINDLEY, *An experimental study of subsequent yield surfaces, corners, normality, Bauschinger and allied effect*, Proc. 4th US Nat. Congr. Appl. Mech., 1962.
50. B. PAUL, W. CHEN, L. LEE, *An experimental study of plastic flow under stepwise increments of tension and torsion*, Proc. 4th US Nat. Congr. Appl. Mech., 2 (1962).
51. О. А. ШИШМАРЕВ, *Изучение участка границы текучести противоположной точке нагружения*, Изв. АН СССР, ОТН., Мех. и Машиностроение, 4, 1962, 159–164.
52. О. А. ШИШМАРЕВ, *Исследование границ текучести пластически деформированных образцов никеля*, Инженерный Ж., 4, 3 (1963), 740–747.
53. R. WOOLEY, *The Bauschinger effect in some face-centred and body centred cubic metals*, Philos. Mag., 1953, 353.
54. G. L. BARAYA, I. PARKER, *Determination of yield surfaces by notched strip specimens*, Internat. J. Mech. Sci., 4, 5 (1963), 353–363.
55. W. SZCZEPIŃSKI, *On the effect of plastic deformation on yield condition*, Arch. Mech. Stos., 2, 15 (1963), 275–296.
56. J. PARKER, M. B. BASSETT, *Plastic stress-strain relationships — Some experiments to derive a subsequent yield surface*, J. Appl. Mech., 4, 31 (1964).
57. S. S. GILL, J. PARKER, *Plastic stress-strain relationship. Some experiments on the effect of loading path and loading history*, J. Appl. Mech., 26 (1959), 77–87.
58. J. PARKER, J. KETTLEWEL, *Plastic stress-strain relationship. Further experiments on the effect of loading history*, J. Appl. Mech., 28 (1961), 439–446.
59. W. M. MAIR, H. PUGH, *Effect of prestrain on yield surfaces in copper*, J. Mech. Eng. Sci., 2, 6 (1964), 150–163.
60. Р. А. АРУТЮНЯН, *О циклическом нагружении упруго-пластической среды*, Изв. АН СССР Мех. и Машиностр., 4, 1964, 89–91.
61. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *Влияние предварительной пластической деформации на границы текучести и разрушения меди*, Исследования по упругости и пластичности, сб. 4, Изд. ЛГУ, 1965.
62. А. И. ЧИСТЯКОВ, *Влияние предварительной пластической деформации на границу текучести стали марки Ст. 45*, Исслед. по упруг. и пластичности, сб. 4, Изд. ЛГУ, 1965.
63. Г. Б. ТАЛЫПОВ, В. Н. КАМЕНЦЕВ, *Влияние предварительной пластической деформации и естественного старения на границы текучести и разрушения*, Исслед. по упруг. и пластичности, сб. 1, Изд. ЛГУ, 1961.

64. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *Исследование влияния предварительной пластической деформации и естественного старения на поведение малоуглеродистой стали*, Исслед. по упруг. и пластичности, сб. 2, Изд. ЛГУ, 1963.
65. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *О влиянии естественного старения на границу текучести*, сб. 3, Исслед. по упруг. и пластичности ЛГУ, 1964, 246–248.
66. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *Влияние больших предварительных пластических деформаций и естественного старения на границу текучести малоуглеродистой стали*, Исслед. по упруг. и пластич. сб. 4, Изд. ЛГУ, 1965.
67. P. S. THEOCARIS, C. R. HAZELL, *Experimental investigation of subsequent yield surfaces using the moire method*, J. Mech. Phys. Solids, 5, 13 (1965), 281–294.
68. BUI HUY DUONG, *On étudie la variation avec l'écroutissage, de la frontière de plasticité sur des éprouvettes métalliques soumises a torsion et traction (ou compression) combinées*, Plasticite — Ecroutissage des metaux, C. R. Acad. Sc., Paris, 259 (1964), 4509–4512.
69. D. R. JENKINS, *Kinematic-hardening in zinc-alloy tubes*, J. Appl. Mech., 32, Trans. ASME, ser. E, 1965, 849–858.
70. J. MIASTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *An experimental study of yield surfaces of prestrained brass*, Internat. J. of Solids and Structures, 1 (1965), 189–194.
71. J. MIASTKOWSKI, *Wpływ historii obciążenia na powierzchnię plastyczności*, Mech. Teor. i Stos., 2, 4 (1966), 5–16.
72. А. М. ЖУКОВ, *Пластические свойства и разрушение стали при двухосном напряженном состоянии*, Инж. сбор., 20 (1954).
73. А. М. ЖУКОВ, *Пластические деформации стали при сложном нагружении*, Изв. АН СССР ОТН, 11, 1956.
74. В. А. БАЛДИН, В. И. ТРОФИМОВ, *Экспериментальное исследование условия текучести строительной стали на плоских образцах*, Изв. АН СССР ОТН, 3, 1958.
75. А. А. ИЛЬЮШИН, *О связи между напряжениями и малыми деформациями в механике сплошных сред*, ПММ, 6, 1954.
76. В. Д. КЛЮШНИКОВ, *О законах пластичности для материала с упрочнением*, ПММ, 22 (1958), 97–118.
77. В. С. ЛЕНСКИЙ, *Некоторые новые данные о пластичности металлов при сложном нагружении*, Изв. АН СССР, ОТН, 5, 1960.
78. В. С. ЛЕНСКИЙ, *Экспериментальная проверка законов изотропии и запаздывания при сложном нагружении*, Изв. АН СССР, ОТН, 11, 1958.
79. G. LIANIS, H. FORD, *An experimental investigation of the yield criterion and the stress-strain law*, J. Mech. Phys. Solids, 3, 5 (1957).
80. L. DIETRICH, *Teoretyczna i doświadczalna analiza nośności granicznej pręta o niesymetrycznie nachylonych krawędziach*, Mech. Teoret. i Stos. 3, 4 (1966).
81. W. LODE, *Versuche über den Einfluss der mittleren Hauptspannung auf das Fließen der Metalle — Eisen, Kupfer und Nickel*, Z. Physik, 36 (1926), 913.
82. M. ROŠ, A. EICHINGER, *Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr III*, Metalle — Eidgenoss, Materialprüf. u. Versuchsanstalt Ind. Bauw. u. Gewerke, Zurich 1929.
83. J. MARIN, B. H. ULRICH, W. P. HUGES, *Plastic stress-strain relations for aluminium alloy subjected to biaxial tensile stresses*, NACA, Tech. Note, 2425, 1951.
84. W. PRAGER, *A new method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids*, J. Appl. Mech., 23 (1956), 493–496.
85. H. ZIEGLER, *A modification of Prager's hardening rule*, Quart. Appl. Math., 17 (1959), 55–65.
86. F. STASSI-D'ALIA, *A Limiting Condition of Yielding and its Experimental Confirmations*, Pubblicazione dello Istituto di Tecnologie Meccaniche Della Università di Palermo, 1959.
87. A. PHILLIPS, R. L. SIERAKOWSKI, *On the concept of the yield surface*, Acta Mechanica, 1, I, 1965.
88. J. MIASTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *Doświadczalne badanie powierzchni plastyczności wstępnie odkształconego mosiądzu*, Mech. Teor. Stos., 2, 3 (1965), 55–66.

Резюме

ВЛИЯНИЕ ИСТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТЬ ТЕКУЧЕСТИ. ЧАСТЬ II

В работе представлены результаты исследования начальной поверхности текучести и ее поведение под влиянием предварительных пластических деформаций. Эксперименты проводились на тонкостенных трубчатых образцах, изготовленных из латуни М63, подверженных одновременному действию осевой силы и внутреннего давления.

Предварительные пластические деформации трубок достигались по двум разным схемам нагружения. По первой схеме, образцы подвергались предварительному растяжению σ_z , вплоть до некоторого постоянного значения напряжения, а затем, после разгрузки, образцы подвергались внутреннему давлению σ_t до установленных значений напряжения. По второй схеме, образцы подвергались только предварительным нагрузкам σ_t , по вплоть до тех же самых значений напряжения, которое применялось при нагрузках согласно первой схеме.

Для отдельных случаев нагружения, определялось положение различных поверхностей текучести, соответствующих разным значениям остаточной деформации.

Путем сравнения соответствующих поверхностей, полученных для обеих схем предварительного пластического деформирования, проводился анализ схем эффекта «памяти» материала. Результаты экспериментов показывают, что при соответственно большей деформации по направлению σ_t , материал «забывает» о свойствах приобретенных во время предварительной деформации по направлению σ_z и, ведет себя так, как материал предварительно деформированный только вдоль оси σ_t .

В работе дается, также, обзор экспериментальных работ по исследованию поверхностей текучести материалов до и после предварительной пластической деформации.

Summary

ON THE EFFECT OF THE PRESTRAINING HISTORY ON THE YIELD SURFACE. PART II

Experimental results for tubular specimens of a M 63 brass, subjected to combined biaxial tension are presented in the study of the effect of the prestraining history on the shape of the yield surface.

Each of the two groups of specimens has been prestrained in a different manner. In the first group all the specimens were prestrained by the axial tensile force until certain constant stress beyond the initial yield locus. Then after unloading, they were loaded by internal pressure until certain stress, different for each of three subgroups. Specimens belonging to the second group were loaded only by the internal pressure until the same stress levels as the specimens of the first group.

For each particular case of prestraining history, yield surfaces for various definitions of the yield locus corresponding to different values of plastic deformations have been found.

Comparing the respective yield surfaces obtained for both prestraining paths, the effect of the "memory" of the material has been analysed. The experimental results show that if the prestraining by internal pressure is sufficiently large, the material does not "remember" the initial prestraining by axial force, and its behaviour is the same as the behaviour of the material prestrained by internal pressure only.

Presented is also a review of the experimental papers concerning the investigation of the yield surfaces.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NUK

Praca została złożona w Redakcji dnia 18 września 1967 r.
