

TEORIA STANU UPORZĄDKOWANEGO  
I MOŻLIWOŚCI JEJ ZASTOSOWANIA

WIESŁAW GOGÓŁ (WARSZAWA)

1. Oznaczenia

- $a$  dyfuzyjność cieplna,  
 $A_n$  stałe określone z warunku początkowego,  
 $b$  stosunek temperatur dwu dowolnych punktów ciała w stanie uporządkowanym,  
 $Bi = al/\lambda$  liczba Biota,  
 $c$  ciepło właściwe,  
 $C = c\varrho V$  pojemność cieplna,  
 $f_0(x, y, z)$  pole temperatury w chwili początkowej,  
 $F$  powierzchnia wewnętrzna termostatu,  
 $Fo = a\tau/l^2$  liczba Fouriera,  
 $H = (a/\lambda)(KS/V)$  zmodyfikowana liczba Biota,  
 $K$  współczynnik kształtu,  
 $l$  wymiar (wymiar określający ciało),  
 $m$  tempo chłodzenia,  
 $M = mK/a$  liczba podobieństwa,  
 $n$  liczba porządkowa; kierunek normalnej,  
 $P = l\sqrt{m/a}$  liczba podobieństwa,  
 $q$  tempo chłodzenia (pozorne),  
 $r$  promień,  
 $R$  promień walca lub kuli,  
 $S$  powierzchnia ciała,  
 $t$  temperatura,  
 $t_f$  temperatura ośrodka,  
 $t_0$  temperatura początkowa ciała (wyrównana),  
 $t_s$  temperatura powierzchni ciała,  
 $T_s$  temperatura bezwzględna powierzchni ciała,  
 $T_p$  temperatura bezwzględna powierzchni otaczających ciało ochładzane,  
 $U_n$  funkcje współrzędnych,  
 $V$  objętość ciała,  
 $x$  współrzędna liniowa,  
 $y$  współrzędna liniowa,  
 $z$  współrzędna liniowa,  
 $Z$  wysokość walca,  
 $\alpha$  współczynnik przejmowania ciepła,  
 $\alpha_k$  współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję,  
 $\alpha_r$  współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie,  
 $\delta$  połowa grubości płyty,

$\varepsilon$	emisyjność
$\varepsilon$	błąd względny,
$\vartheta = t - t_f$	różnica temperatury dowolnego punktu ciała i temperatury ośrodka (temperatura odniesiona do temperatury ośrodka),
$\theta = \frac{t - t_f}{t_0 - t_f}$	temperatura bezwymiarowa,
$\lambda$	przewodność cieplna,
$\mu_n$	pierwiastki równania charakterystycznego,
$\rho$	gęstość,
$\tau$	czas,
$\psi$	liczba podobieństwa charakteryzująca nierównomierność pola temperatury;
indeks $f$	wskazuje na wielkość odnoszącą się do ośrodka,
indeks $p$	wskazuje na wielkość odnoszącą się do powierzchni otaczających ciało badane,
indeks $s$	wskazuje na wielkość odnoszącą się do powierzchni ciała.

## 2. Wstęp

Teoria stanu uporządkowanego dotyczy zagadnienia ochładzania lub ogrzewania ciał stałych. Zagadnienie to, często występujące i ważne w technice oraz stanowiące istotną część teorii wymiany ciepła, w szczególności przewodzenia ciepła w stanie nieustalonym, było i jest przedmiotem intensywnych badań. Kierunki tych badań są rozmaite — ich podstawą są analityczne rozwiązania równania przewodzenia ciepła Fouriera dla ciał najprostszego kształtu [4, 43, 22], opisujące nieustalone pole temperatury. Jednakże trudności zarówno matematyczne jak i obliczeniowe, wynikające z konieczności posługiwania się zawiłymi zależnościami w przypadku bardziej skomplikowanych kształtów ciał lub warunków brzegowych, spowodowały próby zastosowania odmiennych i bardziej efektywnych metod, mianowicie metod przybliżonych [22, 53], metod opartych na specjalnych wykresach [54], metod analogowych [22, 53, 29] bądź też wreszcie dla określonych warunków brzegowych i przy rezygnacji ze znajomości wszystkich cech pola temperatury metod opartych na specjalnej teorii, na przykład teorii stanu uporządkowanego.

Przedmiotem badań teorii stanu uporządkowanego jest ochładzanie lub ogrzewanie ciał stałych w ciekłym lub gazowym ośrodku o stałej temperaturze i przy stałej wartości współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni ciała. Prostim przypadkiem ochładzania ciała zajmował się już Izaak NEWTON.

Prace związane z tym zagadnieniem prowadzone były najpierw we Francji [3] i w Niemczech [19], jednakże teoria stanu uporządkowanego w dzisiejszym tego słowa znaczeniu została opracowana w latach 1928–1954 przez G. M. KONDRATJEWĄ i jego współpracowników, a wyniki tych prac zostały podane w podstawowej monografii «*Riegljarnyj tieplowoj rieżim*».

Kondratjew powiązał teorię stanu uporządkowanego z teorią podobieństwa, wprowadził szereg nowych pojęć, opracował kilka metod wyznaczania własności cieplnych ciał stałych i cieczy oraz zastosował tę teorię do innych zagadnień wymiany ciepła, wreszcie zebrał bardzo obfity materiał dotyczący techniki wykonywania doświadczeń. Późniejsze jego prace (1954–1959) w tej dziedzinie dotyczą głównie poszukiwania pewnych uniwer-

salnych związków między liczbami podobieństwa [11] oraz możliwości zastosowania tej teorii do ciał z wewnętrznymi źródłami ciepła [12].

Teoria stanu uporządkowanego znalazła cały szereg zastosowań w technice i przemyśle, przy czym w dalszym ciągu prowadzone były w tej dziedzinie liczne prace badawcze, zwłaszcza w ZSRR. Szerokie zastosowanie w różnych gałęziach techniki cieplnej i konieczność przedyskutowania pewnych podstawowych zagadnień tej teorii doprowadziła do zwołania w 1962 r. przez Akademię Nauk w Kijowie specjalnej konferencji, poświęconej tematyce stanu uporządkowanego.

Teoria stanu uporządkowanego stała się obecnie obszernym działem wymiany ciepła, lecz wiele problemów związanych z nią w zasadniczy sposób pozostaje nadal niewyjaśnionych.

Celem pracy jest podanie przeglądu badań w dziedzinie teorii stanu uporządkowanego wraz ze zwięzłym przedstawieniem podstaw tej teorii i omówieniem granic jej stosowności; jednocześnie podane zostaną możliwości zastosowania stanu uporządkowanego w zagadnieniach naukowych i technicznych wymiany ciepła.

### 3. Teoria stanu uporządkowanego

**3.1. Definicja stanu uporządkowanego.** Teoria stanu uporządkowanego oparta jest na rozwiązaniu równania przewodzenia ciepła Fouriera

$$(3.1) \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

dla ciała o stałych własnościach cieplnych, jednorodnego i izotropowego, przy warunku brzegowym

$$(3.2) \quad \lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_s + a(\tau) [t_s(\tau) - t_f(\tau)] = 0,$$

jeśli temperatura ośrodka i współczynnik przyjmowania ciepła są stałe w czasie:

$$(3.3) \quad t_f(\tau) = \text{const}; \quad a(\tau) = \text{const}.$$

Współczynnik przyjmowania ciepła  $\alpha$  określony jest jako wartość średnia na powierzchni ciała [35]

$$(3.4) \quad \bar{\alpha} = \frac{\iint_S a(t_s - t_f) dS}{\iint_S (t_s - t_f) dS}.$$

Przy wyrównanej temperaturze  $t_0$  w chwili początkowej rozwiązanie równania (3.1) dla ciał prostego kształtu, jak na przykład dla płyty nieograniczonej, walca nieograniczonego lub kuli, można przedstawić w postaci

$$(3.5) \quad \theta = \frac{t - t_f}{t_0 - t_f} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}).$$

Należy podkreślić, że przy dowolnym innym warunku początkowym (dowolny rozkład temperatury) przedstawione rozważania nie ulegną istotnej zmianie [44]; również pozostaną one słuszne [3, 35, 44, 47] dla bardziej złożonych kształtów, chociaż ten problem będzie wymagał specjalnego omówienia.

W tablicy 1 podano [43, 47] wartości stałych  $A_n$ ,  $U_n$  i  $\mu_n$  dla trzech najprostszych kształtów.

Tablica 1. Funkcje  $A_n$ ,  $U_n$  i  $\mu_n$  dla różnych kształtów

Kształt ciała	$A_n$	$U_n$	$\mu_n = f(\text{Bi})$
Płyta nieograniczona	$\frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}$	$\cos \left( \mu_n \frac{x}{\delta} \right)$	$\text{ctg} \mu_n = \frac{1}{\text{Bi}} \mu_n$
Walec nieograniczony	$\frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n [J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]}$	$J_0 \left( \mu_n \frac{r}{R} \right)$	$\frac{J_0(\mu_n)}{J_1(\mu_n)} = \frac{1}{\text{Bi}} \mu_n$
Kula	$\frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n}$	$\frac{\sin \left( \mu_n \frac{r}{R} \right)}{\mu_n \frac{r}{R}}$	$\text{tg} \mu_n = \frac{1}{1 - \text{Bi}} \mu_n$

Szereg (3.5) jest zbieżny; uwzględniając zależność

$$(3.6) \quad \mu_n^2 \text{Fo} = \frac{\mu_n^2 a}{l^2} \tau = m_n \tau,$$

można wykazać dla dowolnego ciała [3; 35], że wykładniki  $m_n$  przedstawiają ciąg dodatnich wzrastających liczb

$$m_1 < m_2 < m_3 \dots$$

Zatem wpływ warunków początkowych na pole temperatury będzie zmniejszał się z upływem czasu i po pewnym okresie czasu (określanym zwykle w przybliżeniu jako  $\text{Fo} > 0,55$ ) suma wszystkich pozostałych wyrazów szeregu (3.5), poczynając od drugiego, stanie się bardzo mała w porównaniu z pierwszym wyrazem.

Temperatura w ciele będzie określona wtedy jednym (pierwszym) wyrazem szeregu

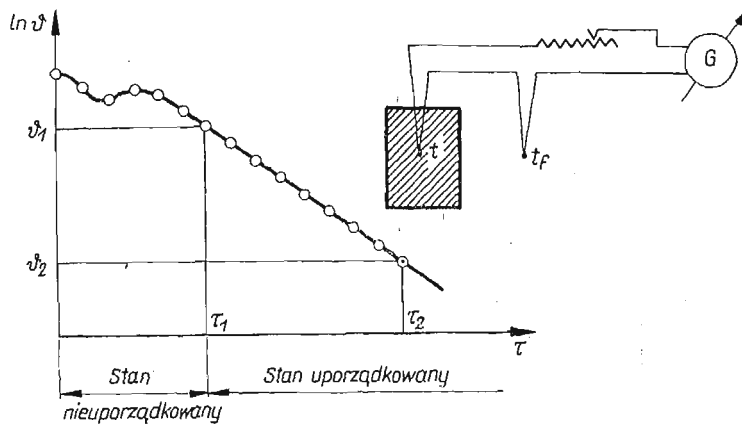
$$(3.7) \quad \vartheta = AU \exp(-m\tau).$$

Proces ochładzania (lub ogrzewania) ciała ze stadium nieuporządkowanego (wpływ warunków początkowych) przechodzi w stan uporządkowany (rys. 1), charakteryzujący się prostą zależnością wykładniczą dla wszystkich punktów ciała; podstawową wielkością określającą stan uporządkowany jest tempo chłodzenia

$$(3.8) \quad m = - \frac{\partial \vartheta / \partial \tau}{\vartheta}.$$

Wartość  $m$  można łatwo wyznaczyć doświadczalnie z wykresu  $\ln \vartheta = f(\tau)$  umieszczając w ciele badanym termoelement i odczytując wskazania galwanometru oraz sekundomierza w czasie ochładzania ciała (rys. 1)

$$(3.9) \quad m = \frac{\ln \vartheta_1 - \ln \vartheta_2}{\tau_2 - \tau_1}$$



Rys. 1. Zmiany temperatury w czasie ochładzania ciała

Tempo chłodzenia jest takie samo dla wszystkich punktów ciała, nie zależy ono bowiem od współrzędnych

$$(3.10) \quad m = f(\lambda, a, l, K, a).$$

3.2. Podstawowe zależności teorii stanu uporządkowanego. Tempo chłodzenia  $m$  można rozpatrywać jako reakcję ciała na działanie cieplne ośrodka, charakteryzujące się wartością współczynnika przejmowania ciepła  $a$  na powierzchni  $S$  o określonych rozmiarach i kształcie. Istotna cecha zależności między reakcją ciała i działaniem ośrodka polega na istnieniu granicznej (asymptotycznej) wartości reakcji przy nieograniczonym wzroście działania ośrodka [17, 36]. Zależność tę dla określonego ciała można przedstawić następująco [35]

$$(3.11) \quad m = a\psi \frac{S}{C}.$$

Liczba podobieństwa  $\psi$  charakteryzuje nierównomierność pola temperatury w ciele i przedstawia stosunek średniej temperatury powierzchni ciała do średniej temperatury ciała [35]

$$(3.12) \quad \psi = \frac{\int_S \vartheta_S dS}{\int_V \vartheta dV} \frac{V}{S}.$$

Zależność (3.11) odnosi się do przypadku ciała o jednoznacznie określonym kształcie, wymiarach i własnościach cieplnych ( $a, \lambda, C$ ); zależność tę przedstawiono na rys. 2.

Jeśli współczynnik  $\alpha$  wzrasta nieograniczenie, to tempo chłodzenia osiąga skończoną wartość określoną wzorem

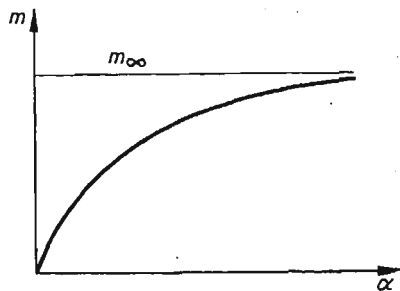
$$(3.13) \quad m_{\infty} = \frac{a}{K}.$$

Współczynnik kształtu  $K$  może być obliczony teoretycznie; na przykład dla najprostszych kształtów z równania (3.6) i rozwiązania odpowiedniego równania charakterystycznego podanego w tabelcy 1 przy  $Bi = \infty$ . Wartości współczynnika  $K$  dla kilku najczęściej występujących form geometrycznych podano w tabelcy 2. W przypadku konieczności określenia współczynnika  $K$  ciała o skomplikowanym kształcie, można go obliczyć z równania (3.13) mierząc doświadczalnie tempo chłodzenia  $m_{\infty}$  odpowiedniego modelu [35], wykonanego z materiału o znanych własnościach cieplnych (na przykład wosku).

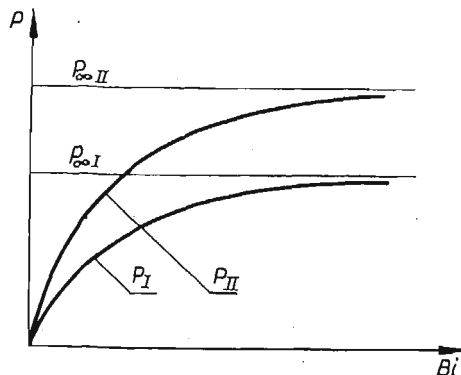
Tabelca 2. Współczynnik kształtu  $K$  różnych ciał

Kształt ciała	Płyta nieograniczona	Walec nieograniczony	Kula	Prostopadłościan o krawędziach $2\delta_1, 2\delta_2, 2\delta_3$	Walec o długości $Z$
$K [m^2]$	$\left(\frac{2\delta}{\pi}\right)^2$	$\left(\frac{R}{2,4048}\right)^2$	$\left(\frac{R}{\pi}\right)^2$	$\frac{1}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2^2} + \frac{1}{\delta_3^2}\right]}$	$\frac{1}{\left(\frac{2,4048}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Z}\right)^2}$

W celu otrzymania bardziej ogólnej zależności od podanej równaniem (3.11) można zgrupować odpowiednie wielkości tak, aby reakcja ciała i działanie ośrodka przedstawiały



Rys. 2. Zależność  $m = f(\alpha)$



Rys. 3. Zależność  $P = f(Bi)$  dla ciał I i II o różnych kształtach

pewne liczby podobieństwa. Jeżeli działanie ośrodka charakteryzować będzie liczba Biota,  $Bi = a/l/\lambda$ , a reakcję ciała liczba [35],  $P = l\sqrt{m/a}$ , to zależność (rys. 3)

$$(3.14) \quad l\sqrt{m/a} = \varphi(al/\lambda)$$

jest słuszna dla wszystkich ciał o tym samym kształcie (lecz ich wymiary i własności cieplne mogą być różne). Postać funkcji  $\varphi$  jest określona tylko dla danego kształtu; na przykład dla walca nieograniczonego jest ona następująca

$$(3.15) \quad \text{Bi} = PJ_1(P)/J_0(P).$$

Analitycznie równanie (3.14) udało się ustalić tylko dla niewielu konkretnych przypadków względnie prostych kształtów.

Próby odnalezienia ogólnego związku między działaniem ośrodka a reakcją ciała obowiązującego dla wszystkich kształtów były podejmowane przez KONDRATIEWA [35]; DULNIEW i KONDRATIEW [11] podali taki uniwersalny związek w postaci

$$(3.16) \quad M = \psi \cdot H,$$

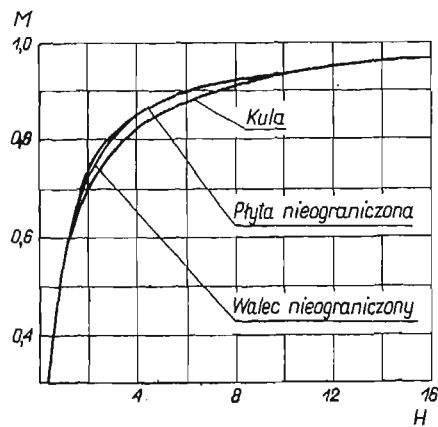
gdzie

$$(3.17) \quad M = m/m_\infty \Leftarrow mK/a,$$

a zmodyfikowana liczba Biota

$$(3.18) \quad H = \frac{\alpha}{\lambda} \frac{KS}{V}.$$

Związek (3.16) nie jest zupełnie ścisły we wszystkich zakresach liczby  $M$  mogącej przybierać wartości od 0 do 1; krzywe  $M = f(H)$  dla rozmaitych kształtów leżą jednak



Rys. 4. Wykres uniwersalnej zależności  $M = f(H)$  dla ogrzewania lub ochładzania ciała w stanie uporządkowanym

tak blisko siebie (rys. 4), że możliwe jest zastąpienie z dużą dokładnością całej rodziny krzywych jedną uśrednioną krzywą; równanie tej uniwersalnej krzywej podał JARYSZEW [36]

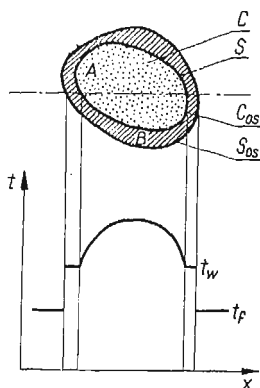
$$(3.19) \quad M = \frac{H}{\sqrt{H^2 + 1,437H + 1}}.$$

Zależność  $M = \psi H$  podana jest również w specjalnych tablicach [11, 36].

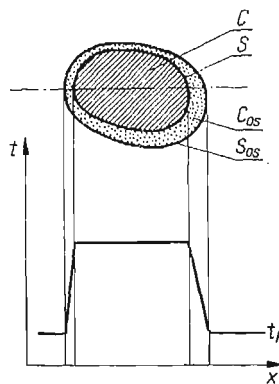
Z podstawowego równania (3.7) wynika jeszcze jedna charakterystyczna własność pola temperatury w stanie uporządkowanym, mianowicie stosunek temperatur dwu dowolnych punktów ciała  $A$  i  $B$  ma stałą wartość  $b$  niezależną od czasu

$$(3.20) \quad \frac{\vartheta_A}{\vartheta_B} = b \neq f(\tau), \quad 0 \leq b \leq 1.$$

Powyższe rozważania odnosiły się do pojedynczego ciała; jednakże mogą one być również częściowo zastosowane [35, 36] i do układu kilku ciał stykających się ze sobą (ciało wieloskładnikowe). Szczególnie ważne zastosowanie ma układ dwu ciał, z których jedno całkowicie otacza drugie (rys. 5, 6 i 7), przy czym ich własności cieplne są krańcowo różne. Przykładem takiego układu może być rdzeń metalowy o wyrównanej temperaturze otoczony osłoną z izolatora cieplnego, rdzeń z izolatora w osłonie metalowej albo ciało wydrążone.



Rys. 5. Układ dwu ciał:  $A$  – rdzeń (izolator),  $B$  – osłona (metal);  $C_{os}$  – pojemność cieplna osłony,  $S_{os}$  – powierzchnia zewnętrzna osłony



Rys. 6. Pole temperatury w układzie rdzeń metalowy – osłona z izolatora w przypadku  $\alpha \rightarrow \infty$

Rozkład temperatury w układzie składającym się z izolatora cieplnego (na przykład ciało porowate, włókniste lub proszek) w osłonie metalowej pokazano na rys. 5. Stan uporządkowany takiego układu opisywany jest zależnością [36]

$$(3.21) \quad \frac{m}{\alpha S} \left( \frac{C}{\psi} + C_{os} \right) = 1,$$

lub [14]

$$(3.22) \quad M = \frac{Km}{\lambda} \frac{\psi S}{V} \left( \frac{\alpha}{m} - \frac{C_{os}}{S} \right).$$

Stan uporządkowany układu złożonego z rdzenia metalowego w cienkiej osłonie z izolatora opisany jest zależnością [35, 14]

$$(3.23) \quad m \frac{C}{S} \left( \frac{1}{\alpha} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) = 1.$$



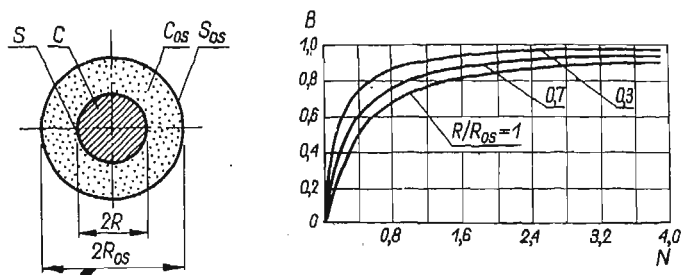
W ogólnym przypadku izolator może składać się z kilku warstw, których grubości i przewodności oznaczono odpowiednio  $\delta_i$  i  $\lambda_i$ . Powyższa zależność została ustalona przy założeniach, z których najistotniejsze są [35, 36]:

grubość osłony izolatora jest mała w porównaniu z wymiarami rdzenia,

gradienty temperatury w rdzeniu metalowym są bardzo małe w porównaniu z gradientami temperatury w osłonie, to znaczy  $\psi \simeq 1$  (rys. 6),

pojemność cieplna osłony jest zanedbywalnie mała w porównaniu z pojemnością rdzenia ( $C \gg C_{os} \simeq 0$ ).

Przedmiotem szczególnych badań był stan uporządkowany układu składającego się z rdzenia metalowego i osłony z izolatora o stosunkowo dużej pojemności cieplnej (tak zwany bikalorymetr), przy czym rozpatrywane były kształty proste (płyta, kula) przy



Rys. 7. Bikalorymetr kulisty i zależność  $B = f(N, R/R_{os})$  przy  $a \rightarrow \infty$

stałej grubości warstwy izolacyjnej [14, 35, 36]. Opis matematyczny ochładzania lub ogrzewania takiego układu znacznie się upraszcza w przypadku, gdy temperatura powierzchni zewnętrznej izolatora jest równa temperaturze otaczającego ośrodka  $t_f$ , co odpowiada warunkowi  $a \rightarrow \infty$ .

Stan uporządkowany bikalorymetru kulistego (rys. 7) może być wtedy przedstawiony przy użyciu liczb [36, 14]

$$(3.24) \quad B = \frac{R}{R_{os}} \frac{C}{S} \frac{\delta_{os}}{\lambda_{os}} m,$$

oraz

$$(3.25) \quad N = \frac{1 + (R/R_{os}) + (R/R_{os})^2}{3R/R_{os}} \frac{C}{C_{os}}.$$

Związek między liczbami  $B$  i  $N$  podano w postaci wykresu na rys. 7.

Dotychczasowe rozważania odnosiły się do ciał lub układów ciał pozbawionych wewnętrznych źródeł ciepła. Próby rozszerzenia zakresu teorii stanu uporządkowanego również i dla ciał z wewnętrznymi źródłami ciepła były przeprowadzone przez DULNIEWA i KONDRATIEWA [14, 12]; uogólnienie teorii było oparte na założeniu stałości w czasie mocy źródeł lub upustów, niezmienności własności cieplnych z temperaturą oraz zachowania warunków (3.3).

**3.3. Warunki brzegowe.** Podstawowe zależności teorii stanu uporządkowanego pozostają słuszne przy ścisłym zachowaniu warunków brzegowych (3.3).

W rzeczywistości temperatura ośrodka  $t_f$  i współczynnik przejmowania ciepła  $a$  będą zawsze — choćby nawet nieznacznie — zmieniały się z czasem  $\tau$ ; odstępstwa od ścisłego

zachowania warunków (3.3) występują nie tylko w technicznych zagadnieniach w przemyśle, ale często są nie do uniknięcia również w warunkach laboratoryjnych w specjalnych układach służących do doświadczeń w stanie uporządkowanym (na przykład termostaty do badania własności cieplnych ciał).

Zmienność temperatury ośrodka i współczynnika  $\alpha$  może wywołać pewien błąd w określaniu tempa chłodzenia  $m$  i w związku z tym powstaje konieczność ustalania kryterium dopuszczalnych odchyłeń od warunków brzegowych (3.3) lub oceny wpływu ich zmienności.

Należy zaznaczyć, że tempo chłodzenia jest wyznaczane doświadczalnie zwykle z dokładnością 2–4% przy pojedynczym pomiarze [36], natomiast przy bardziej starannych pomiarach można osiągnąć dokładność rzędu 0,5–1,0% [17].

*Wpływ zmienności temperatury ośrodka.* G. KONDRATIEW uważał za dopuszczalne w doświadczeniach w stanie uporządkowanym zmiany temperatury w granicach 0,1–0,2°C [17]; takie wahania temperatury nie miały powodować dostrzegalnego wpływu na wartość tempa chłodzenia. Szczegółowe badania doświadczalne przeprowadzone przez M. KAZAŃSKIEGO i M. WIENIEDIKTOWĄ [27, 28] w specjalnym termostacie o temperaturze regulowanej z dokładnością do 0,006°C wykazały przy ochładzaniu kalorymetrów, że wahania temperatury w zakresie 0,1–0,2°C mogą spowodować błąd w określaniu tempa chłodzenia, dochodzący nawet do kilkunastu procent. KAZAŃSKI ustalił również empiryczny wzór uwzględniający wpływ zmienności temperatury  $t_f$  na wartość tempa chłodzenia.

Ośrodek może zmieniać swoją temperaturę na skutek dopływu ciepła z otoczenia, istnienia ewentualnych źródeł ciepła w ośrodku (na przykład miesadło) i wreszcie doprowadzania ciepła od ciała ochładzanego do ośrodka. Teoretyczne przewidywanie ilości ciepła przenikającego z otoczenia lub wydzielanego w ośrodku jest możliwe tylko w konkretnych przypadkach; natomiast zmiana temperatury ośrodka wywołana tylko przejściem ciepła od ciała badanego należy do samej istoty wymiany ciepła w stanie uporządkowanym. Zagadnienie to badał teoretycznie W. GOGÓŁ rozpatrując ciało ochładzane i ośrodek jako izolowany układ składający się z dwu wzajemnie oddziaływujących na siebie części [17]. Przy założeniu, że ośrodek płynny jest dobrze mieszany, rzeczywiste tempo chłodzenia  $q$  (uwzględniające zmienność temperatury  $t_f$ ) jest większe od tempa chłodzenia  $m$ , jakie miałyby miejsce przy ścisłym spełnieniu warunku  $t_f = \text{const}$ . Zależność między tymi wielkościami jest liniowa

$$(3.26) \quad q = m(1 + C/C_f),$$

gdzie  $C_f$  oznacza pojemność cieplną ośrodka.

Powyższa zależność jest ścisła w odniesieniu do metali, natomiast dla izolatorów ma charakter przybliżony; budowa wzoru (3.26) potwierdza empiryczne zależności otrzymane przez M. KAZAŃSKIEGO [27].

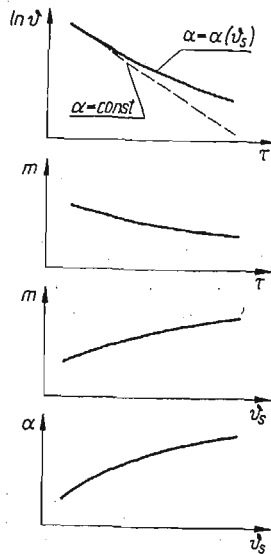
*Wpływ zmienności współczynnika przejmowania ciepła.* Współczynnik  $\alpha$  można uważać za prawie stały w czasie w przypadku ochładzania ciała w warunkach konwekcji wymuszonej (zmieniają się tylko parametry fizyczne płynu w warstwie granicznej), natomiast założenie niezmienności  $\alpha$  może nasuwać poważne zastrzeżenia w przypadku konwekcji swobodnej, ponieważ powinna istnieć wtedy wyraźna zależność między współczynnikiem przejmowania ciepła, a zmieniającą się w czasie różnicą temperatur  $\vartheta_s$  powierzchni ciała

i ośrodka. Wysłunięta przez KONDRATIEWA hipoteza [35], wyjaśniająca stałość współczynnika  $\alpha$  przy konwekcji swobodnej odmienniecia zjawisk fizycznych w warstwie granicznej w stanie ustalonym i nieustalonym, nie została uzasadniona ani teoretycznie, ani potwierdzona doświadczalnie i została później wycofana przez samego autora [36, 17].

Przy zmienności współczynnika  $\alpha$  wykres  $\ln \vartheta = f(\tau)$  przestaje być linią prostą (rys. 8), a tempo chłodzenia będzie zmieniać się, przy czym jego chwilowa wartość może być obliczona ze wzoru [36]

$$(3.27) \quad m = \frac{d}{d\tau} (\ln \vartheta).$$

Wzór powyższy jest ścisły dla ciał metalowych, natomiast dla izolatorów, z punktu widzenia teoretycznego, jest przybliżony [17].



Rys. 8. Zmiany temperatury ciała w przypadku ochładzania w warunkach konwekcji swobodnej i sposób obliczania za pomocą kolejnych wykresów zależności współczynnika  $\alpha$  od różnicy temperatur  $\vartheta_s$  między powierzchnią ciała i ośrodkiem

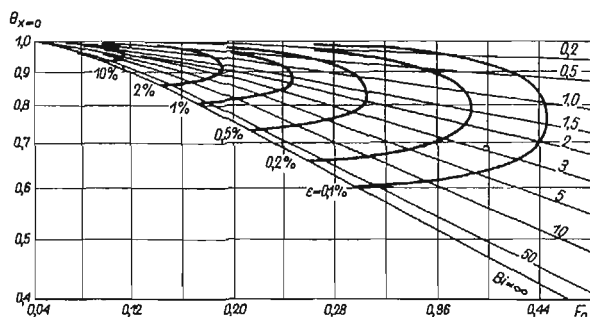
Wykres  $\ln \vartheta = f(\tau)$  może stanowić podstawę eksperymentalnej metody wyznaczania zależności współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  od różnicy temperatur  $\vartheta_s$  w warunkach konwekcji swobodnej [36, 16, 57]. Obliczanie zależności  $\alpha = f(\vartheta_s)$  może być dokonane za pomocą kolejnych wykresów jak na rys. 8 i wykorzystaniu zależności (3.11) przy  $\psi = 1$  (ciało ochładzane, wykonane z metalu).

Wszystkie obliczenia i pomiary w stanie uporządkowanym odnoszą się do średniej wartości  $\alpha$  na powierzchni ciała. Wydaje się, że brak jest kryterium stosowalności wzoru (3.4) w stanie uporządkowanym w przypadku silnej zależności  $\alpha$  od współrzędnych punktów na powierzchni ciała.

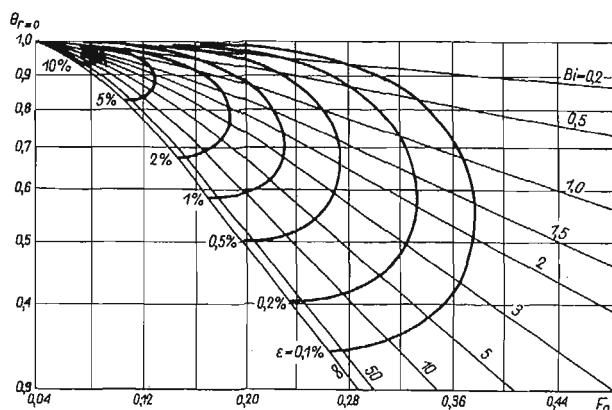
**3.4. Wejście ciała w stan uporządkowany.** Pole temperatury w stanie uporządkowanym opisane jest pierwszym wyrazem szeregu Fouriera (3.7) tylko z pewnym przybliżeniem, ponieważ suma wszystkich pozostałych wyrazów szeregu — chociaż szybko zmniejszająca

się z upływem czasu — zawsze będzie miała określoną wartość. Okres czasu od początku ochładzania ciała do chwili wejścia ciała w stan uznany przez obserwatora za uporządkowany określony jest zwykle wartością liczby Fouriera i zależy przede wszystkim od dopuszczalnego błędu obliczeń lub pomiarów. W wielu przypadkach jednak stan uporządkowany rozpatrywany jest przy tak dużych liczbach Fouriera, że zagadnienie dopuszczalnego błędu przestaje być istotne.

Wejście ciała w stan uporządkowany zależy od wielu czynników jak na przykład kształtu ciała, działania ośrodka i początkowego rozkładu temperatury.



Rys. 9. Zależność początku stanu uporządkowanego (wykładniczej zmiany temperatury) w płaszczyźnie symetrii płyty nieograniczonej od temperatury bezwymiarowej, liczb podobieństwa  $Fo$  i  $Bi$  oraz dopuszczalnego błędu  $\varepsilon$  [41]



Rys. 10. Zależność początku stanu uporządkowanego (wykładniczej zmiany temperatury) w osi walca nieograniczonego od temperatury bezwymiarowej, liczb podobieństwa  $Fo$  i  $Bi$  oraz dopuszczalnego błędu  $\varepsilon$  [41]

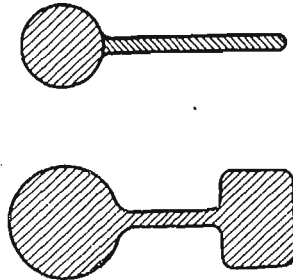
Początek wykładniczej zależności temperatury od czasu dla środka płyty nieograniczonej i środka walca nieograniczonego w zależności od liczb  $Fo$ ,  $Bi$ , temperatury bezwymiarowej i dopuszczalnego błędu  $\varepsilon$  może być przedstawiony na specjalnych wykresach (rys. 9 i 10), opracowanych przez D. BUDRINA i E. SUCHANOWA [44].

Należy tu podkreślić, że początek wykładniczej zależności zmian temperatury nie występuje równocześnie we wszystkich punktach lub obszarach ciała, lecz zwykle następuje

kolejno. Przez wejście ciała w stan uporządkowany należałoby rozumieć chwilę, gdy we wszystkich punktach wystąpi ta sama wartość tempa chłodzenia  $m$ .

W przypadku ochładzania ciała w warunkach konwekcji swobodnej — ze względu na zmianę w czasie współczynnika  $\alpha$  — będzie występował dla złych przewodników ciepła, ściśle mówiąc, stan tylko znacznie zbliżony do stanu uporządkowanego; pole temperatury będzie wykazywało pewne opóźnienie w stosunku do zmian współczynnika przejmowania ciepła [17]. Dla ciał metalowych natomiast, które «reagują» prawie natychmiast na zmiany  $\alpha$  wzór (3.27) można uważać za zupełnie poprawny. Zagadnienie to nie jest dotychczas całkowicie opracowane i ma ono znaczenie tylko przy dokładnych pomiarach.

Wpływ kształtu ciała na wejście w stan uporządkowany posiada natomiast zasadnicze znaczenie i problem ten często nastęrcza duże trudności. KONDRATIEW zwrócił uwagę [36, 57] na takie kształty ciał lub układy ciał (rys. 11), które przez bardzo długi okres czasu nie wchodzi w całości w stan uporządkowany, chociaż stan ten może być przy tym obserwowany w oddzielnych częściach ciała, związanych ze sobą niewielkimi przekrojami; przykładem takiego ciała może być rura z żebrami pierścieniowymi i inne typy radiatorów. KONDRATIEW nie. podał kryterium pozwalającego ocenić możliwość wystąpienia stanu uporządkowanego w ciałach o dowolnym kształcie; jednocześnie w swoich doświadczeniach używał ciał lub układów o kształcie dość złożonym [35, 11].



Rys. 11. Przykłady ciał lub układów, które praktycznie nie wejdą w stan uporządkowany; ich części ochładzają się prawie niezależnie od siebie

Zagadnienie występowania stanu uporządkowanego w ciałach o kształcie złożonym stało się punktem wyjścia do interesujących badań doświadczalnych i teoretycznych G. TRIETIACZENKI i L. KRAWCZUKA [59, 60, 62], którzy zwrócili uwagę na brak pełnego opracowania pewnych podstawowych problemów stanu uporządkowanego, związanych z wpływem funkcji  $U_n$  oraz stałych [58]

$$(3.28) \quad A_n = \frac{\int_V f_0(x, y, z) U_n dV}{\int_V U_n^2 dV}$$

na wartości poszczególnych wyrazów szeregu stanowiącego rozwiązanie równania przewodzenia ciepła Fouriera.

TRIETIACZENKO przeprowadził doświadczenia z wyznaczaniem tempa chłodzenia w różnych punktach klina (kształt ten ma znaczenie przy badaniu łopatek turbin), przy czym

wartości tempa chłodzenia okazały się różne [59]; obliczenia na drodze teoretycznej oraz badania na hydraulicznym analogu ŁUKJANOWA [59, 60, 43] potwierdziły to spostrzeżenie.

TRIETIACZENKO wysunął tezę, że w czasie ochładzania ciała o złożonym kształcie istnieje taki okres [po ustaniu wpływu oddziaływania początkowego rozkładu temperatury  $f_0(x, y, z)$  a przed wystąpieniem właściwego stanu uporządkowanego], w którym w poszczególnych punktach lub obszarach ciała mogą występować wykładnicze zmiany temperatury, lecz wartości tych wykładników (mierzone jako tempa chłodzenia) mogą być funkcją współrzędnych. Jest to spowodowane tym, że dla ciał o złożonym kształcie wyrazem określającym (o największej wartości) przez długi okres czasu nie jest pierwszy wyraz szeregu stanowiącego rozwiązanie równania Fouriera, ale dalszy (na przykład czwarty) wyraz lub grupa wyrazów; zależy to od wartości wyrażenia  $A_n U_n$  dla danego kształtu. W tym stadium ochładzania ciała cały szereg podstawowych zależności stanu uporządkowanego, a zwłaszcza (3.20) i (3.16), przestaje obowiązywać, a wnioskowanie o wejściu ciała w stan uporządkowany na podstawie stałości tempa chłodzenia w jednym punkcie jest niesłuszne. Właściwy stan uporządkowany może rozpocząć się dla ciała o złożonym kształcie przy tak małej różnicy temperatur  $\vartheta$ , że nie ma on już praktycznego znaczenia.

Tezy Trietiaczki wywołały liczne kontrowersje [48, 58] i stały się głównym tematem, dyskusji wspomnianej już konferencji, poświęconej teorii stanu uporządkowanego [58]

Poruszone przez TRIETIACZENKĘ zagadnienia pozwoliły uściślić pojęcie stanu uporządkowanego do okresu, gdy:

we wszystkich punktach ciała występuje *ta sama* wartość tempa chłodzenia, temperatura  $\vartheta$  we wszystkich punktach ciała ma ten sam znak [58].

Jednakże problem wejścia ciała o złożonym kształcie w stan uporządkowany nie jest dotychczas całkowicie rozwiązany; prace nad tym prowadzone były przez W. KOCZUROWĄ i N. JARYSZEWA [58]. Wpływ funkcji  $U_n$  na wejście ciała w stan uporządkowany badał P. CZERPAKOW [8], według którego następuje to przy wartości liczby  $Fo$  proporcjonalnej do wyrażenia  $A_1^2 U_1^2$ .

Również pole temperatury  $f_0(x, y, z)$  w chwili początkowej może mieć wpływ na czas wejścia w stan uporządkowany. Stan ten może długo nie występować lub nie wystąpić w ogóle nawet w ciałach o kształcie prostym (na przykład w płycie), jeśli początkowy rozkład temperatury  $f_0(x, y, z)$  opisywany jest funkcją  $U_2$  (tablica 1). Na odwrót, stan uporządkowany może wystąpić prawie natychmiast po rozpoczęciu ochładzania ciała nawet o bardzo złożonym kształcie, jeśli początkowy rozkład temperatury jest podobny do funkcji  $U_1$  [47, 58].

Nieuwzględnienie poruszonych powyżej zagadnień — zresztą nieopracowanych dotychczas w sposób zadawalający — może prowadzić w pewnych przypadkach do poważnych błędów przy posługiwaniu się teorią stanu uporządkowanego.

#### 4. Zastosowanie teorii stanu uporządkowanego

**4.1. Wyznaczanie własności cieplnych.** Teorię stanu uporządkowanego zastosowano początkowo do wyznaczania własności cieplnych ciał i właśnie w tym kierunku były prowadzone pierwsze prace Kondratiewa [32, 35]. Obecnie istnieje wiele metod wyznaczania własności

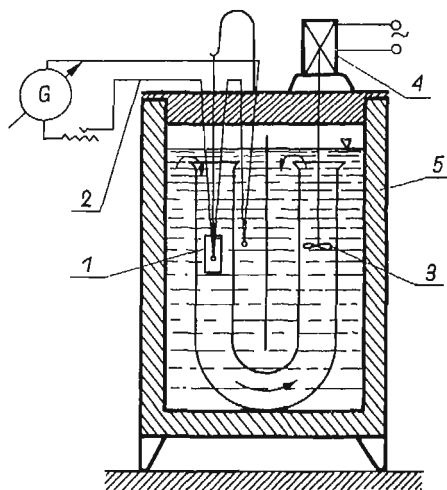
cieplnych, opartych na stanie uporządkowanym; za ich pomocą można mierzyć przewodność cieplną  $\lambda$ , dyfuzyjność cieplną  $a$  i ciepło właściwe  $c$  różnorodnych ciał stałych (metali, izolatorów, ciał sproszkowanych i włóknistych), a częściowo także cieczy i gazów.

Własności cieplne mogą być — zależnie od metody — wyznaczone oddzielnie albo zespołowo; w tym ostatnim przypadku z dwu pomiarów wykonanych w różnych warunkach cieplnych na tej samej próbce materiału wyznacza się dwie własności (na przykład  $a$  i  $\lambda$ ), a trzecią oblicza się ze związku  $\lambda = ac\rho$  (określenie gęstości  $\rho$  na ogół nie przedstawia trudności).

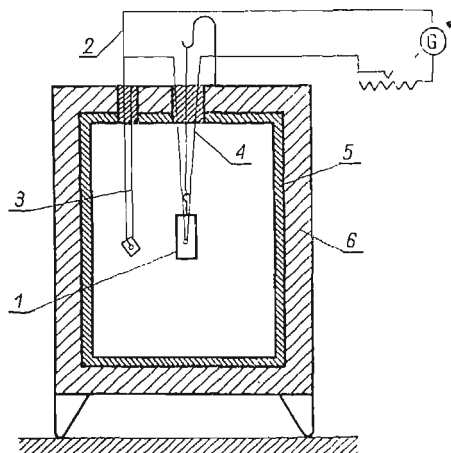
Wielkościami mierzonymi w doświadczeniach jest tylko tempo chłodzenia i wymiary próbki. Cechowanie termoelementów w większości przypadków nie jest konieczne. Główną trudnością jest zachowanie odpowiedniej stałości warunków brzegowych.

Bibliografia dotycząca tego zagadnienia jest bardzo obszerna [35, 36, 50, 55, 9, 2]; poniżej podano tylko krótki przegląd metod pomiarowych opartych na teorii stanu uporządkowanego.

*Metoda kalorymetru — a.* W metodzie tej można wyznaczyć dyfuzyjność cieplną  $a$  próbki ze wzoru (3.13), mierząc tempo chłodzenia  $m_\infty$  w warunkach intensywnego ochładzania; współczynnik kształtu  $K$  może być obliczony z wymiarów próbki (tablica 2) albo wyznaczony eksperymentalnie.



Rys. 12. Schemat termostatu wodnego:  
1 — ciało badane, 2 — termoelement do mierzenia tempa chłodzenia, 3 — mieszkadło, 4 — silnik, 5 — izolacja cieplna



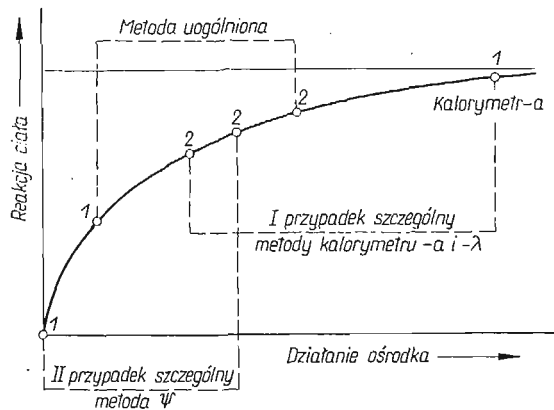
Rys. 13. Schemat termostatu powietrznego:  
1 — ciało badane, 2 — termoelement do mierzenia tempa chłodzenia, 3 — pręt z małym ekranem chroniącym wolny koniec termoelementu 2 od promieniowania, 4 — warstwa gąbki tłumiącej ewentualne wahania ciała, 5 — zbiornik spawany z alupolu, 6 — izolacja cieplna

Pomiar powinien być przeprowadzony przy bardzo dużej wartości współczynnika przejmowania ciepła, na przykład  $Bi > 100$  [35] albo  $a > 25\lambda V/KS$  [14]. Używane są termostaty wypełnione wodą z lodem, wodą silnie mieszaną (rys. 12) lub płynnym metalem. Próbkę badaną mają najczęściej kształt walców, prostopadłościanów lub kul o wymiarze charakterystycznym  $l \approx 1,5-3$  cm. W ten sposób można wyznaczać dyfuzyjność cieplną

izolatorów cieplnych; osiągnięcie dostatecznie dużych liczb Biota dla metali nie jest możliwe.

*Metoda kalorymetru* —  $\lambda$ . Jeżeli dyfuzyjność cieplna materiału została już uprzednio wyznaczona, to ochładzając badaną próbkę przy niewielkich wartościach współczynnika przejmowania ciepła można wyznaczyć przewodność cieplną, opierając się na wzorach (3.14) lub (3.16) i (3.18). Ciało ochładzane jest w powietrzu w warunkach konwekcji swobodnej (rys. 13) lub wymuszonej.

Wartość współczynnika  $a$ , której znajomość jest tu konieczna, określana jest w oparciu o te same wzory lub wzór (3.11) przez osobny pomiar tempa chłodzenia ciała (kalorymetru —  $a$ , zwykle wykonanego z metalu) o znanych własnościach cieplnych i tych samych wymiarach, kształcie i stanie powierzchni zewnętrznej, co ciało badane. Metodą kalory-



Rys. 14. Graficzne przedstawienie warunków przeprowadzania doświadczeń w zespolonych metodach opartych na stanie uporządkowanym

metru —  $\lambda$  można również przeprowadzać pomiary przewodności cieplnej materiałów sproszkowanych, uwzględniając we wzorach obliczeniowych wpływ osłony metalowej [32, 35, 50, 55].

*Metoda uogólniona* (metoda 2a, metoda 2Bi). Metody kalorymetru —  $a$  i —  $\lambda$  mogą być zastosowane tylko do dobrych izolatorów cieplnych ze względu na konieczność przeprowadzenia jednego z pomiarów przy  $Bi = \infty$ . W metodzie uogólnionej [15, 17, 18, 36, 61] przeprowadzane są również dwa pomiary (1 i 2), ale przy dowolnych liczbach Biota. W każdym z doświadczeń mierzone są wartości tempa chłodzenia  $m_1$  i  $m_2$  (i ewentualnie wymiary charakterystyczne ciała  $l_1$  i  $l_2$ ) oraz wyznaczane kalorymetrem —  $a$  odpowiednie wartości współczynników przejmowania ciepła  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ ; własności cieplne otrzymuje się rozwiązując układ dwu równań (3.14) albo (3.16) [15, 17, 18].

Metoda ta najbardziej nadaje się do wyznaczania własności ciał o przewodności cieplnej w granicach 0,3–10 kcal/mh°C.

Metody kalorymetru —  $a$  i —  $\lambda$  są więc szczególnym przypadkiem granicznym metody uogólnionej (rys. 14).

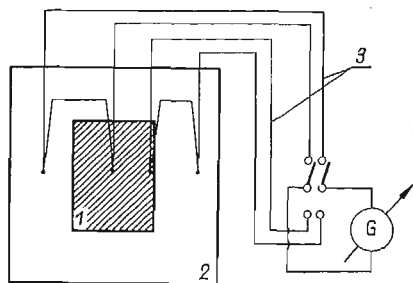
*Metoda  $\psi$* , stanowiąca drugi przypadek graniczny, może mieć zastosowanie do wyznaczania własności cieplnych metali ( $\lambda > 10$  kcal/mh°C). Podstawą tej metody jest możliwość



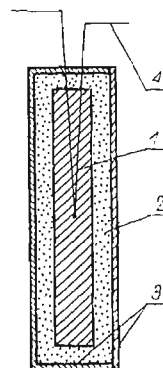
zrealizowania warunku  $\psi_1 = 1$  przy ochładzaniu metalu w powietrzu w warunkach konwekcji swobodnej [17].

*Mikrokalorymetr* służy do wyznaczania ciepła właściwego izolatorów cieplnych (zwykle proszków). Wymiary ciała badanego są małe. Ochładzanie przeprowadza się w powietrzu w warunkach konwekcji swobodnej i porównuje z ochładzaniem wzorcowego ciała o tych samych wymiarach i kształcie. Dyfuzyjność cieplna nie musi być uprzednio wyznaczona, wystarczy w przybliżeniu oszacować wartość  $a$  [35, 9, 55].

*Metoda 2 punktów* może być zastosowana do wyznaczania dyfuzyjności cieplnej dobrych przewodników ciepła (materiałów ceramicznych i metali); metoda oparta jest na równaniu (3.20). Schemat urządzenia pokazano na rys. 15. Z określonego w doświadczeniu tempa chłodzenia  $m$  i stosunku  $b$  temperatur w dwu punktach można obliczyć wartość  $a$ . Badane ciała mają prosty kształt. Pomiary przeprowadzane są w powietrzu w warunkach konwekcji swobodnej lub wymuszonej [35, 31].



Rys. 15. Schemat urządzenia do wyznaczania dyfuzyjności cieplnej metodą 2 punktów;  
1 – ciało badane, 2 – termostat, 3 – termoelementy różnicowe



Rys. 16. Schemat bikalorymetru płaskiego;  
1 – rdzeń metalowy, 2 – ciało badane, 3 – korpus zewnętrzny, 4 – termoelement

RAUSZ badał tą metodą własności materiałów ceramicznych w piecach silitowych do temperatury 1200°C [35, 47]; dyfuzyjność cieplna metali w wysokich temperaturach może być wyznaczana przez ochładzanie ich w roztopionych solach [47].

*Bikalorymetr* jest używany do wyznaczania przewodności cieplnej stałych materiałów izolacyjnych, cieczy i gazów. W metodzie tej mierzone jest tempo chłodzenia układu składającego się z rdzenia metalowego i osłony izolacyjnej, utworzonej z badanego materiału (rys. 7). Wzory obliczeniowe oparte są na zależnościach analogicznych do równań (3.24) i (3.25). Ochładzanie przeprowadzane jest najczęściej w warunkach  $a \rightarrow \infty$  [36, 55, 9], chociaż stosowane są również typy bikalorymetrów przy skończonej wartości  $a$  [1, 35]. Bikalorymetry mogą mieć kształt kuli, walca lub płyty, przy czym zwykle materiał badany umieszczony jest w szczelinie między dużym rdzeniem metalowym i cienką zewnętrzną powłoką metalową (rys. 16).

Za pomocą bikalorymetru o kształcie dysku LEWIN badał przewodność cieplną różnych gazów przy grubości szczeliny 0,238–1,57 mm [41]. GELLER wyznaczał własności toluenu bikalorymetrem kulistym [5]. GOŁUBIEW badał przewodność cieplną gazowych węglowodorów w zakresie temperatur 0–360°C i ciśnień 1–500 ata bikalorymetrem walcowym

o grubości warstwy gazu od 0,23 do 0,69 mm [5]. Grubość warstwy badanych ciał stałych wynosi zwykle kilka milimetrów.

Metoda bikalorymetru, po pewnej modyfikacji, była również stosowana do badania własności tkanin [35] oraz cienkich (0,006–0,1 mm) warstw lakierów i farb [47]; w tym ostatnim przypadku można także używać kalorymetrów o bardziej złożonych kształtach i wyznaczać całkowity opór cieplny warstwy  $1/\alpha + \delta/\lambda$  w oparciu o zależność (3.23).

Przedstawione powyżej metody wykazują pewne zalety w stosunku do metod stanu ustalonego, mianowicie znacznie krótszy czas pomiaru, możliwość uniknięcia wymiany masy związanej z przewodzeniem ciepła przy badaniu materiałów wilgotnych, możliwość zespołowego wyznaczania własności cieplnych i wreszcie konieczna jest bardziej prosta aparatura pomiarowa [2]. Metody stanu uporządkowanego mogą być również w pewnych przypadkach używane do pomiarów własności cieplnych materiałów wyraźnie anizotropowych, jak na przykład drewno [34] lub układy złożone z izolowanych przewodników elektrycznych [10].

Natomiast w porównaniu z innymi metodami nieustalonymi [9, 55] metody stanu uporządkowanego nie pozwalają zespołowo wyznaczyć własności cieplnych w jednym pomiarze, a umieszczanie termoelementu w badanej próbce może powodować zakłócenia obserwowanego pola temperatury [58].

**4.2. Określanie wartości współczynnika przejmowania ciepła.** Metodą stanu uporządkowanego można określać średnią wartość współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  na danej powierzchni, zdefiniowaną wzorem (3.4), przy czym współczynnik ten uwzględnia zarówno ciepło wymieniane drogą konwekcji jak i wymieniane przez promieniowanie.

W tym celu używany jest przyrząd nazywany kalorymetrem  $-\alpha$  składający się z ciała lub układu ciał o znanych własnościach cieplnych, termoelementu różnicowego i galwanometru. Po zmierzeniu tempa chłodzenia  $m$  kalorymetru  $-\alpha$  wartość współczynnika przejmowania ciepła określana jest najczęściej ze wzoru (3.11) lub wzorów (3.18) i (3.17). Budowa kalorymetru  $-\alpha$  powinna być tak dostosowana do mierzonej wartości  $\alpha$ , aby uniknąć zakresu tempa chłodzenia bliskiego  $m_\infty$  (rys. 2), ponieważ maleje wtedy dokładność pomiaru, to znaczy powinien być spełniony co najmniej warunek [47]

$$\alpha \leq \frac{15\lambda V}{KS}.$$

Najczęściej używane są kalorymetry metalowe, dla których łatwo jest utrzymać warunek  $\psi = 1$  i wtedy współczynnik przejmowania ciepła można wyznaczać z prostej zależności

$$(4.1) \quad \alpha = \frac{C}{S} m.$$

Pomiar kalorymetrem  $-\alpha$  jest szybki i wygodny, można bowiem uniknąć kłopotliwego pomiaru temperatury powierzchni; ponadto pozwala on wyznaczać wartości  $\alpha$  nawet na powierzchniach dość złożonych geometrycznie. Może być stosowany zarówno w warunkach konwekcji wymuszonej, jak i konwekcji swobodnej [16, 36], gdy wartość  $\alpha$  zależy od  $\vartheta_s$  (rys. 8).

Metoda kalorymetru  $-\alpha$  była szeroko stosowana [33, 35, 36, 47] i często używana w tych przypadkach, gdy inne sposoby pomiaru  $\alpha$  okazywały się zawodne lub trudne.

KONDRATIEW używał kalorymetru z szamoty w tulei stalowej do pomiarów  $\alpha$  na powierzchniach walcowych w kotłach [35]. Metodę stanu uporządkowanego do wyznaczania średniej wartości  $\alpha$  na powierzchni płyty przy burzliwym ruchu powietrza stosowała CZAPLINA [7]. Odpowiednio zmodyfikowanym kalorymetrem  $-\alpha$ , w którym uwzględnia się przewodzenie ciepła przez powierzchnie jego zetknięcia z innymi ciałami [25], można również wyznaczać współczynnik  $\alpha$  przy poprzecznym opływie rur lub pęczków rur [46]. Współczynnik przejmowania ciepła przy przepływie płynnych metali przez kanał wyznaczał tą metodą IWANOWSKI [21]. Mierzono także lokalne wartości współczynnika  $\alpha$ , na przykład na ściankach obudowy turbin gazowych i sprężarek [20] oraz w płaskich naddźwiękowych dyszach przy przepływie rozrzedzonego gazu [38]. Kalorymetrem  $-\alpha$ , zanurzonym w warstwie fluidalnej, wyznaczone były wartości współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni kuli w temperaturach do 1050°C [6].

**4.3. Wyznaczanie emisyjności powierzchni.** Wyznaczenie całkowitej emisyjności  $\varepsilon$  badanej powierzchni może być przeprowadzone metodą porównawczą przez pomiar tempa chłodzenia dwu ciał, z których jedno ma znany współczynnik emisyjności [35]. Oba ciała powinny mieć ten sam kształt i wymiary oraz znane własności cieplne; pomiar przeprowadzany jest zwykle w termostacie powietrznym (rys. 13) w warunkach konwekcji swobodnej.

Obliczony jak dla kalorymetru  $-\alpha$  współczynnik przejmowania ciepła

$$(4.2) \quad \alpha = \alpha_k + \alpha_r,$$

przy czym współczynnik przejmowania ciepła drogą promieniowania

$$(4.3) \quad \alpha_r = 4,885 \varepsilon_{s-p} \cdot \frac{T_s^4 - T_p^4}{T_s - T_p} \cdot 10^{-8} = \varepsilon_{s-p} \cdot \alpha_p.$$

Emisyjność zastępcza w przypadku ochładzania w termostacie o powierzchni  $F$  ma wartość

$$(4.4) \quad \varepsilon_{s-p} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_s} + \frac{S}{F} \left( \frac{1}{\varepsilon_p} - 1 \right)},$$

a ze względu na  $F \gg S$  (rys. 13) można przyjąć

$$(4.5) \quad \varepsilon_{s-p} = \varepsilon_s.$$

Mierząc przy tej samej różnicy temperatur  $\vartheta_s$  i tej samej temperaturze otoczenia  $t_f$  tempa chłodzenia  $m_1$  i  $m_2$  dwu ciał (1 i 2), z których jedno ma znaną emisyjność, można emisyjność powierzchni drugiego ciała wyznaczyć z zależności

$$(4.6) \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_p}.$$

Opisana metoda używana jest najczęściej do wyznaczania emisyjności emalii, lakierów i farb w temperaturach pokojowych [35, 16].

Były również przeprowadzane doświadczenia przy zmniejszonych ciśnieniach powietrza w celu uniknięcia wymiany ciepła przez konwekcję [47].

**4.4. Badanie bezwładności cieplnej termometrów i pirometrów.** Możliwość zastosowania teorii stanu uporządkowanego do określania bezwładności cieplnej wskazań różnego typu termometrów i pirometrów wynika z bezpośredniego związku łączącego stałą czasową (lub stałą bezwładności cieplnej) termometru [30] z tempem chłodzenia jego czujnika. Można wykazać, że stała bezwładności cieplnej jest równa odwrotności tempa chłodzenia [35, 36, 14].

Zależności stanu uporządkowanego mogą być wykorzystane do określania krzywej bezwładności cieplnej różnego typu mierników temperatury [36, 42], cechowania kataltermometrów [36], badania wzorcowych termometrów oporowych i pirometrów [35] oraz dynamicznej charakterystyki czujników przeznaczonych do pomiaru wysokich temperatur [51], a także do ustalenia najbardziej właściwej konstrukcji czujników termicznych [35], co ma istotne znaczenie w zagadnieniach automatyki cieplnej.

**4.5. Badanie procesów nagrzewania i ochładzania ciał.** Obliczenia i badania doświadczalne procesów nagrzewania i ochładzania ciał mogą być dokonywane na podstawie stanu uporządkowanego w wielu przypadkach tylko w sposób przybliżony ze względu na występującą najczęściej złożoność warunków brzegowych.

Możliwości zastosowania teorii stanu uporządkowanego są w tym zakresie bardzo różnorodne. Może ona być użyta do przybliżonych obliczeń izolacji cieplnej niektórych urządzeń pracujących w stanie nieustalonym [14, 35], na przykład w oparciu o wzór (3.23). Wpływ kształtu i wymiarów ciała na prędkość ogrzewania i ochładzania ciał przy ich obróbce cieplnej badał KONDRATIEW [35, 14]; w szczególności badany był proces hartowania stali i określane były wartości współczynników przejmowania ciepła przy różnych sposobach hartowania od temperatury 900°C [35].

Próbowano również zastosować stan uporządkowany do doświadczalnego badania procesów ochładzania wodą wibrujących przedmiotów metalowych o temperaturach powyżej 600°C przy ich walcowaniu [45]. KAPINOS badał wymianę ciepła w niektórych częściach (dysk) turbin gazowych i parowych w warunkach przemysłowych [26], a PAWŁOWSKI w oparciu o stan uporządkowany rozpatrywał proces nagrzewania turbin parowych przy ich uruchamianiu [49]. Przybliżoną metodę regulacji mocy prądu zasilającego piec przy nagrzewaniu według z góry ustalonego programu opracował PSARIEW [52].

Teorię stanu uporządkowanego próbowano również zastosować do ciał z wewnętrznymi źródłami ciepła, na przykład w radioelektronice [14]; DULNIEW zajmował się stanem cieplnym okresowo pracujących układów przewodów elektrycznych (pęczków kabli) na okrętach i rozpatrywał założenia ich racjonalnego projektowania [13], a DENISOW przeprowadził doświadczenia nad stanem uporządkowanym takich układów [10].

**4.6. Zastosowanie stanu uporządkowanego do badań teoretycznych w wymianie ciepła.** Teoria stanu uporządkowanego stała się punktem wyjścia do dalszych badań w wymianie ciepła, zwłaszcza w procesach nieustalonych.

Wiele pojęć i wielkości występujących w tej teorii może znaleźć zastosowanie przy opisie pola temperatury ciała lub układów ciał poddanych działaniu ośrodka, którego temperatura zmienia się liniowo [37] lub okresowo z czasem (stan uporządkowany drugiego i trzeciego rodzaju [36]). Zagadnieniem tym zajmował się również JARYSZEW, który w pracy [23] przedstawił przybliżone równania do obliczania średniej temperatury objętościowej ciała w stanie uporządkowanym 1 i 2 rodzaju.

KUDRIASZEW i ŻEMKOW próbowali rozwinąć dalej teorię stanu uporządkowanego tworząc uogólnioną teorię, która mogłaby być zastosowana do ciał o własnościach cieplnych zmiennych z temperaturą [60, 40]. KUDRIASZEW zajmował się również za pomocą stanu uporządkowanego badaniami stabilizacji procesów ochładzania i wysunął hipotezę o nieliniowości warunku granicznego 3 rodzaju w tych procesach [40].

IWANOWSKI zastosował teorię stanu uporządkowanego do badania nieustalonej wymiany ciepła między rurą a płynącą przez nią cieczą o temperaturze zmiennej w czasie i wzdłuż długości rury [21].

Ważne w miernictwie cieplnym zagadnienie pomiaru termoelementami temperatury ciała w stanie nieustalonym analizował KAGANOW, posługując się stanem uporządkowanym w odniesieniu do układu, składającego się z ciała o ograniczonej objętości i przewodów doprowadzających [24]. Próbowano również zastosować pewne pojęcia stanu uporządkowanego przy badaniu wymiany ciepła w warstwie fluidalnej [56]. W celu zbadania wpływu pulsacji prędkości na okres formowania się warstwy granicznej KUDRIASZEW i GUSIEW określali współczynnik  $\alpha$  na powierzchni kuli w strumieniu powietrza o okresowo zmiennej prędkości [39].

Z przytoczonych tutaj wybranych przykładów ilustrujących możliwości zastosowania teorii stanu uporządkowanego oraz z przedstawionych poprzednio podstaw tej teorii wynika, że posiada ona w pewnym stopniu formalny charakter matematyczny [59] i nie należałoby jej przypisywać jakiegoś określonego sensu fizycznego, a raczej uważać tę teorię za metodę badań doświadczalnych i teoretycznych w wymianie ciepła.

#### Literatura cytowana w tekście

1. А. Ф. БЕГУНКОВА, *Плоский бикалориметр для определения коэффициента теплопроводности изоляционных материалов*, Исследования в области тепловых измерений Л И Т М О, Машгиз, Москва, 1954.
2. А. Ф. БЕГУНКОВА, Г. Н. ДУЛЬНЕВ Е. С. ПЛАТУНОВ, *Приборы для теплофизических измерений разработанные в Л И Т М О*, Тепло-и массоперенос Т.1, Издат. АН БССР, Минск, 1962.
3. T. BOUSSINESQ, *Théorie analytique de la chaleur*, 1901.
4. H. S. CARSLAW, J. C. JAEGER, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford Press, 1959.
5. Н. В. ЦЕДЕРБЕРГ, *Теплопроводность газов и жидкостей*, Госэнергоиздат, Москва, 1963.
6. Н. В. ХАРЧЕНКО, К. Е. МАХОРИН, *К вопросу об интенсивности теплообмена между кипящим слоем и нагруженным телом при высоких температурах*, ИФЖ, 1964, 5.
7. А. И. ЧАПЛИНА, *Применение метода регулярного режима для исследования теплообмена пластины при вынужденном турбулентном обтекании*, ИФЖ, 1962, 6.
8. П. В. ЧЕРПАКОВ, *Метод собственных функций в теории регулярного теплового режима*, ИФЖ 1963, 9.
9. А. Ф. ЧУДНОВСКИЙ, *Теплофизические характеристики дисперсных материалов*, Г И Ф М Л, Москва 1962.
10. П. П. ДЕНИСОВ, *Экспериментальное исследование теплового режима корабельных кабельных пучков*, Теплопередача и тепловое моделирование, Издат. АН СССР, Москва 1959.
11. Г. Н. ДУЛЬНЕВ, Г. М. КОНДРАТЬЕВ, *Универсальная связь между тепловой инерцией тела и воздействием на него внешней среды*, Изв. АН СССР, 1955, 3.
12. Г. Н. ДУЛЬНЕВ, Г. М. КОНДРАТЬЕВ, *Обобщенная теория теплового регулярного режима*, Изв. АН СССР, 1956, 7.

13. Г. Д. ДУЛЬНЕВ, *Теоретические основы проектирования кабельных пучков корабля*, Теплопередача и тепловое моделирование, Издат. АН СССР, Москва, 1959.
14. G. N. DULNEV, *The theory of thermal regular regime and its application to the determination of thermal characteristics*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 1960, Vol. 1.
15. W. GOGÓŁ, *Metoda 2a*, Zjazd Katedr Termodynamiki, Warszawa, 1957.
16. W. GOGÓŁ, *Określanie współczynnika przejmowania ciepła w zależności od różnicy temperatur na podstawie pomiarów w stanie uporządkowanym*, Zjazd Katedr Termodynamiki, Kraków 1959.
17. W. GOGÓŁ, *Uogólniona metoda wyznaczania własności cieplnych ciał stałych na podstawie teorii stanu uporządkowanego*, Arch. Bud. Maszyn, 1961, 2.
18. W. GOGÓŁ, *An unsteady state method for the measurement of thermal conductivity, Thermal diffusivity and specific heat of solids*, International Institute of Refrigeration, Cambridge, 1961.
19. R. HASE, Arch. für Wärmewirtschaft und Dampfkesselwesen, 1932.
20. И. В. ИЛЬИНСКИЙ, И. Д. ГАРКУША, *Экспериментальное определение локальных значений коэффициентов теплообмена в турбомашинах*, ИФЖ, 1963, 11.
21. М. Н. ИВАНОВСКИЙ, *Скоростный метод измерения среднего коэффициента теплоотдачи в трубе*, Вопросы теплообмена, Издат. АН СССР, Москва, 1959.
22. L. M. JAKOV, *Heat transfer*, J. Wiley, New York, 1958.
23. Н. А. ЯРЫШЕВ, *Определение среднеобъемной температуры в переходных режимах теплообмена*, ИФЖ, 1963, 10.
24. М. А. КАГАНОВ, И. С. ЛИСКЕР, *О влиянии компактных измерителей температуры на точность определения теплофизических характеристик*, ИФЖ, 1963, 9.
25. V. M. KARINOS, N. J. NIKITENKO, *Heat transfer in a channel with an unheated length*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 1963, Vol. 6.
26. В. М. КАПИНОС, *К определению граничных условий теплообмена в турбомашинах*, ИФЖ, 1963, 8.
27. М. Ф. КАЗАНСКИЙ, *О граничных условиях методов регулярного режима*, ЖТФ, 1949.
28. М. Ф. КАЗАНСКИЙ, М. В. ВЕНЕДИКТОВ *О погрешностях определения тепловых коэффициентов плохих проводников тепла вторым методом регулярного режима*, ЖТФ, 1953, 7.
29. W. KARPLUS, *Analog simulation*, McGraw-Hill, New York 1958.
30. F. KONTRAUSCH, *Fizyka laboratoryjna*, PWN, Warszawa 1959.
31. Л. А. КОМКОВА, *Усовершенствованная теория метода двух точек*, Исследования в области тепловых измерений, Л И Т М О, Машгиз, Москва 1954.
32. Г. М. КОНДРАТЬЕВ, М. П. СТАЦЕНКО, *Опыты по определению коэффициента теплопроводности изоляционных материалов при помощи ламбдакалориметра* Изв. В.Т.И., 1932, 7-8.
33. Г. М. КОНДРАТЬЕВ *Общая теория алфакалориметров основанных на регулярном режиме* Изв. АН СССР, 1948, 7.
34. Г. М. КОНДРАТЬЕВ, А. Ф. БЕГУНКОВА, *Термические константы древесины и их измерение по методам регулярного режима*, Исследования в области тепловых измерений, Л И Т М О, Машгиз, Москва, 1954.
35. Г. М. КОНДРАТЬЕВ, *Регулярный тепловой режим*, Г И Т Т Л, Москва 1954.
36. Г. М. КОНДРАТЬЕВ, *Тепловые измерения*, Машгиз, Москва 1957.
37. Г. М. КОНДРАТЬЕВ, *Критериальные величины теории регулярного теплового режима второго рода*, Теплопередача и тепловое моделирование, Издат. АН СССР, Москва, 1959.
38. С. И. КОСТЕРИН, Ю. А. КОШМАРОВ, Ю. В. ОСИПОВ, *Исследование течения и теплообмена разреженного газа в плоском сверхзвуковом сопле*, Тепло-и массоперенос, Т.3., Госэнергоиздат, Москва, 1963.
39. Л. И. КУДРЯШЕВ, И. А. ГУСЕВ, *Влияние скоростной нестационарности неограниченного потока на коэффициент сопротивления и теплоотдачи при обтекании тел*, Тепло-и массоперенос, Т.3, Госэнергоиздат, Москва 1963.
40. Л. И. КУДРЯШЕВ, Л. И. ЖЕМКОВ, *Применение обобщенной теории тепловой регулярности к изучению связи между внутренним и внешним теплообменом*, Тепло-и массоперенос, Т.3, Госэнергоиздат, Москва, 1963.

41. Г. М. ЛЕВИН *Определение коэффициента теплопроводности газов универсальным плоским би-калориметром*, Приборы и Техника Эксперимента, 1958.
42. Г. М. ЛЕВИН; *Анализ характеристических кривых тепловой инерции и некоторых зависимостей теории регулярного теплового режима*, ИФЖ, 1960, 1.
43. А. В. ЛЫКОВ, *Теория теплопроводности*, Г И Т Т Л, Москва 1952.
44. А. В. ЛЫКОВ, Ю. А. МИХАЙЛОВ, *Теория тепло-и массопереноса*, Госэнергоиздат, Москва 1963.
45. Н. А. МОРОЗОВ, *Некоторые закономерности процесса охлаждения в условиях высоких температур и движения изделий с вибрацией*, Тепло-и массоперенос, Т.3 Госэнергоиздат, Москва, 1963.
46. Н. И. НИКИТЕНКО, Л. И. НИКИТЕНКО, *К определению теплообмена при поперечном обтекании потоком труб и трубных пучков*, Теплофизика высоких температур, 1964, 5.
47. В. А. ОСИПОВА, *Экспериментальное исследование процессов теплообмена*, Издат, Энергия, Москва, 1964.
48. И. А. ПАРХОМЕНКО, Г. П. БУЙНЯЧЕНКО, *Замечания по статье Г. Н. Третьяченко и Л. В. Кравчука „О регулярном тепловом режиме тел сложной формы“* ИФЖ, 1962, 4.
49. Г. И. ПАВЛОВСКИЙ, *Тепловые процессы в паровых турбинах при пусковых режимах*, Тепло-и массоперенос, Т.5, Издат. АН СССР, Минск, 1963.
50. Б. С. ПЕТУХОВ *Опытное изучение процессов теплопередачи*, Госэнергоиздат, Москва, 1952.
51. А. Д. ПИНЧЕВСКИЙ, *К анализу переходных характеристик термодетекторов*, Теплофизика высоких температур, 1965, 1.
52. В. И. ПСАРЕВ, *О методе нагрева и охлаждения поперед заданному закону*, ИФЖ, 1960, 1.
53. P. J. SCHNEIDER, *Conduction heat transfer*, Addison-Weseley, Cambridge, Mass., 1955.
54. P. J. SCHNEIDER, *Temperature response charts*, J. Wiley, New York 1963.
55. В. Л. ШЕВЕЛЬКОВ, *Теплофизические характеристики изоляционных материалов* Госэнерго издат, Москва 1958.
56. Ю. Н. ШИМАНСКИЙ, Н. И. СЫРОМЯТНИКОВ, *О применении метода регулярного режима для исследования теплообмена в кипящем слое*, ИФЖ, 1964, 3.
57. И. Т. ШВЕЦ, В. И. ФЕДОРОВ, *Вопросы нестационарного теплообмена в роторах турбин*, Издат. Киевского Университета, 1960.
58. Тематическая конференция посвященная теории теплового регулярного режима ИФЖ, 1963, 3.
59. Г. Н. ТРЕТЬЯЧЕНКО Л. В. КРАВЧУК, *О регулярном тепловом режиме тел сложной формы*, ИФЖ 1961, 8.
60. Г. Н. ТРЕТЬЯЧЕНКО, *О теориях регулярного теплового режима*, ИФЖ, 1962, 4.
61. Г. Н. ТРЕТЬЯЧЕНКО, Л. В. КРАВЧУК, *Методика определения теплофизических характеристик материалов при высоких температурах*, Тепло-и массоперенос, Т.1, Издат. АН БССР, Минск, 1962.
62. Г. Н. ТРЕТЬЯЧЕНКО, Л. В. КРАВЧУК, *Методика приближенного вычисления „опасных“ температурных полей и оценка термостойкости деталей изготовленных из хрупких материалов*, Тепло-и массоперенос, Т.5., Издат. АН БССР, Минск, 1963.

#### Р е з ю м е

### ТЕОРИЯ РЕГУЛЯРНОГО ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА И ВОЗМОЖНОСТИ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Работа является обзором современного состояния исследований в области теории регулярного теплового режима.

Представлены основные закономерности этой теории и рассмотрены границы её использования. Показаны возможности применения теории регулярного режима к изучению теоретических и технических вопросов теплообмена.

## S u m m a r y

THE THEORY OF THERMAL REGULAR REGIME AND ITS APPLICATION  
TO THE HEAT TRANSFER PROBLEMS

A survey is given of the recent investigations concerned with the theory of thermal regular regime. The basic regularities of this theory and the problem of limit of its application are discussed. The application of thermal regular regime in theoretical and technical problems of heat transfer is considered.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
INSTYTUT TECHNIKI CIEPLNEJ

*Praca została złożona w Redakcji dnia 26 maja 1965 r.*

---